

پانزدهمین گردهمایی

# پژوهشی نجوم ایران

دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه - زنجان  
۱۳۹۰ اردیبهشت ۲۲-۲۳

## مقاله‌نامه

# پانزدهمین گردهمایی پژوهشی نجوم ایران

دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه - زنجان

۱۳۹۰ و ۲۳ اردیبهشت ۲۲

اعضای کمیته علمی گردهمایی:

یوسف ثبوتی (دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه - زنجان)

سعادا.. نصیری (دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه - زنجان)

حبيب خسروشاهی (IPM)

مهدی خاکیان (دانشگاه صنعتی امیر کبیر)

حسین صفری (دانشگاه زنجان)

حسین تیموری‌نیا (دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه - زنجان)

حسین حقی (دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه - زنجان) دبیر کمیته



## به نام خدا

مجموعه حاضر مقاله‌نامه پانزدهمین گردهمایی پژوهشی نجوم است که در تاریخ ۲۲ و ۲۳ اردیبهشت ۱۳۹۰ در دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه- زنجان برگزار گردید. در این گردهمایی تاکید برگزارکنندگان بر روی ارائه کارهای پژوهشی بدیع به صورت پوستر و شفاهی بوده است.

کمیته برگزار کننده بر خود لازم می‌داند تا از خدمات خانم غفرانی در راستای برگزاری مطلوب گردهمایی سپاسگزاری نماید. همچنین از خانم اشرف موسوی که صفحه‌آرایی و تنظیم مقاله نامه را بر عهده داشتند تشکر می‌گردد. علاوه بر این از مرکز رایانه دانشگاه که هم در زمان ثبت‌نام و هم در زمان برگزاری از خدمات ارزشمند آنها برخوردار بودیم، قدردانی می‌شود. در پایان از همه اساتید و دانشجویان بخش فیزیک و کارکنان مرکز تحصیلات تکمیلی که به نحوی به آماده سازی این مقاله نامه کمک کردند تشکر می‌کنم.

حسین حقی

اردیبهشت ۱۳۹۰



## سخنرانی‌ها

- ۱ مقایسه روش تخمین پیوسته کوازار در جنگل لیمان آلفا توسط دو شبکه عصبی پرسپترون چند لایه (MLP) و تابع پایه شعاعی (RBF)  
آقانی، علیرضا؛ نعیمی، علی؛ برکاتی، سید مسعود
- ۶ **The Proposition of Sun Electric**  
Ali Ajabshirizadeh
- ۱۱ تابع درخشندگی کهکشانها در چهار گروه کهکشانی کاندید فضیل  
گوزلی اصل، قاسم؛ خسروشاهی، حبیب؛ محمدزاده جسور، داود؛ داریوش، علی اکبر
- ۱۶ ارزیابی مدل هاله ماده تاریک با استفاده از منحنی دوران کهکشانی و مقایسه با موند  
قاسمی، حامد؛ حقی، حسین؛ حسنی زنوزی، اکرم
- ۲۳ **A Photometric study of the high amplitude Delta Scuti AE Ursae Majoris**  
Hojjatpanah, S.; Jamsab, A. and Riazi, N.
- ۲۶ بررسی اثر پارامترهای جوی بر بهمن‌های گسترده‌ی هوایی  
خاکیان قمی، مهدی؛ شهریاری، مهدی
- ۳۰ **Theoretical aspects of coronal loops seismology**  
Kayoomars Karami
- ۳۲ بررسی توسعه‌ی طولی مؤلفه‌های مختلف بهمن‌های گسترده‌ی هوایی  
سید ابراهیم پور، لیلا؛ پورمحمد، داود
- ۳۶ **Oscillations of Dwarf Nova RX Andromedae at the Stage of Standstill**  
Davood Manzoori
- ۴۰ **Two-point correlation function of peaks in the cosmic microwave background radiation**  
M. Sadegh Movahed, Behnam Javanmardi, Hossein Mos-ha
- ۴۶ پژوهه‌آرایه‌ی ۲۰ تایی از سوسوزن‌ها و آزمایش‌های مقدماتی  
مرتضوی مقدم، صبا؛ پژشکیان، یوسف؛ بهمن‌آبادی، محمود؛ هدایتی، هادی؛ عبدالهی، سهیلا؛ خلچ، پوریا
- ۵۰ توصیف یکپارچه تورم و انرژی تاریک در نظریه  $f(R)$   
سالاریبور، سیمین؛ ریاضی، نعمت‌اله

شناسایی حلقه های تاج خورشید با استفاده از خواص ناوردایی ممان های تصویر  
 تاران، سمیه؛ صفری، حسین

تعیین نسبت بار میون با استفاده از تلسکوپ های پرتوهای کیهانی و کد کورسیا  
 عبدالهی، سهیلا؛ مرتضوی مقدم، صباح؛ بهمن‌آبادی، محمود؛ پور محمد، داود

رفتار دینامیکی قرصهای خودگرانش عمودی تحت غلبهٔ پهن رفت در حضور میدان مغناطیسی چنبرهای  
 مصلی نژاد، امین؛ عباسی، شهرام؛ شادمهری، محسن؛ قنبری، جمشید

**Cyclic universe with new agegraphic dark energy**  
 Kh. Saaidi and H. Sheikhamadi

میرایی امواج مغناطیو آگوستیک آرام در پلاسمای تاج  
 عابدینی، عباس؛ صفری، حسین

بررسی گذار فاز فرومغناطیسی القایی در ماده نوترونی پلاریزه  
 بردار، غلامحسین؛ رضایی، زینب

اعتبار کیهان شناختی گرانش القایی از نوع هو-ساویکی  
 کیانی، فائزه؛ نوذری، کورش

**Reconstructing  $f(R)$  modified gravity from ordinary and entropy-corrected versions of the holographic and new agegraphic dark energy models**  
 Karami, K.; Khaledian, M. S.

نایابداری حرارتی در ابرهای مولکولی با حضور پخش دو قطبی و اثر هال  
 قریسی، سیده معصومه؛ خصالی، علیرضا؛ نژاد اصغر، محسن

**Modeling the outer halo globular clusters**  
 Hosein Haghi

## پوسترها

رمیش گرانشی یک ستاره‌ی ناهمگن، باردار و تابشی با شار حرارتی  
 عرب، محمد؛ خاکشورنیا، صمد؛ جعفری، مسعود

۱۲۶

**بررسی رفتار نوسانی ستارگان تپنده دوتایی با استفاده از برنامه Period 04**  
حسینزاده، بهمن؛ پژوهش، رضا

۱۳۰

**The study of period behaviour of the contact binary AB Andromedae**  
Zare'i. B, Abedi. A, Mostafai. M, Akbarian. F, Zera'atgari. FZ, FarahiNejad. M, Abasi. S, GholamHosseinPour. HR

۱۳۴

پیش‌بینی چرخه ۲۴ ام فعالیت خورشیدی با استفاده از دو روش پیشرو و شبکه عصبی مصنوعی  
عجب‌شیری‌زاده، علی؛ دهقانی، فریبا

۱۳۸

**بررسی رفتار نوسانی ستارگان تپنده دوتایی با استفاده از برنامه Period 04**  
حسینزاده، بهمن؛ پژوهش، رضا

۱۴۲

بررسی اثر میدان زمین مغناطیسی بر توزیع سمتی بهمن‌های گستردگی هوایی  
فضل‌علی‌زاده، مائده؛ خاکیان قمی، مهدی

۱۴۶

**Torsional Alfvén Waves in Stratified and Expanding Magnetic Flux Tubes**  
Bahari, K.; Karami, K.

۱۵۰

**Magnetic and Thermal Structure of Penumbral Filaments Observed with Hinode Solar Optical Telescope**  
N. Jamshidi; Z. Amarloo and H. Hamedivafa

۱۵۴

**Reconstructing  $f(T)$ -gravity from the polytropic and different Chaplygin gas dark energy models**  
K. Karami, A. Abdolmaleki

۱۵۸

آشکار سازی مستقیم ماده تاریک  
پژوهش، رضا؛ یوسفی روییات، کاظم

۱۶۲

بررسی و طبقه‌بندی حل‌های گرانش کوانتمی بوهمی  
خداقلی‌زاده، جعفر؛ احمدی، فاطمه

۱۶۷

اثر ناپایداری گرمایی در قرص برافزایشی مدل آلفا  
خصوصی، علیرضا؛ خسروی، آذر

۱۷۱

بررسی نسبت میون به الکترون در بهمن‌های گستردگی هوایی  
صادقی پری، مهرنوش؛ پور محمد، داود

