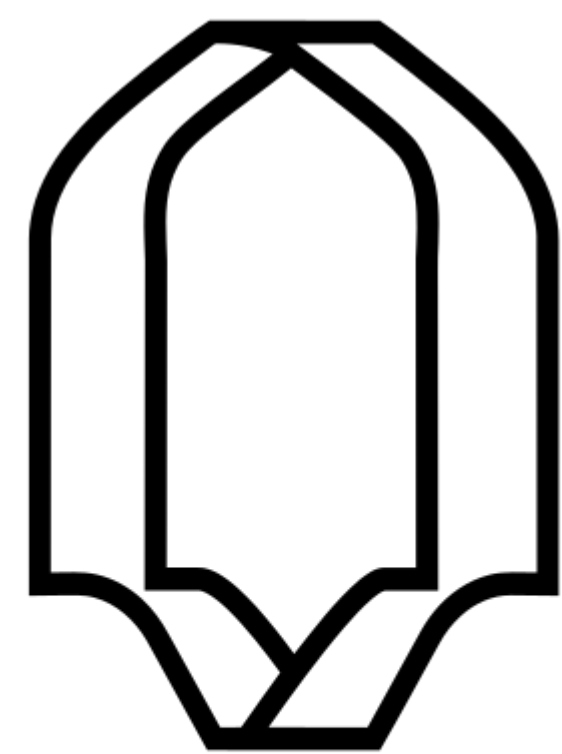
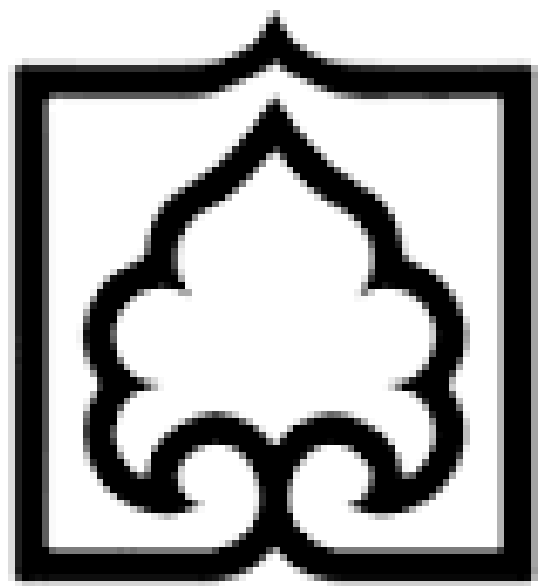




دانشگاه مازندران



گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه زنجان



دانشگاه زنجان

به نام خدا

شانزدهمین همایش ملی نجوم و اخترفیزیک ایران

گراواستارهای سه بعدی در رنگین کمان گرانشی

برزگر، حسنیة^۱؛ بردبار، غلامحسین^۲؛ اسلام پناه، بهزاد^۳؛ بیگدلی، محسن^۱

^۱بخش فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه زنجان

^۲بخش فیزیک و رصدخانه ابوریحان بیرونی، دانشگاه شیراز

^۳گروه فیزیک، دانشگاه مازندران

مقدمه

مطالعه تکامل ستارگان و تحول آنها موضوعی بوده که از مدت ها قبل همیشه مورد توجه دانشمندان و پژوهشگران قرار گرفته است. ستارگان بسته به جرم اولیه خود در نهایت به کوتوله سفید، ستاره نوترونی، ستاره کوارکی و یا سیاه-چاله تبدیل می شوند که جهت مطالعه این اجسام، گرانش حاکم بر آنها بسیار با اهمیت می‌باشد. راه‌حل‌هایی که با تکیه بر معادلات میدان اینشتین بدست می‌آید دارای تکینگی است که به آن راه‌حل‌های سیاه‌چاله‌ای گفته می‌شود. به منظور رفع این تکینگی‌ها، گراواستار به عنوان جایگزینی برای سیاه‌چاله بدون داشتن تکینگی، اولین بار توسط مازور (Mazur) و موتلا (Mottola) معرفی گردید [۱،۲].