۱۷۵

**Threshold density of kaon condensation in the neutron star matter**  
Bigdeli, M.; Zamani, M. S.

۱۷۷

**Direct Urca Process in Full Polarized Neutron Star Matter**  
Bigdeli, M.; Roohi, N.

- ۱۷۹ ارزیابی گاز چاپلین تعیین یافته به وسیله تشخیص‌گر پیداکننده حالت  
احمدی عامل، محمد؛ ملک جانی، محمد
- ۱۸۳ بررسی چگالی هسته‌های بدون ستاره ابرهای مولکولی  
خصوصی، علیرضا؛ نژاد اصغر، محسن؛ محمد پور، مطهره
- ۱۸۸ بررسی منحنی نوری بلازا Mrk 180 در ۲۴ آوریل ۲۰۰۹  
سبزی سروستانی، منصوره؛ آقائی، علیرضا
- ۱۹۰ یک سیستم سه تایی Bv Draconis  
عباسی، سمانه؛ عابدی، عباس
- ۱۹۶ نورسنجی و تحلیل منحنی نوری ستاره دوتایی گرفتی DI Pegasi در صافی‌های B، V و R  
عباسی، سمانه؛ عابدی، عباس؛ زراعتگری، فاطمه زهرا؛ فرجی نژاد، محمد؛ اکبریان، فخرالدین؛ مصطفایی، مرضیه؛  
زارعی، بهجت؛ غلام حسین پور، حمید رضا
- ۱۹۷ اندازه‌گیری فراوانی فلزی با استفاده از پهنه‌ای همارز (EWs) برای کهکشان‌ها در انتقال به سرخ  $0.5 < z < 1.5$   
غفاری، زهره؛ تیموری‌نیا، حسین
- ۲۰۴ Evolution of Brane with Bulk Scalar Field  
K. Saaidi and A. Mohammadi
- ۲۰۸ تورم کیهان‌شناسی برانزدیک در حضور میدان‌های بوزونی خود برهمکنشی  
شریفیان؛ الهام؛ غفارنژاد، حسین
- ۲۱۲ جداسازی ریخت‌شناختی ستاره از کهکشان در داده‌های SDSS DR7 با استفاده از شبکه‌های عصبی  
(SOM)  
صداقت کیش، آروین
- ۲۱۶ نتایج یک شبیه‌سازی میدان مغناطیسی کهکشانی و فراکهکشانی و خاستگاه پرانزدی ترین ذرات کیهانی  
داودی فر، پانته آ
- ۲۲۰ بررسی اثر اختلاط فازی امواج آلفن در اسپیکولهای خورشیدی  
الطاوی مهربانی، حامد؛ عابدی، حسین، صفری، حسین
- ۲۲۴ آنسامبل آماری سیاه چاله شوارتزشیلد  
مسورویاب انصاری، راضیه؛ غفارنژاد، حسین
- ۲۲۸ گرانش کوانتومی بوهمی در سیاه چاله‌های شوارتزشیلد  
غفارنژاد، حسین؛ احمدنژاد، رضیه سادات

- ۲۳۲ بررسی انرژی تاریک به کمک تصحیحات هندسی ابعاد اضافی زیدی، زینب؛ احمدی، فاطمه؛ خداقلیزاده، جعفر
- ۲۳۷ تابع توزیع تعییم یافته تله پاول در فضای فاز گسترش یافته طالبی مطلق، سعید؛ طاعتی، فاطمه؛ احمدی، کامران
- ۲۴۱ **Polarization of nucleonic matter and magnetic field of neutron stars**  
M. Bigdeli and S. Zare
- ۲۴۳ معرفی تابعی مناسب برای اندازه‌گیری تعداد ذرات در توزیع عرضی بهمن‌های گستردۀ هوایی سبزه‌ئی، سمیه؛ پورمحمد، داود
- ۲۴۷ کاربرد شبکه‌ی عصبی رگرسیون تعییم‌یافته در تعیین برخی از پارامترهای هندسی سیستم‌های دوتایی نوع W UMa زراغتگری، فاطمه زهراء؛ عابدی، عباس؛ فرشاد، محسن؛ عبادیان، محمود
- ۲۵۱ تعیین برخی از پارامترهای هندسی سیستم‌های دوتایی نوع W UMa با استفاده از شبکه‌ی عصبی پرسپترون زراغتگری، فاطمه زهراء؛ عابدی، عباس؛ فرشاد، محسن؛ عبادیان، محمود؛ عباسی، سمانه؛ مصطفایی، مرضیه؛ زارعی؛ بهجت، اکبریان، فخرالدین؛ فرحری نژاد، محمد
- ۲۵۵ **Taylor Expansion Analysis of Hubble Parameter in  $f(R)$  Gravity**  
Fateme Mirmahipour, Khadijeh Gilsamaei and Reza Saffari
- ۲۵۹ انرژی تاریک دینامیکی و نقش پارامتر کیهان‌شناسی متغیر سیدبیزدی، محدثه السادات؛ غفارنژاد، حسین
- ۲۶۳ رساله عزیزالدین زنجانی در کاربرد اسطرلاپ باقری، محمد؛ قنبرزاده، معصومه
- ۲۶۷ **Changes Mass and There Third Body in the Eclipsing Binary System Go Cyg**  
Mohammad Farahi Nejad, Abbas Abedi, Fakhruddin Akbarian, Marzieh Mostafayi, Smaneh Abbasi, Behjat; Zarei, Hamid Reza Gholamhoseinpour
- ۲۷۱ **Study of the eclipse minima's O-C curve of eclipsing binary RT Andromedae**  
Mostafaei, M. Abedi, A. Zarei, B. zraatgari, F.Z. farahinejad, M. Abbasi, s. Akbarian, F and Gholamhossainpour, H. R.
- ۲۷۵ **Minimal Length, Maximal Momentum and the Entropic Force Law**  
M. Molkara , K. Nozari and P. Pedram
- ۲۷۹ **Taylor Expansion Analysis of  $f(R)$  Gravity in Galactic and Solar scale**  
Maryam Ahmadi, Amane Shakoury and Reza Saffari

- ۲۸۲ اثر میدان مغناطیسی چنبره‌ای بر قرص‌های برافزایشی خودگرانشی و شکسان اطراف پیش ستاره‌ها  
قنبیری، جمشید؛ عباسی، شهرام؛ جامی الاحمدی، نرگس
- ۲۸۵ **Strong gravitational field in  $R + \mu^4/R$  gravity**  
A. Vajdi, Kh. Saaidi, S. W. Rabiei, and Z. Rajabi
- ۲۹۱ نورسنجی ستارگان با دوربین‌های دیجیتال  
بخشی، هادی؛ صفری، حسین
- ۲۹۵ **Investigating Mass Concentration using Weak Gravitational Lensing Analysis**  
Abedi H.; Jassur D.M.Z.; Ghassemi S.; Mansouri R.
- ۲۹۹ **Period Analysis of Eclipsing Binary U Peg**  
F. Akbarian, A. Abedi, M. Farahinejad, B. Zarei, S. Abbasi, f. zeraatgari, M. Mostafaei, H. Gholamhosseinpour
- ۳۰۲ **Discovery of a third body around EP Andromedae system**  
Davood Manzoori
- ۳۰۶ **Photospheric Stratification of a Sunspot Umbral Dot from Inversion of Stokes Profiles Recorded by HINODE**  
Hamedivafa. H.
- ۳۱۰ پیدا کردن تابع توزیع کهکشان‌ها با استفاده از روش تکرار لوسی - ریچاردسون بر پایه مدل‌های کینگ در دو بعد  
میرترابی، محمد تقی؛ نیلپروشان، محمد؛ عابدینی، یوسفعلی

# سخنرانی‌ها





## مقایسه روش تخمین طیف پیوسته کوازار در جنگل لیمان آلفا توسط دو شبکه عصبی پرسپترن چند لایه (MLP) و تابع پایه شعاعی (RBF)

آقائی، علیرضا<sup>۱\*</sup>؛ نعیمی، علی<sup>۲</sup>؛ برکاتی، سید مسعود<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup>گروه فیزیک، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان

<sup>۲</sup>پژوهشکده نجوم، پژوهشگاه دانشهاي بنیادی (IPM)، تهران

<sup>۳</sup>دانشکده برق و کامپیوتر، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان

### چکیده

تخمین طیف پیوسته کوازار در ناحیه جنگل لیمان آلفا توسط دو نوع شبکه های عصبی مصنوعی پرسپترن چند لایه (MLP) و تابع پایه شعاعی (RBF) موضوع این مقاله است. در کار قبلی نویسندهایان این مقاله، این تخمین توسط شبکه MLP انجام شده، که در اینجا خصم بهبود تخمین قبلی با شبکه MLP، نتایج تخمین طیف مذکور با شبکه عصبی RBF نیز ارائه شده است. این مقایسه درجهت یافتن ساختاری مناسب برای شبکه عصبی جهت تخمین طیف های با رزو لوشن پایین وغیر واضح برای انتقال به سرخ های بالا می باشد. هر دو ساختار شبکه عصبی بر اساس طول موج های بلندتر از خط نشری لیمان آلفا در طیف کوازار، جایی که طیف پیوسته کوازار شناخته شده است، و چند نقطه محدود از ناحیه با طول موج های کوتاه آموزش خواهد یافت.

### مقدمه

هدف اصلی از مطالعه جنگل لیمان آلفا در طیف کوازارها، تعیین توزیع ماده در فضای بین کهکشانی است. یکی از پارامترهای کلیدی در تعیین این توزیع، مقدار جذب کلی توسط هیدروژن خنثی موجود در فضای کهکشانی است. به منظور اندازه گیری این جذب، ابتدا بایستی طیف پیوسته کوازار در ناحیه جنگل لیمان آلفا تعیین گردد.

داده های طیفی حاصله از کوازار رصد شده شامل طیف وسیع فرکانسی می باشد که اطلاعات طیف پیوسته کوازار در بخش آخر (طول موج های بلندتر از خط نشری لیمان آلفا) برای کاربر معلوم و اطلاعات کامل طیف پیوسته در قسمت اول طیف (ناحیه جنگل لیمان آلفا) که برای تعیین توزیع جرم در فضای بین کهکشانی مورد نیاز می باشد در طیف های با رزو لوشن پایین و انتقال به سرخ های بالا در دسترس نمی باشد. محدودیت ما در تعیین طیف پیوسته در ناحیه جنگل لیمان آلفا است. روش های متفاوتی برای تعیین این طیف پیوسته وجود دارد که هر کدام مشکلات خاص خود را دارد [۱].

شبکه های عصبی مصنوعی یک ابزار قوی در تشخیص الگو و تقریب توابع و پیش بینی سری های زمانی می باشد. برای شبکه عصبی مصنوعی ساختارهای متفاوتی بسته به کاربردهای آن وجود دارد [۲]. جهت کاربرد تقریب و پیش بینی، ساختار شبکه عصبی پرسپترون چند لایه (MLP) مناسب می باشد [۲]. همچنین ساختار شبکه عصبی تابع پایه شعاعی (RBF) انتخاب مناسبی برای این منظور می باشد و در برخی کاربردها دقت و سرعت بهتری نسبت به شبکه (MLP) دارد [۲]. در مرجع [۳] نتایج اولیه از استفاده از شبکه عصبی (MLP) در تخمین طیف پیوسته کوازار در ناحیه جنگل لیمان آلفا گزارش شد. بطوریکه شبکه عصبی بر اساس طول موج های بلندتر از خط نشری لیمان آلفا، آموزش یافت.

در این مقاله طیف پیوسته کوازار توسط دو شبکه عصبی MLP و RBF تخمین زده شده و نتایج شبیه سازی با یکدیگر مقایسه شده است. در ادامه معرفی مختصری از شبکه های عصبی MLP و RBF ارائه خواهد شد. اعمال دو شبکه

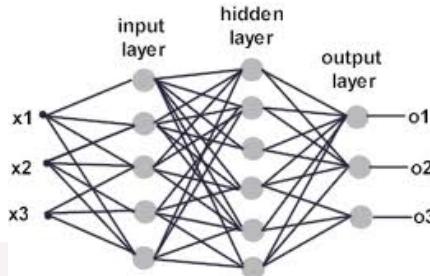
عصبی مذکور برای تخمين طیف پیوسته کوازار و همچنین نتایج شبیه سازی در بخش پایانی مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

### شبکه های عصبی مصنوعی (Artificial Neural Networks, ANNs)

ساختار و عملکرد شبکه های عصبی مصنوعی از شبکه های عصبی زیستی الهام گرفته شده است. بر این اساس همانطور که یک شبکه عصبی زیستی از مجموعه ای از نورون های متصل بهم (از طریق سیناپس) تشکیل شده است، یک شبکه عصبی مصنوعی هم از تعدادی زیادی گره (با تابع ریاضی مشخص) متصل از طریق خطوط (با وزن های قابل تغییر) تشکیل شده است. هدف از ANN سعی بر شبیه سازی بعضی از خصوصیات شبکه های عصبی زیستی می باشد. در حقیقت شبکه میتواند مانند عملیات مغز یک موجود زنده، پردازش های موازی داشته باشد، بدین صورت که پردازش داده ها به عهده پردازنده های کوچک و بسیار زیاد به هم پیوسته و موازی می باشد. با برنامه نویسی و اعمال یک الگوریتم آموزشی می توان شبکه را آموزش داد تا الگو داده های ورودی را فرا گیرد و بصورت یک حافظه عمل می کند. در فرایند آموزش، گره ها دارای دو حالت فعال و غیرفعال اند و هر اتصالات دارای وزن مثبت، موجب تحریک یا فعال کردن گره غیر فعال بعدی می شوند و اتصالات با وزن منفی، گره متصل بعدی را غیر فعال یا مهار (در صورتی که فعال بوده باشد) می کنند. پس از آموزش صحیح یک شبکه بر اساس کاهش خطأ و رسیدن به یک سطح خطأ (انرژی) مناسب، شبکه عصبی توانایی استنتاج نتایج از داده های پیچیده و استخراج الگوها و شناسایی گرایش های مختلفی که برای انسان ها و کامپیوتر شناسایی آنها بسیار دشوار است، را دارد[۲].

یکی از خصوصیات مهم شبکه عصبی مصنوعی عملکرد بی درنگ در محاسبات موازی برای یافتن پاسخ بهینه می باشد. این در حالی است که شبکه قابلیت تحمل داده ها آغشته به اغتشاش (نویز) و تشخیص الگوی ورودی صحیح را دارد. علاوه بر آن شبکه عصبی به حد کافی پایدار است تا اطلاعات فرآگرفته خود را حفظ کند و هم قابلیت انعطاف و تطبیق در برخورد با داده های ورودی بدون از دست دادن اطلاعات قبلی را دارد. بعبارت دیگر این خواص شبکه را قادر می سازد تا تنها با برخورد با تعداد محدودی نمونه، یک قانون کلی از آن را به دست آورده، نتایج این آموخته ها را به موارد مشاهده از قبل نیز تعمیم دهد. توانایی که در صورت نبود آن شبکه باید بی نهایت واقعیت ها و روابط را به خاطر بسپارد.

معروفترین ساختار شبکه عصبی، شبکه پرسپترون چند لایه است [۲، ۴]. این شبکه دارای سه لایه به همراه یک لایه وسط (که به عنوان لایه مخفی شناخته شده می باشد)، همانطور که در شکل ۱ نشان داده شده است. لایه ورودی، جهت دریافت اطلاعات خامی که به شبکه تغذیه شده است. لایه های پنهان، عملکرد این لایه ها به وسیله ورودی ها و وزن ارتباط بین آنها و لایه های پنهان تعیین می شود. وزن های بین واحد های ورودی و پنهان تعیین می کند که چه وقت یک واحد پنهان باید فعال شود. و نهایتا لایه خروجی که عملکرد آن بسته به فعالیت واحد پنهان و وزن ارتباط بین واحد پنهان و خروجی می باشد. این شبکه می تواند یاد بگیرد که به ورودی داده شده، خروجی تصادفی متناظر را اعمال کند. شیوه یادگیری این شبکه روش نیرومند آموزش پس انتشار خطأ می باشد.



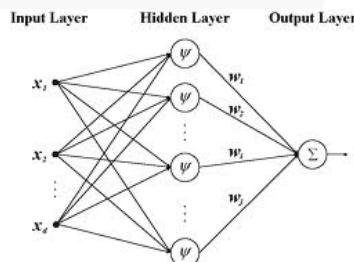
شکل ۱: ساختار یک شبکه عصبی پرسپترون MLP شامل سه ورودی و سه خروجی و لایه ورودی، لایه مخفی و لایه خروجی.

### شبکه عصبی تابع پایه شعاعی (RBF)

شبکه های RBF همانند یک نوع شبکه عصبی MLP از نوع پیشخور می باشند. شکل ۲ نمایی از شبکه عصبی RBF را با سه لایه ورودی، پنهان و خروجی نشان می دهد. لایه ورودی تنها وظیفه رساندن مقادیر ورودی را به هر یک از نرون های تابع پنهان را دارد و وزن آن برابر واحد است. هر یک از نرون های لایه پنهان با یک تابع پایه  $\psi$  (معمولا گوسی) مشخص می شود. مقدار خروجی شبکه ( $f$ ) بصورت کلی از رابطه زیر بدست می آید:

$$f = \sum_{i=1}^k W_i \psi(\|X - \mu_i\| \sigma_i) \quad (1)$$

که در آن تابع خروجی  $f$  ترکیب خطی از  $k$  تابع پایه شعاعی  $\psi$  با مرکز  $\mu_i$  و پهنهای باند  $\sigma_i$  و همچنین  $W_i$  وزن وابسته خروجی و مرکز  $i$  می باشد. توابع  $\psi$  تابع پایه شعاعی نامیده می شوند و  $\|\cdot\|$  به معنی فاصله اقلیدوسی می باشد.



شکل ۲: ساختار یک شبکه عصبی RBF شامل سه ورودی و سه خروجی و لایه ورودی، لایه مخفی و لایه خروجی.

بطور کلی نرون های شبکه های RBF نسبت به شبکه MLP معادل بیشتر است ولی این شبکه ها زمانی کمتر نسبت به شبکه های MLP برای آموزش دارند. این شبکه های وقتی الگو های ورودی بیشتری در دسترس باشد از عملکرد بهتری برخوردار هستند [۲، ۴].