گراواستار از ۳ ناحیه تشکیل شده است: ناحیه داخلی با معادله حالت $p = -\rho$ ، ناحیه میانی (پوسته) با معادله حالت $p = \rho$ و ناحیه بیرونی با معادله حالت $p = \rho = 0$ که در اینجا ρ معادل فشار و ρ معادل چگالی انرژی می‌باشد. به دلیل پیچیدگی‌های محاسباتی که امکان دارد در مسائل مربوط به فضای $(1+3)$ بعدی و بالاتر به وجود آید، میتوان با حفظ مفاهیم اصلی، مسائل مربوطه را در $(1+2)$ بعد حل نمود و سپس نتایج آن را به ابعاد بالاتر تعمیم داد. همانطور که دانشمندان مسائل پیچیده گرانش کوانتومی را به همین ترتیب ساده‌سازی می‌نمایند. بنابراین برای یافتن جایگزینی برای سیاه‌چاله‌ی BTZ (سیاه‌چاله‌ای که از حل معادله اینشتین در سه بعد بدست می‌آید) لازم است که گراواستارها در سه بعد نیز بررسی گردد.

یکی از گرانش‌های تعمیم یافته نسبیت عام، رنگین کمان گرانشی است که اولین بار توسط اسمولین (Smolin) و ماجایجو (Magueijo) مطرح شد. در این نظریه اثرات گرانشی علاوه بر ایجاد انحنای در فضازمان، تأثیرات متفاوتی که متناسب با طول موج‌های متفاوت است در ساختار فضازمان به وجود می‌آورند، دقیقاً مشابه حالتی که باعث شکل-گیری رنگین کمان می‌شود.

برای بررسی گراواستار سه بعدی در رنگین کمان گرانشی متریک فضازمان وابسته به انرژی را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$ds^2 = \frac{f(r)}{L^2(\varepsilon)} dt^2 - \frac{1}{H^2(\varepsilon)} \left(\frac{dr^2}{g(r)} + r^2 d\theta \right) \quad (۱)$$

در اینجا $L(\varepsilon)$ و $H(\varepsilon)$ توابع رنگین کمان و $f(r)$ و $g(r)$ توابعی از r هستند که باید تعیین شوند. از آنجا که ضرایب متریک به انرژی ذره آزمون بستگی دارد، بنابراین هندسه فضازمان نیز وابسته به انرژی خواهد بود. معادله میدان در حضور تانسور انرژی-تکانه عبارت است از:

$$R_{\alpha\beta} - \frac{1}{2} R g_{\alpha\beta} + \Lambda(\varepsilon) g_{\alpha\beta} = -8\pi T_{\alpha\beta} \quad (۲)$$

با استفاده از متریک (۱) و معادله‌ی (۲) عناصر غیر صفر تانسور اینشتین را به صورت زیر بدست می‌آوریم:

$$\frac{H^2(\varepsilon) g'(r)}{2r} = 8\pi \rho(r) + \Lambda(\varepsilon) \quad (۳)$$

$$\frac{H^2(\varepsilon) g(r) f'(r)}{2r f(r)} = -8\pi p(r) + \Lambda(\varepsilon) \quad (۴)$$

$$-\frac{H^2(\varepsilon) g(r) f^2(r)}{4f^2(r)} + \frac{H^2(\varepsilon) g'(r) f(r)}{4f(r)} + \frac{H^2(\varepsilon) g(r) f''(r)}{2f(r)} = -8\pi p(r) + \Lambda(\varepsilon) \quad (۵)$$