### تخمین طیف پیوسته کوازار توسط دو شبکه عصبی MLP و RBF

با توجه به توضیحات در بخش اول این مقاله و همچنین قابلیت های ذکر شده در مورد شبکه های عصبی مصنوعی در این تحقیق سعی شده است با توجه به داده های معلوم رصدی، شبکه عصبی مصنوعی مناسبی آموزش داده شود. سپس شبکه آموزش دیده جهت پیش بینی قسمتهای نامعلوم طیف مورد استفاده قرار خواهد گرفت.

### ساختم شبکه عصبی مصنوعی MLP و RBF مورد استفاده

شبکه عصبی MLP مورد استفاده در این مقاله یک شبکه پرسپترون (بر اساس شکل ۱) شامل یک لایه ورودی، دو لایه مخفی، و یک لایه خروجی است. لایه ورودی شامل یک نرون بدون هیچ تابع فعالیت می باشد که تنها نقش توزیع داده های ورودی به نرون های لایه پنهان را دارد. دو لایه مخفی در نظر گرفته شده برای شبکه با تعداد ۱۱۰ نرون در لایه اول و ۱۲۱ نرون در لایه دوم با تابع فعالیت بصورت تابع ریاضی Tan-sigmoid یا Log-sigmoid [۴]-[۲] می باشد. لایه خروجی شامل یک نرون با تابع فعالیت Log-sigmoid در نظر گرفته شده است.

شبکه عصبی RBF مورد استفاده در این مقاله یک شبکه پرسپترون (بر اساس شکل ۲) شامل یک لایه ورودی، یک لایه مخفی، و یک لایه خروجی است. تابع پایه خروجی بصورت گوسی در نظر گرفته شده [۴]-[۲].

### نتایج شبیه سازی

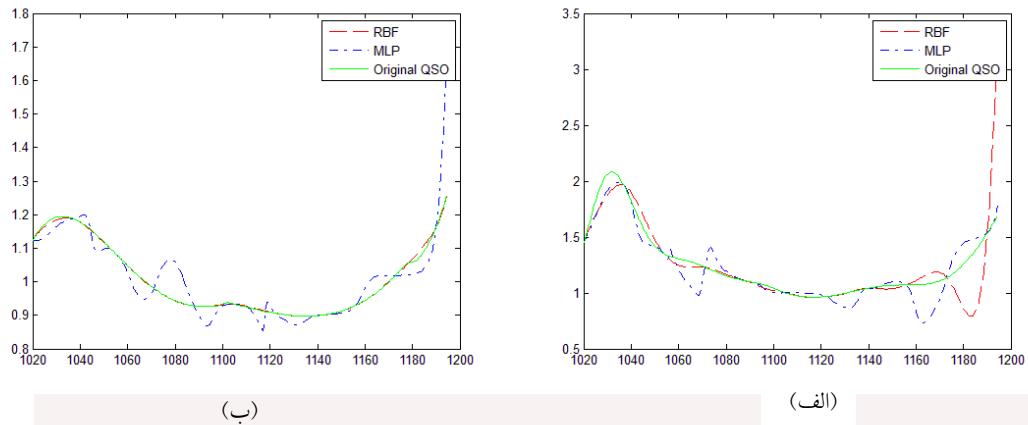
داده های موجود شامل حدود ۵۰ نمونه اندازه گیری شده طیف پیوسته کوازارهای با انتقال به سرخ پایین حاصله از تلسکوپ فضایی هابل می باشد. هر دسته داده حاوی ۱۱۶۱ داده نمونه گیری شده شار دریافتی کوازار بر حسب طول موج (در مختصات ساکن نسبت به کوازار) می باشد.

جهت آموزش شبکه MLP و RBF از داده های موجود حدود ۴۲۵ داده از طیف پیوسته کوازار برای دو طیف ۱۵۵۳+q0003-1438 و ۱۴۳۹-۰۳۴۹ در بالاترین طول موج انتخاب شده است. جهت آموزش صحیح شبکه تعداد تنها ۱۰ نقطه با فواصل مساوی از طیف کوازار با طول موج پایین (به مرار ۴۲۵ نقطه با طول موج بالا) به شبکه ارایه می شود. پس از حدود ۱۷۰۰ بار ارایه این داده های به شبکه کاهش روند خطای شبکه های MLP و RBF با منحنی مقایسه شده است. در شکل ۳ پاسخ شبکه عصبی برای دو طیف کوازار شار دریافتی در نواحی با طول موج پایین نشان داده شده است. مشخصات شبکه عصبی در زیر شبکه داده شده است. شکل ۴ میزان خطای پیش بینی را بر حسب درصد برای این دو شبکه و دو طیف نمایش می دهد.

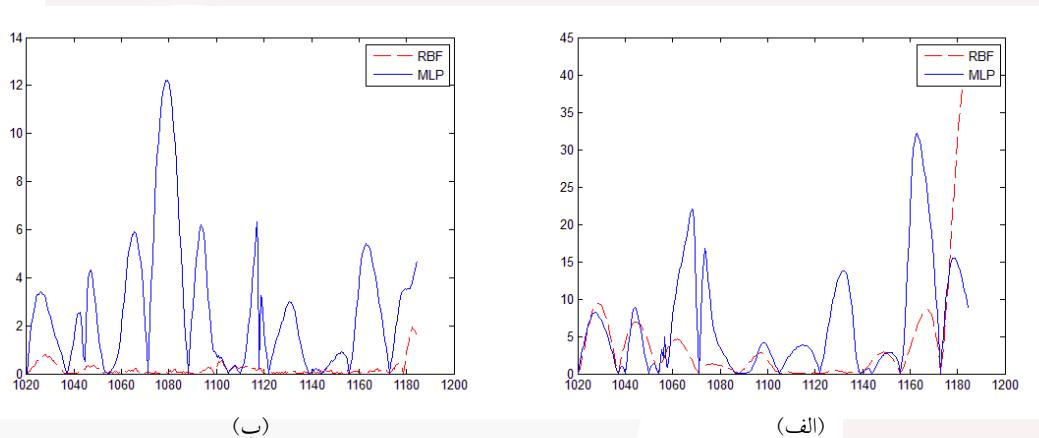
### نتیجه گیری

در این مقاله نشان داده شد که شبکه های عصبی مصنوعی MLP و RBF قادر به تخمین قابل قبول از طیف پیوسته کوازار می باشد. در ناحیه با طول موج بالا منحنی از آنجا که داده های آموزش از این ناحیه به شبکه های ارائه شده، شبکه ها کاملا (با خطای تقریبا صفر) قادر به تخمین صحیح طیف می باشد. همان طور که شکل ۳ (و همچنین شکل ۴) مشاهده می گردد، در اکثر نقاط میزان خطای شبکه MLP از RBF بیشتر است. علاوه بر این، مزیت شبکه پایه شعاعی این است که در این شبکه مسئله مقداردهی و انتخاب تصادفی وزن های اولیه وجود ندارد، بنابراین نگرانی های ناشی از گیرافتدن شاخص عملکرد شبکه در مینیمم های محلی برطرف می شود. همچنین فرآیند آموزش

در شبکه RBF بسیار سریعتر از شبکه پرسپترون چند لایه صورت می‌گیرد، به طوری که در شبیه سازی انجام شده زمان آموزش برای شبکه RBF کمتر از ۵ ثانیه است در حالی که این زمان برای شبکه MLP حدود ۷۵ ثانیه است.



شکل ۳: مقایسه طیف پیوسته کوازار پیش‌بینی شده توسط شبکه‌های MLP و RBF در نواحی با طول موج پایین با طیف اصلی (الف) برای طیف q0349-1438 (ب) q0003+1553



شکل ۴: در صد خطای پیش‌بینی شبکه‌های MLP و RBF در نواحی با طول موج پایین (الف) برای طیف q0003+1553 (ب) ۱۴۳۸

## مرجع‌ها

1. A. Aghaee et al., "Determination of the mean H i absorption of the intergalactic medium", *Astrophysics and Astronomy*, vol. 31, Issue 2, p. 59-79, 2010
2. F. Karray and C. W. De Silva *Soft Computing And Intelligent Systems Design: Theory, Tools And Applications*, Addison Wesley Longman, 2004.
3. سید مسعود برکاتی، علیرضا آقائی، "کاربرد شبکه‌های عصبی مصنوعی در تخمین طیف پیوسته کوازار در جنگل لیمان آلفا" چهارمین همایش ملی نجوم و اختر فیزیک، ایران، زاهدان، ۱۳۸۹، ۲۸-۳۳
4. S. Haykin, *Neural Networks: A Comprehensive Foundation*, 2<sup>nd</sup> Edition, Prentice Hall, 1998.

## The Proposition of Sun Electric

Ali Ajabshirizadeh<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Research Institute for Astronomy and Astrophysics of Maragheh, Maragheh, Iran

<sup>2</sup> University of Tabriz, Faculty of Physics, Dept.of Astrophysics, Tabriz, Iran

Today, most astronomers believe that the fundamental question about the Sun has been answered: it is a self-consuming thermonuclear furnace. The thermonuclear Sun is a ball of gas so large that its internal pressure generates a core temperature of about 15 millionC, enough to produce a continuous thermonuclear reaction. In this model the Suns engine is the same as the hydrogen bomb. So how is it that stars show such remarkable stability? For this thermonuclear reaction to occur, the Sun requires no contribution from the space around it. The power comes from the sun itself. In this model, X-Rays generated in the Sun's thermonuclear core progressively lose energy and 'cool' by collisions as they gradually percolate outwards, taking millions of years to reach the "convection zone. In the convection zone the heated gases become turbulent and like hot air expanding and rising in the Earths atmosphere rush up to the surface as "convection currents," then fall back toward the radiative zone as they cool. It should be noted that no other known physical body transfers internal heat by radiation. In the below is a list of prominent attributes of the Sun. Every feature listed poses a problem the thermonuclear model cannot easily explain. But these features can be explained by another model. Neutrino deficiency, Neutrino variability, Solar wind, Neutrinos and solar wind, Photospheric jets or spicules, Solar chromospheres, Corona, Coronal holes, Differential rotation by latitude, Differential, rotation by depth, Equatorial plasma torus, Sunspots, Sunspot migration, Sunspot penumbra, Sunspot cycle, Magnetic field strength, Even surface magnetic field, Helioseismology, Solar density, Changing size In this model one could explore 4 key issues currently challenging the thermonuclear model of the Sun. We give an electric model explanation for each. 1.Temperature: why the spectacular increase in temperatures from the surface of the Sun outward to the corona? 2.Solar wind: why the rapid acceleration of the charged particles of the solar wind, up to millions of miles per hour away from the Sun? 3.Sunspots: why the mystifying Sunspot behavior? 4.Polar jets: why the peculiar polar jets?

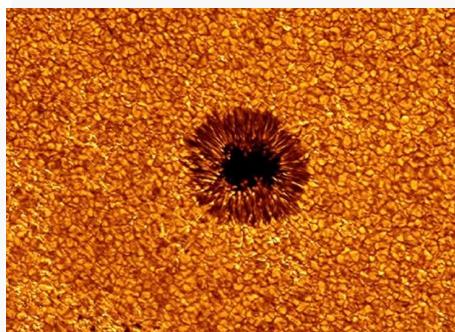


FIG. 1.

### I. INTRODUCTION

The visible "granulation" in the photosphere or surface of the Sun is said to be boiling gases as they rise, then cool. On the margins of the dark regions on the surface, called "sunspots," we see that the granules are the tops of rope-like structures rising from below. Solar physicists identify these structures as the convection currents that the thermonuclear model calls for. But the orderly structure and behavior of photosphere "granules" defy any notion of boiling hot gas. In fact the ropes of

the sunspot penumbra do not stop at the surface of the photosphere, but extend outward thousands of kilometers into a surrounding maze of filaments, all constrained by complex magnetic fields. These penumbra filaments bear no resemblance to any known form of convection in a hot gas. Standard concepts of simple heat transport do not seem to work when applied to sunspot activity. The above problematic sunspot anomaly is only one of countless anomalies now challenging the traditional concept of the self-powering thermonuclear sun. The very presence of sunspots is unexpected. Vast electrical currents stream across interstellar and intergalactic space. These cosmic "power lines" can be detected by the radio "hum" they emit. Where two neighboring intergalactic currents cross paths, they draw matter into a spiral vortex to form a spiral galaxy. The galaxy is lit by electric lights the stars strung along the current streams. Electric currents in space plasma can provide a new understanding of the Sun. The Suns surface is carpeted with complex magnetic fields. Only electricity can produce magnetic fields. Therefore, the Sun must be understood in terms of electric circuits. Where are these circuits? What creates them? And what sustains them? Traditionally, doubts about an electric sun have focused on a simplistic electrostatic model. It is well known that electrostatic charge could only sustain the Suns output for a brief moment.



FIG. 2.

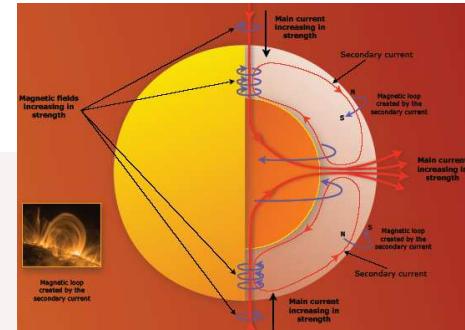


FIG. 4.

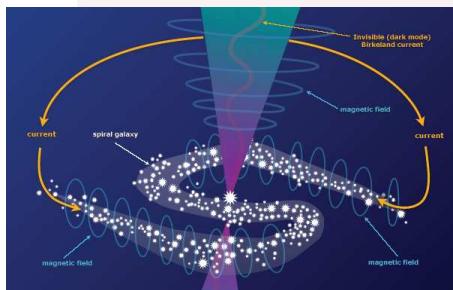


FIG. 3.

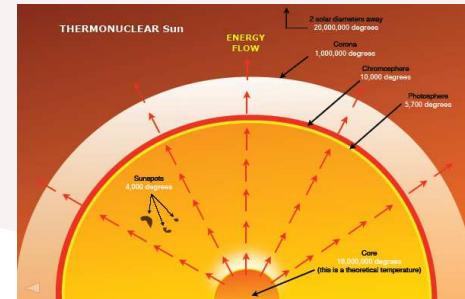


FIG. 5.

But Hannes Alfvén pointed out that the Sun and its environment must be understood in terms of electrodynamics and circuit theory. Electric current flows inward along the arms of the galaxy, generating an encircling magnetic field. The magnetic field confines and 'pinches' the galactic plasma into the magnificent spiral arms we see, lit by stars. The current, on reaching the galactic center, is stored in a compact plasmoid a donut-shaped electromagnetic plasma structure. The plasmoid occasionally releases its stored energy in jets along the spin axis, at which time it is called an active galactic nucleus. This plasmoid is typically hidden by surrounding dust. The thermonuclear model locates nuclear reactions in the core of the Sun. The electric model sees nuclear reactions occurring in the solar photosphere, where the current density is greatest. Here high-energy plasma discharge takes the form of innumerable tightly packed electrical tornadoes. In the laboratory they are called anode tufts. The nuclear reactions are powered by the true source of the Sun's energygalactic Birkeland currents. In its relationship to the galactic environment the Sun is the anode or positively charged body. The cathode in this electric exchange is not a specific object but rather a virtual cathode found at the heliosphereouter limit of the Sun's influence. On Earth, when a high-voltage power transmission line discharges into the surrounding air the noisy glow is called a corona discharge. Much the same phenomenon occurs in the corona discharge of the sun. There is no generally accepted explanation for sunspots or their

strange cyclical behavior in the thermonuclear model. The electric model proposes that the Sun's 'circuit' would look something like the diagram on the left. As the main current varies in strength, a transformer action occurs in the Sun to produce secondary currents which generate varying magnetic fields. In electrical terms this action will explain both the Sun's magnetic field reversal and the enigmatic behavior of sunspots.

## II. RESULTS AND DISCUSSION

Each of the four unresolved issues noted above came as a great surprise to solar physicists. But in the electric model these features are expected. For a thermonuclear Sun the power comes from the core reaction. The heat moves outwards. If so, the temperature should decrease as we move away from the source of heat. Instead, the temperature is at a minimum just above the photosphere (surface) and rises spectacularly in the corona and beyond. The energy to heat the electric Sun comes externally from the galaxy. The weak electric field in interplanetary space is concentrated most strongly above the surface of the Sun. Protons (positively charged particles) are accelerated away from the photosphere to collide with the thin atmosphere of the corona, heating it to a million degrees or more. Seen in these terms, the super-heated corona is a familiar glow discharge phenomenon recog-

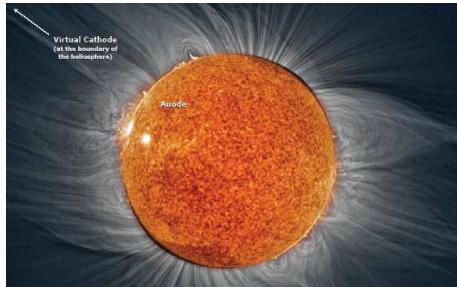


FIG. 6.

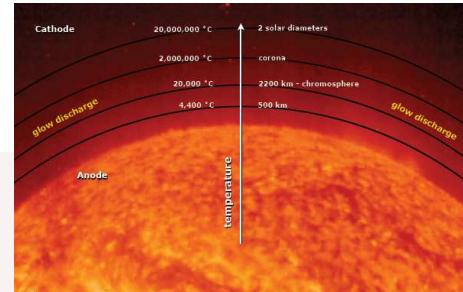


FIG. 8.

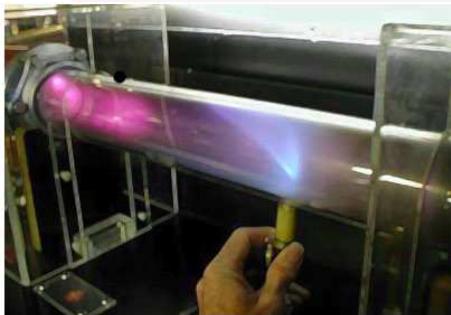


FIG. 7.