در روابط بالا، پرایم و پرایم دوگانه نشان دهنده مشتق نسبت به r می‌باشد. شایان ذکر است با در نظر گرفتن $H(\varepsilon) = 1$ معادلات بالا به معادلات بدست آمده از گرانش اینشتین در سه بعد تبدیل می‌شوند. حال با استفاده از معادلات (۵)-(۳) معادله TOV به صورت زیر به دست می‌آید:

$$p' + (p + \rho) \frac{f'}{2f} = 0 \quad (۶)$$

پارامترهای فیزیکی

طول ویژه در رنگین کمان گرانشی را به صورت $l = \int_D^{D+\delta} \sqrt{\frac{dr}{H^2(\varepsilon)g(r)}}$ تعریف می‌کنیم. بنابراین برای طول ویژه در رنگین کمان گرانشی خواهیم داشت:

$$l \approx \frac{\delta}{H(\varepsilon)} \sqrt{\frac{1}{B + \frac{2D^2\Lambda(\varepsilon)}{H^2(\varepsilon)}}} \quad (۱۴)$$

انرژی در ناحیه میانی گراواستار به صورت $E = \int_D^{D+\delta} 2\pi r \rho \, dr$ تعریف می‌شود[1]. بنابراین برای انرژی پوسته در رنگین کمان گرانشی داریم:

$$E = \frac{1}{H^2(\varepsilon)} \int_D^{D+\delta} 2\pi r \rho \, dr \approx \frac{2\pi p_0 \delta D}{H^2(\varepsilon) (C_1 + C_2 \frac{H^2(\varepsilon)}{4\Lambda(\varepsilon)} \sqrt{B + \frac{2D^2\Lambda(\varepsilon)}{H^2(\varepsilon)}})^2} \quad (۱۵)$$

آنتروپی درون پوسته نازک در رنگین کمان گرانشی را می‌توان به صورت زیر بیان نمود:

$$S \approx \frac{D \delta \alpha K_B \sqrt{2\pi p_0}}{\hbar H(\varepsilon) \sqrt{B + \frac{2D^2\Lambda(\varepsilon)}{H^2(\varepsilon)}} (C_1 + C_2 \frac{H^2(\varepsilon)}{4\Lambda(\varepsilon)} \sqrt{B + \frac{2D^2\Lambda(\varepsilon)}{H^2(\varepsilon)}})} \quad (۱۶)$$

با توجه به روابط (۱۴)، (۱۵)، (۱۶) می‌توان گفت که پارامترهای فیزیکی نظیر طول ویژه، انرژی و آنتروپی درون پوسته گراواستار در رنگین کمان گرانشی متناسب با ضخامت پوسته (δ) هستند، همچنین این پارامترها به تابع رنگین کمان $H(\varepsilon)$ نیز بستگی دارند. در شکل‌های ۱ تا ۳ پارامترهای طول ویژه، انرژی و آنتروپی در پوسته گراواستار نسبت به تابع رنگین کمان $H(\varepsilon)$ ترسیم شده است. مشاهده می‌گردد که با افزایش $H(\varepsilon)$ ، پارامترهای فیزیکی هم کاهش می‌یابند.

شماره همراه: ۰۹۱۷۳۶۲۷۹۳۸

گراواستارها در رنگین کمان گرانشی

ناحیه درونی گراواستار

ناحیه درونی گراواستار $(0 < r < r_1 = D)$ از معادله حالت $p = -\rho$ پیروی می‌کند که نشان‌دهنده یک فشار دافعه می‌باشد. با توجه به معادله (۶) می‌توان چگالی انرژی را عددی ثابت و به صورت $\rho_v = \frac{H_0}{2\pi}$ تعریف کرد که H_0 معرف ثابت هابل است[1]. به عبارتی دیگر برای فشار خواهیم داشت $p = -\rho_v$. حال با استفاده از معادلات (۳) و (۴) می‌توان توابع $f(r)$ و $g(r)$ را به شکل زیر بدست آورد:

$$f(r) = g(r) = A + \frac{(\Lambda(\varepsilon) + 4H_0^2)r^2}{H^2(\varepsilon)} \quad (۷)$$

که A ثابت انتگرال می‌باشد. رابطه (۷) بیانگر آن است که ناحیه داخلی گراواستار عاری از تکینگی است.

ناحیه بیرونی گراواستار

ناحیه بیرونی گراواستار $(r_2 < r)$ از معادله حالت $p = \rho = 0$ پیروی می‌کند که مطابق با راه‌حل مربوط به سیاه-چاله BTZ در رنگین کمان گرانشی است که به صورت زیر نوشته می‌شود[۷]:

$$f(r) = g(r) = -m_0 - \frac{\Lambda(\varepsilon)r^2}{H^2(\varepsilon)} \quad (۸)$$

پارامتر m_0 یک ثابت انتگرال است که وابسته به جرم کل سیاه‌چاله می‌باشد.

ناحیه میانی گراواستار

ناحیه میانی $(r_1 < r < r_2)$ در واقع یک پوسته بسیار نازک که شامل سیال فوق نسبیتی است که از معادله حالت $p = \rho$ تبعیت می‌کند. این معادله حالت قبلاً توسط نویسندگان مختلف استفاده شده است و به عنوان یک سیال سخت شناخته می‌شود. حل معادلات میدان در این ناحیه‌ی غیر خلاء ساده نیست، با این حال می‌توانیم یک راه‌حل تحلیلی در چارچوب پوسته بسیار نازک، $(0 < g(r) = h < 1)$ بدست آوریم. بنابراین، با در نظر گرفتن این حد، معادلات میدان را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$h' = \frac{4r\Lambda(\varepsilon)}{H^2(\varepsilon)} \quad (۹)$$

$$-\frac{1}{2} \left(\frac{f'}{f} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{g'}{g} \right) \left(\frac{f'}{f} \right) + \frac{f''}{f} = \frac{f'}{rf} \quad (۱۰)$$

با استفاده از معادلات بالا می‌توان $f(r)$ و $g(r)$ را به ترتیب زیر بدست آورد:

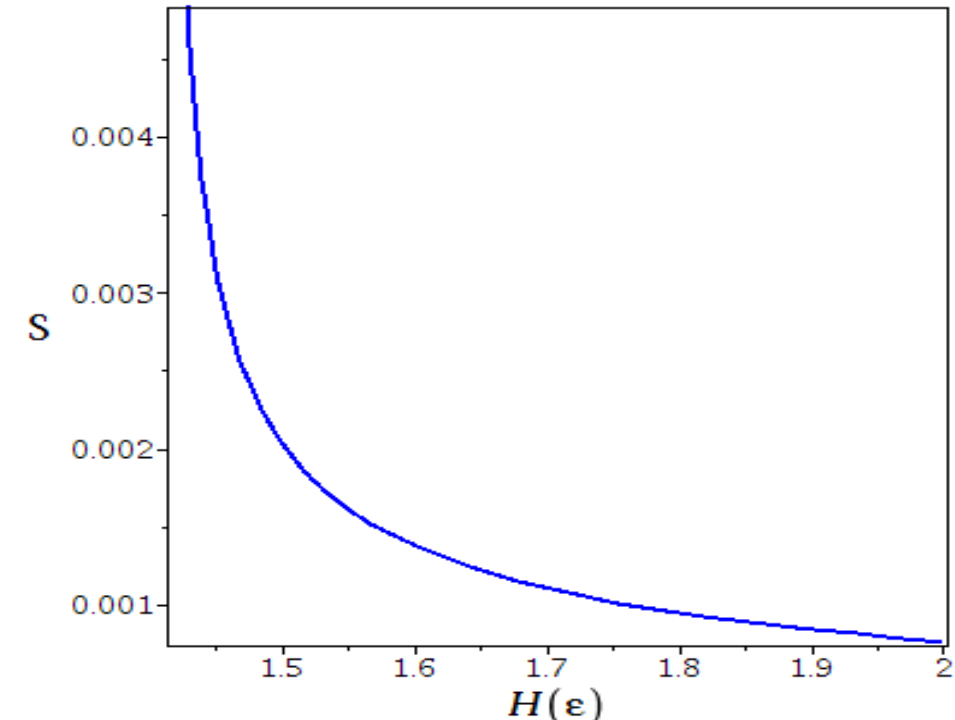
$$f(r) = (C_1 + C_2 \frac{H^2(\varepsilon)}{4\Lambda(\varepsilon)} \sqrt{B + \frac{2r^2\Lambda(\varepsilon)}{H^2(\varepsilon)}})^2 \quad (۱۱)$$