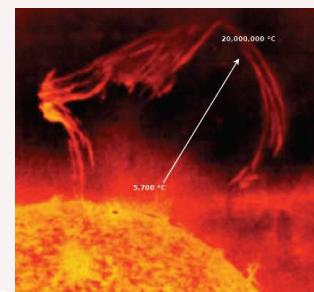


FIG. 9.

nized by high-voltage engineers. In the laboratory the glow discharge tube (figure 7) demonstrates how distinct plasma regions form between the anode and the cathode. The high resolution image of the solar corona highlights the paths of filamentary electric currents flowing between the photosphere and space.

The solar wind does not simply boil off the hot corona. The glow discharge of the electric Sun is visible in the corona and descends into the red anode glow of the chromosphere. Correspondingly, the highest particle energies are not at the photosphere (the Sun's visible surface) but above it. Far above it. At 2.8 million kilometers from the sun the temperature reaches 100 million degrees. This strange phenomenon of the reverse temperature gradient of the sun contradicts every original expectation of the thermonuclear model. But it is exactly what is expected in the electric model, and mirrors perfectly the glow discharge phenomenon observed in the laboratory. Solar wind: why the rapid acceleration of the charged particles of the solar wind, up to millions of miles per hour? If the high temperature of the corona could explain the acceleration of the solar wind we would expect cool red giant stars to have the weakest winds. But in fact they have the strongest. The Sun is not hot enough to boil off its atmosphere against its powerful gravitational attraction. Yet the particles of the solar wind defy the Sun's gravity, accelerating past Venus, Earth, and Mars. Since these particles are not miniature rocket ships, such acceleration is the last thing one should expect from a thermonu-

clear star. In the thermonuclear model the solar wind rushes out from the Sun, slows through the termination shock and finally halts at the heliopause. The interstellar medium (plasma) backs up to where a bow shock occurs. These are features of supersonic objects moving through air. In the electric model, a simple mechanical analogue does not apply. The Sun is an electrical body moving in an electrified environment. In the electric model the Sun and its planets are protected within a plasma sheath or cell (heliosphere), far beyond the outermost planets. Across the thin boundary of the heliospheric sheath there is a strong electric field. This field accelerates charged particles to speeds approaching the speed of light—they become cosmic rays. Cosmic rays thus give us a measure of the driving voltage of stars (tens of billions of volts). The intense electric field across the boundary sheath contrasts sharply with the electrical environment inside the sheath. Shielded within this cocoon the planets are subject only to a weak electric field, causing a steady drift of electrons toward the Sun. Across spacecraft dimensions of a few meters, the electric field is immeasurably weak. But in the immense volume of the heliosphere, it causes a drift of electrons that becomes a focused electric current sufficient to power the Sun. The Sun's plasma environment is shaped by powerful electromagnetic forces within a spiral arm of the Milky Way. Colliding gases play no more than a minor role. In the electric model the entire heliosphere lies at the core of an invisible hourglass shape, formed by the pinching of galactic currents. This feature

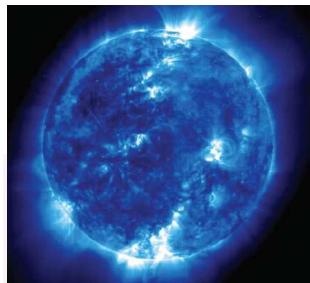


FIG. 10.

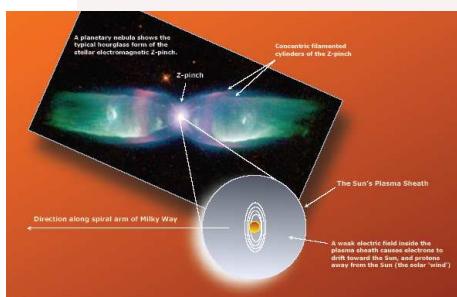


FIG. 11.

of the Sun's larger plasma domain is well illustrated in the laboratory by the Z-pinch, typical of high-energy electric discharge. The best visible example in space is provided by dusty planetary nebulae (figure 11). Without a source of internal heat to blow it up like a balloon the Sun would collapse under its own weight. The only long-lived source of heat is nuclear power. It must release extremely slowly or the Sun would explode. No experiment has tested the complex and unlikely theory. And the 15,000,000 K temperature cannot be measured. The thermonuclear model predicts ghostly neutrinos that can escape the Sun's core and swiftly reach the Earth. The expected neutrinos are largely missing. Rather than considering the thermonuclear model seriously threatened by this contradictory discovery, it was assumed that the problem had to lie with the neutrinos. In the electric model of the Sun, simple laboratory gas laws do not apply. The visible surface (photosphere) is a thin electrical discharge layer at the top of a plasma atmosphere—the continuous lightning that produces the shining sphere of the Sun. We do not know what the Sun is made from by simply measuring its gravity and volume, because the volume we measure is an electrical display and not the true size of the Sun. The Sun is much more than a neutral ball of hydrogen gas. Within its vast hydrogen atmosphere, there is a smaller, more dense body. The electric sun does not require the lethal radiation of an unstable internal hydrogen bomb. And it doesn't require internal heat to prevent gravitational collapse. All kinds of neutrinos come from the nuclear reactions in the photosphere. Sunspots are

a problem in the thermonuclear model. Their darkness, structure and behavior have required great ingenuity in attempts to explain them. Yet they remain mysterious. The strong magnetic fields of sunspots have long puzzled solar physicists. Theorists suggest that convection drives an internal dynamo, and that the Sun's higher speed of rotation at the equator winds up a magnetic field, forming flux tubes or tubular concentrations of the magnetic field. Occasionally a buoyant flux tube breaks through the photosphere to form a leading and trailing sunspot of opposite magnetic polarities. However, the magnetic fields generated by internal dynamo models do not match the magnetic field of the real Sun. An equatorial plasma current ring or torus surrounds the positively charged Sun. In the same way, a charged, magnetized sphere produces a torus in the plasma laboratory. Sunspots are dark regions where an electric discharge from the surrounding torus has displaced the bright photosphere. In fact, Kristian Birkeland's laboratory experiments replicated the solar torus and sunspots many decades before astronomers discovered magnetic field concentrations in the Sun's photosphere. Sunspots have strong magnetic fields. Lightning in the Earth's dense atmosphere is magnetically pinched by the current and follows an exceedingly thin path. Similarly, Birkeland currents compress and strengthen the Sun's ambient magnetic field by the pinch effect as they enter the solar atmosphere. One of the key questions about sunspots is how do sunspots remain intact with magnetic fields repelling each other? The answer is simple in the electric model. Parallel Birkeland current filaments attract each other until they are very close. Electric charge is then redistributed within each filament in such a way that they rotate around each other. The twisting motion gives rise to a repelling force between the filaments at close range so that sunspots maintain their integrity even in the process of coalescing. The electric model holds that nuclear reactions occur in the Sun's photosphere. The nuclear reactions produce neutrinos. As emerging sunspots reduce the area of electrical-discharge activity in the photosphere, declining neutrino counts are expected. Nuclear reactions in the Sun's core could have no plausible influence on sunspot numbers at the surface. Sunspot number is also directly related to solar wind acceleration. When the power to the Sun increases the sunspot number increases and the solar wind blows more strongly. In the cool margins of large sunspots we see structure and movement—corkscrewing penumbral filaments. There is no thermonuclear model of sunspot penumbrae. They are an enigma. If these filaments were due to convection, as the thermonuclear model proposes, temperatures at the deeper levels should be hotter than at the surface. But they are a thousand degrees cooler. Nor would convection currents produce the filamentary bridges seen in the image. The electric model views the penumbral filaments as electrical vortices, or tornadoes—a slow form of lightning discharge.

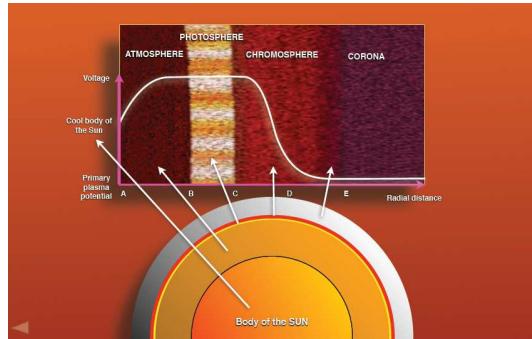


FIG. 12.

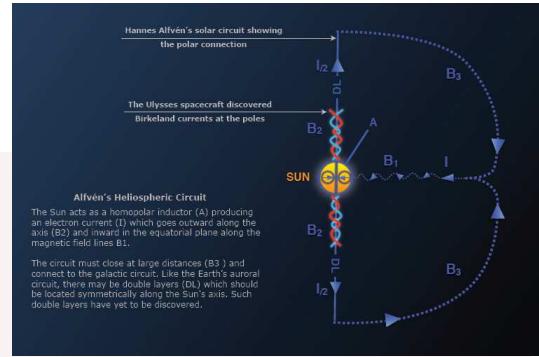


FIG. 13.

The enigmatic granulation of the visible surface of the Sun can thus be seen as the billowing tops of the solar tornadoes, flecked by ceaseless lightning. The intense electrical discharge producing these filaments is the true source of the Sun's nuclear reactions. Nuclear fusion is not hidden in the core of the Sun; it is a surface event, thus explaining the heavy elements (fusion byproducts) seen in the solar spectrum. X-rays are a measure of electrical activity, like sunspots. They change together. The Sun is connected to a galactic circuit which, like all circuits, is subject to resonant behavior that is, cyclical change. The origin of the sunspot cycle is not in the Sun, it is not on the Sun, it is beyond the solar system. Seen in x-rays over an 11-year period, the Sun is a variable x-ray star. How can this be when the heat and light from the Sun is constant to within a tenth of one percent? The answer is very important for it explains why most bright stars shine steadily. The Sun's thin photosphere exhibits a distinctive voltage curve (figure 12), suggesting that this plasma layer acts as a PNP transistor (a device used to control current flow), thus maintaining a steady heat and light output from the photosphere while the power input varies over the sunspot cycle. Positively charged protons will roll down the hills. So the photosphere (B-C) acts as a barrier to limit the Sun's power output. When it is breached we see gigantic mass ejections. Solar protons that reach the point (C) on the voltage curve accelerate down the waterfall and cause the turbulence at the bottom of the steep curve, which heats the million-degree corona. The Sun's polar jets are unexplained in the thermonuclear model. In the electric model the polar jets, together with the coronal holes, are regions where the current in the Sun's circuit is unhindered. The solar wind flows faster there, while the temperature is paradoxically lower because there are fewer particle collisions. The polar jets connect to the Sun's polar circuit, as defined by Hannes Alfvén (figure 13). The spiraling magnetic fields of the Birkeland currents in that circuit were discovered by the Ulysses spacecraft as it flew over the Sun's poles. The observed phenomena of the Sun contradict the thermonuclear fusion model. Scientists struggle to find ex-

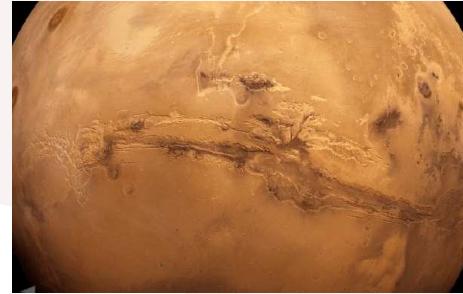


FIG. 14.

planations. These explanations often involve inventing theoretical new science-science that has yet to be tested or replicated in a laboratory. We have only given four examples above, but virtually all of the issues and solar attributes can be explained by the electric model, using well-established science that has been tested and replicated in laboratories. As astronomers and astrophysicists come to see the Sun in electrodynamic terms, a revolution in the sciences will surely follow. Is the Sun the center of an electric field strong enough to generate its energetic output? If so, then it will be necessary to consider the effect of this field on a comet as it speeds toward the Sun. Are comets discharging electrically to produce their remarkable displays? It also will be necessary to consider solar system history anew. In an earlier, electrically active phase of planetary evolution, what was the role of electricity in shaping enigmatic surface features? Additionally, our own planet's electrical connection to the Sun must be included in the expanding investigation. This electrical circuitry could well be a major contributor to climate change.

## تابع درخشندگی کهکشانها در چهار گروه کهکشانی کاندید فسیل

گوزلی اصل، قاسم<sup>۱</sup> خسروشاهی، حبیب<sup>۲</sup> محمدزاده جسور، داوود<sup>۱</sup> داریوش، علی اکبر<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> دانشگاه تبریز، دانشکده فیزیک، گروه اختتار فیزیک

<sup>۲</sup> مرکز تحقیقات فیزیک نظری و ریاضیت (رصدخانه ملی)

### چکیده

گروههای فسیلی، گروههای کهکشانی هستند که به خاطر حضور یک کهکشان غول بیضوی مانند درخشان ترین کهکشان خوشیه ( $BCG$ ) خودنمایی می‌کنند. عموماً این گروه‌ها با درخشندگی پرتو ایکس بیشتر از  $L_x \geq 10^{42} \text{ ergs}^{-1}$  و با اختلاف دو قدر (یا بیشتر) بین قدر ظاهری (عموماً باند قرمز) دو عضو درخشان اول و دوم، در داخل نصف شعاع ویریالی گروه شناخته می‌شوند. در این پژوهه تابع درخشندگی چهار گروه کهکشانی کاندید فسیل با آنالیز داده‌های بدست آمده از رصد محاسبه شده و دو پارامتر مهم تابع شکتر تعیین می‌گردد.

### مقدمه

گروه کهکشانی مجموعه‌ای از کهکشانهاست که توسط هاله‌ای از ماده تاریک احاطه شده است. کهکشانهای عضو بخاره نیروی جاذبه گرانشی متقابل بین شان و نیز بخاره حضور هاله‌ای از ماده تاریک به همدیگر مقید شده‌اند. یک گروه کهکشانی شامل  $N \leq 50$  عضو و دارای جرمی (با در نظر گرفتن ماده تاریک) در حدود  $M_{\odot} \sim 10^{12.5-14} h^{-1} M_{\odot}$  بوده و در یک ناحیه به قطر  $D \leq 1/5 h^{-1} \text{Mpc}$  جای گرفته است. از آنجا که شکل گیری و تحول اکثر کهکشانها در محیط گروههای کهکشانی اتفاق می‌افتد لذا مطالعه و شناخت گروههای کهکشانی حائز اهمیت است. این مطالعات و بررسی‌ها کمک می‌کند تاملهای مربوط به تشکیل و تحول کهکشانها در محیط‌های گوناگون و اثر آنها اصلاح و بهتر شوند. [۱]

گروههای کهکشانی بسته به اندازه، غنی بودن، توزیع سرعت، توزیع وریخت کهکشانهای عضو دارای انواع گوناگونی می‌باشند. اساساً گروههای کهکشانی به سه رده اصلی، یعنی گروه ضعیف (یا غنی)، گروه فشرده (یا غیر فشرده) و گروه فسیلی (یا غیر فسیلی) که از لحاظ ویژگیهای نوری و فیزیکی متفاوت هستند تقسیم می‌شوند. [۲] گروههای فسیلی، گروههای از کهکشانها هستند که به خاطر حضور یک کهکشان غول بیضوی درخشان در مرکزشان خودنمایی می‌کنند. عموماً این گروه‌ها با درخشندگی پرتو ایکس بیشتر از  $L_x < 10^{42} \text{ ergs}^{-1}$  و با دو قدر (یا بیشتر) اختلاف مابین قدر ظاهری (عموماً باند قرمز) دو عضو درخشان اول و دوم در داخل نصف شعاع ویریالی گروه شناخته می‌شوند. شبیه سازی‌های عددی سنتریوی را تصدیق می‌کنند که بنا به آن کهکشان غول بیضوی در مرکز گروه، بواسطه ادغام سایر کهکشانهای پر نور عضو گروه ایجاد شده است. گروههای فسیلی تاریخچه تحولی نسبتاً کاملی در مقایسه با سایر انواع گروهها دارند به عبارتی دیگر اینها سیستم‌های نسبتاً تحول یافته‌ای هستند. [۳] ما می‌توانیم فرایند‌های تحولی کهکشانی را به بواسطه مطالعه توزیع قدر کهکشانها (در هر باند نورستنجی) یا توزیع تعداد کهکشانها با درخشندگی‌های متفاوت که در یک حجمی معین از فضا وجود دارند بیاموزیم. تابع درخشندگی نحوه تغییرات تعداد نسبی کهکشانها را نسبت به درخشندگی اشان توصیف می‌کند. بررسی این توابع اطلاعات خیلی مفیدی را در کیهانشناسی و در ارتباط با افت و خیز چگالی اولیه، فرایند‌های مربوط به خلق و نابودی کهکشانها، فرایند‌های مربوط به تبدیل یک نوع کهکشان به سایر انواع آنها و فرایند‌هایی که تبدیل جرم به انرژی توصیف می‌کنند فراهم می‌آورد. شکل توابع درخشندگی در محیط‌های گوناگون (زمینه، گروه و خوشکهکشانی)

با همدیگر فرق دارند و هر محیطی تابع درخشندگی خاص خود را دارد. سهم انواع کهکشانهای مختلف (کهکشان نوع پیشین و پسین) در ساختار گروهها و خوشه‌های کهکشانی، می‌تواند با مطالعه شکل تابع درخشندگی گروهها و خوشه‌های کهکشانی (در انتقال به سرخ‌های متفاوت و مقایسه آنها) معین شود. تابع درخشندگی گروه‌های کهکشانی می‌تواند به عنوان یک شاخص از تحول کهکشان‌های عضو آن گروه‌ها باشد. تابع درخشندگی امکان دارد در اثر وجود پدیده‌هایی مانند آشفتگی در نیروهای کشندی، از هم پاشیدگی، اصطکاک دینامیکی، وادغام کهکشانها همانطوریکه در محیط گروههای کهکشانی با سرعت پخش کمتر انتظارشان می‌رود دچار تعديل و تغییر شود. [۲]

### رصد وداده‌های رصدی:

گروههای کهکشانی مورد مطالعه (جدول ۱) از مساحی PIGG dFGRS و از کاتالوگ LCO-100 با استفاده از تلسکوپ (اینج ۵۴/۲۰۰۷) و ماه می ۲۰۰۸ با استفاده از فیلتر WFC در سه فیلتر BVR رصد شده‌اند. داده کاهی و نورسنجی بر روی تصاویر به دست آمده با استفاده از نرم افزار IRAF انجام گردید.