$$h = g(r) = B + 2 \frac{\Lambda(\varepsilon)r^2}{H^2(\varepsilon)} \quad (۱۲)$$

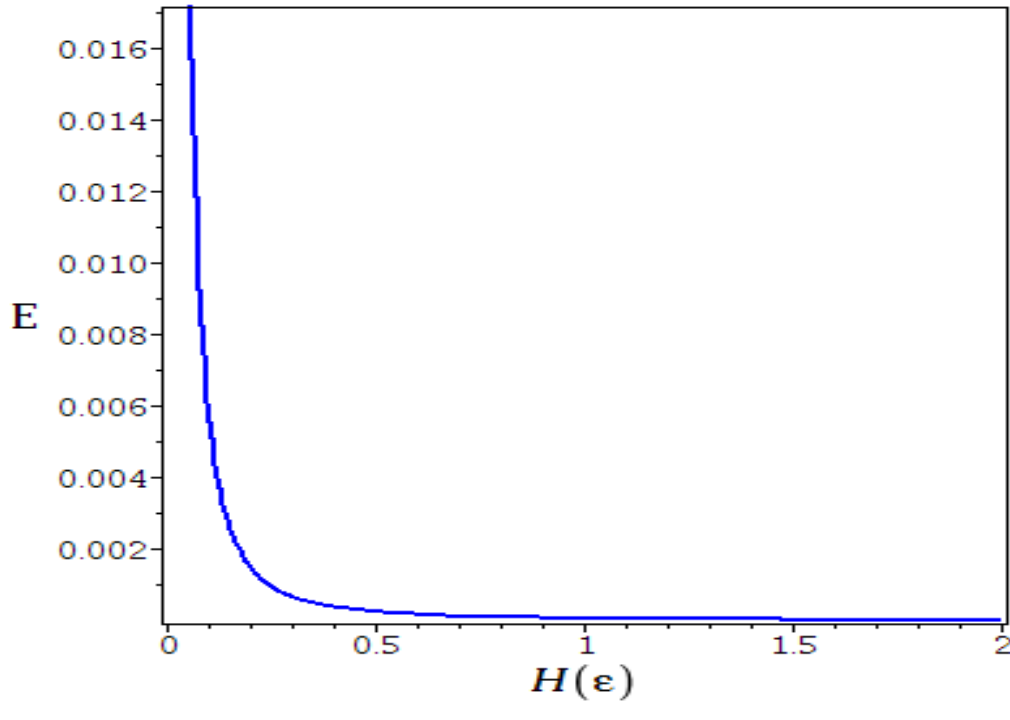
در اینجا B ، C_1 و C_2 ثابت‌های انتگرال هستند. حال با استفاده از معادلات (۶) ، (۱۱) و معادله حالت $p = \rho$ می‌توان فشار و چگالی را به صورت زیر بدست آورد:

$$p = \rho = p_0 (C_1 + C_2 \frac{H^2(\varepsilon)}{4\Lambda(\varepsilon)} \sqrt{B + \frac{2r^2\Lambda(\varepsilon)}{H^2(\varepsilon)}})^{-2} \quad (۱۳)$$

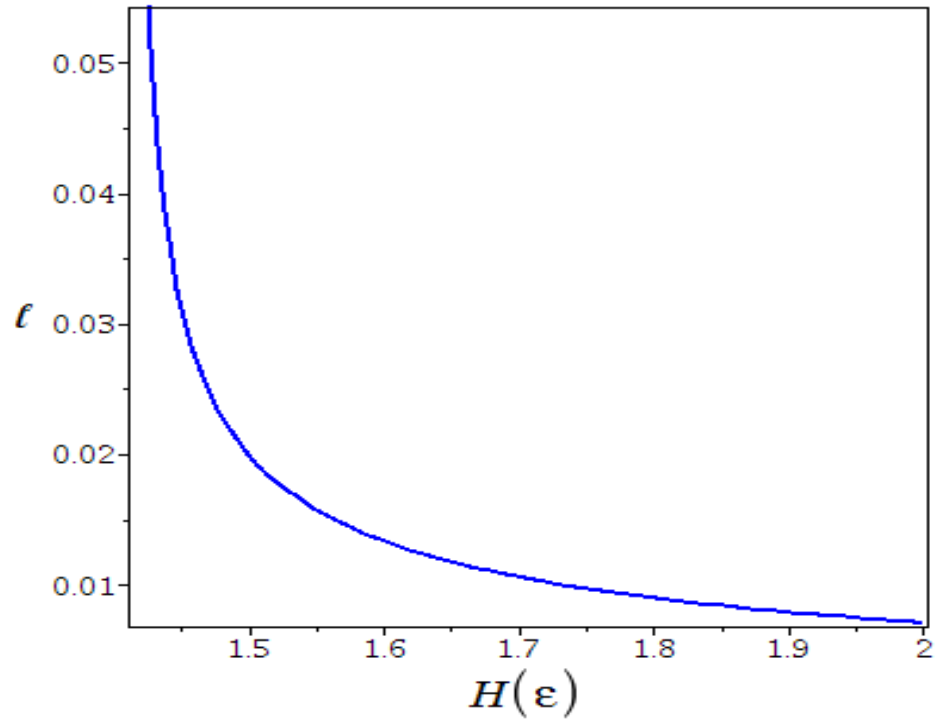
که p_0 ثابت انتگرال می‌باشد.



شکل(۳) آنتروپی S نسبت به H(ε).



شکل (۴) انرژی E نسبت به H(ε).



شکل(۱): طول ویژه l نسبت به H(ε).

نتیجه‌گیری

گراواستارها به عنوان جایگزینی برای سیاه‌چاله‌ها از ۳ ناحیه تشکیل شده است: ناحیه درونی، میانی و بیرونی. در این مقاله برای هر کدام از نواحی گراواستارهای سه بعدی، ضرایب متریک را در رنگین کمان گرانشی استخراج کردیم. ضرایب بدست آمده در ناحیه درونی گراواستار بیانگر آن است که گراواستارها عاری از تکینگی هستند. همچنین پارامترهای فیزیکی نظیر طول ویژه، انرژی و آنتروپی درون پوسته گراواستار را در رنگین کمان گرانشی محاسبه کردیم. این پارامترها علاوه بر اینکه متناسب با ضخامت پوسته (δ) هستند، به تابع رنگین کمان $H(\varepsilon)$ نیز بستگی دارند که با افزایش $H(\varepsilon)$ ، این پارامترها هم کاهش می‌یابند.

مراجع

- [1] P. Mazur, and E. Mottola, arXiv:gr-qc/0109035, 2001.
- [2] P. Mazur, and E. Mottola, *Proc. Natl. Acad. Sci.* **101** (2004) 9545.
- [3] M. Banados, C. Teitelboim, and J. Zanelli, *Phys. Rev. Lett.* **69** (1992) 1849.
- [4] A. A. Usmani, et al., *Phys. Lett. B* **701** (2011) 388.
- [5] F. Rahaman, S. Ray, A. A. Usmani, and S. Islam, *Phys. Lett. B* **707** (2012) 1.
- [6] M. F. Shamir, and M. Ahmad, *Phys. Rev. D* **97** (2018) 104031.
- [7] B. Mu, J. Tao, and P. Wang, *Phys. Lett. B* **800**, (2020) 135098.