### تابع درخشندگی ۴ گروه کهکشانی کاندید فسیل:

در سال ۱۹۷۶ شکتر تابعی را برای برازش توزیع درخشندگی کهکشانها در خوشه‌های آبل بکار برد. که نتیجه یک برازش فوق العاده شد که منجر به ارایه تابع زیر به عنوان تابع درخشندگی شکتر گردید: [۴]

$$\varphi(L)dL = \varphi^* \left( \frac{L}{L^*} \right)^\alpha e^{\left( \frac{L}{L^*} \right)} d\left( \frac{L}{L^*} \right) \quad (1)$$

این تابع بر حسب قدر مطلق بصورت زیر نوشته می‌شود:

$$\varphi(M)dM = (0.4 \times \ln(10)) \times \varphi^* \times 10^{0.4 \times (M^* - M)(1+\alpha)} \times \exp(-10^{0.4 \times (M^* - M)}) dM \quad (2)$$

در آن رابطه  $\Phi(L)$  متناسب با تعداد کهکشانهایی است که دارای درخشندگی در بازه‌ی  $(L, L+dL)$  هستند، همینطور  $\Phi(M)$  متناسب با تعداد کهکشانهایی است که دارای قدر مطلق در بازه‌ی  $(M, M+dM)$  می‌باشند. در تابع شکتر سه پارامتر مهم وجود دارند  $L^*$  یا  $M^*$ ،  $\varphi^*$  و  $\alpha$ .  $\Phi^*$  کمیتی است که تعداد کهکشانهای موجود در هر بازه قدری، نسبت به آن نرمالیزه می‌شود و از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\varphi^* = \int_{M_1}^{M_2} \varphi(M) dM \quad (3)$$

یا  $(L^*)$  قدر مطلق (یا درخشندگی) ناحیه جدایی کهکشانهای درخسان و کهکشانهای کوتوله کم نور است جایی که نمودار تابع درخشندگی خیز بر می‌دارد.  $\alpha$  کمیتی است که شب منحنی تابع درخشندگی را در نواحی کم نور نشان می‌دهد. بطور کلی از نظر ریاضی تابع شکتر دو بخش دارد، یک بخش آن مانند یک تابع توانی رفتار می‌کند و در نواحی با درخشندگی کمتر حاکم است ناحیه‌ای که  $L < L^*$  یعنی:

$$\varphi \propto L^\alpha \quad (4)$$

در این نواحی منحنی تابع درخشندگی متناسب با  $\alpha$  خیز (یا افت) می‌کند و  $\alpha$  معمولاً بین [۰.۵ - ۱.۵] تغییر می‌کند. بخش دیگر تابع فوق، قسمت نمایی آن است یعنی:

$$\varphi \propto e^{-L} \quad (5)$$

این بخش ازتابع شکتر توزیع کهکشانها با درخشنندگی بالا را توصیف می کند و در نواحی برقرار است که  $L^*$ . در این پروژه پس از داده کاهی و نورستنجی بر روی تصاویر به دست آمده در هر فیلتر کد سکسترکتور را اجرا کردیم البته لازم است قبل از اجرای برنامه برخی پارامترهای ورودی سکسترکتور از جمله MAG\_ZEROPOINT ، PIXEL\_SCALE و...را معین کرده آنها در فایل default.sex وارد کرد.با اجرای کد سکسترکتور پارامتر هایی که در فایل param.sex انتخاب شده اند برای تک تک اجرام استخراج شده محاسبه شده و در یک فایل خروجی برنامه بطور ماتریسی نمایان می گردد. class star یکی از پارامتر های مهمی است که مشخص می کند که شیء استخراج شده آیا ستاره است یا کهکشان.در این پروژه اجرام با class star پایین تر از ۰،۹۵ را کهکشان در نظر گرفتیم.با رسم نمودار هیستوگرام قدر کهکشانها در شکل(۱)، اجرام با قدر ظاهری خیلی بالا یا خیلی کم نور را از داده ها حذف کردیم.با استفاده از رابطه (۶) و (۷) شعاع ویریالی گروه ها و جرم آنها را محاسبه کردیم:[۵],[۶],[۷]

$$M_{Vir} = \frac{100 \times R_{Vir}^3 \times H^2(z)}{G} \quad (V) \quad R_{Vir} = \frac{\sqrt{3}}{10} \frac{\sigma_v}{H_0} MPc \quad (6)$$

نتایج در جدول (۱)آمده است.از آنجا که کهکشانهای عضو گروه در فاصله تقریباً یکسانی از زمین قرار دارند لذا انتظار می رود این اجرام دارای قرمز شدگی یا آبی شدگی (رنگ) مشابه ای باشند بنابر این در صورتی که گروه طیف سنجی نشده باشد می توان با رسم نمودار قدر-رنگ و برآش یک چند جمله ای خطی یا درجه اول برنمودار قدر - رنگ اجرام درخشنان  $m_{1+3}$  و تعیین بازه ای با درجه اطمینان ۹۹٪ تمامی اجرام داخل این بازه را به عنوان عضو احتمالی گروه در نظر گرفت. در این پروژه چند جمله درجه اول(البته در گروه ۲۸۶):

$$B - R = (-0.02711 \pm 0.08336) + (1.96067 \pm 1.30203) \quad (8)$$

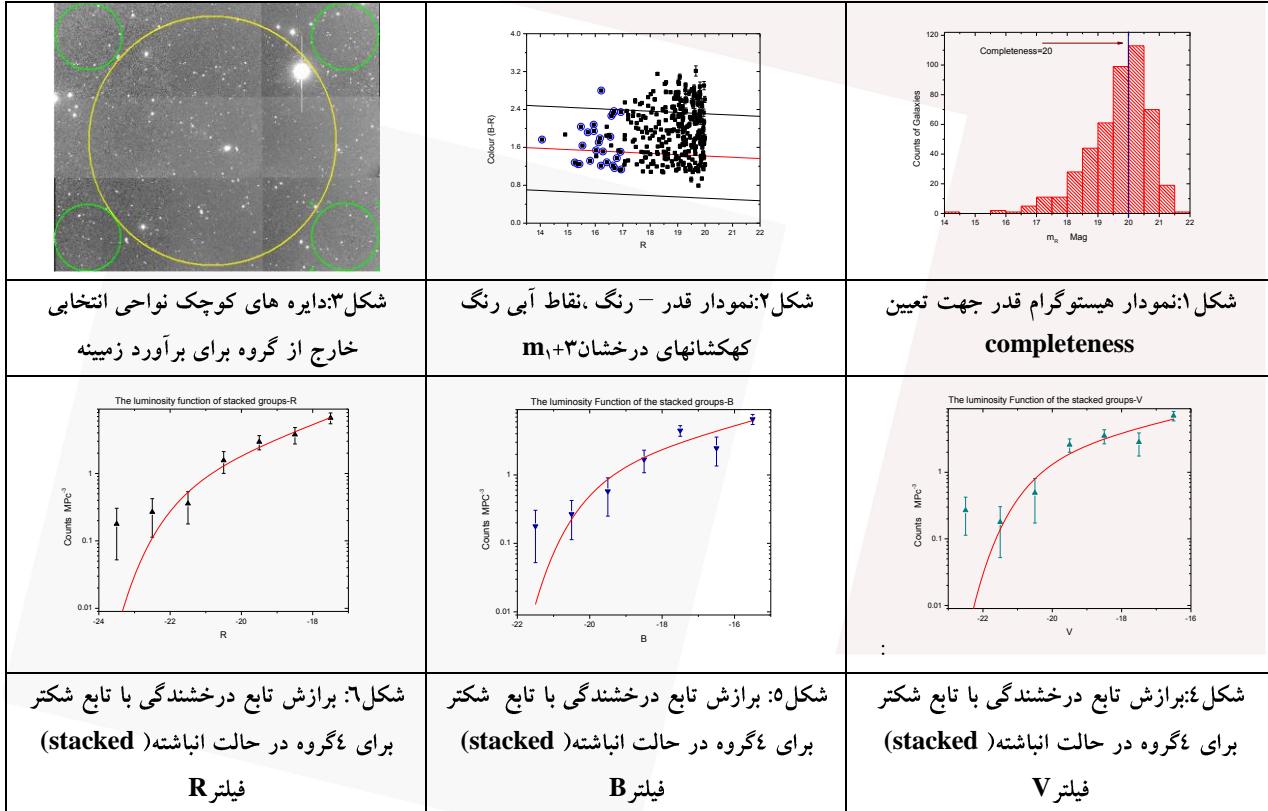
به عنوان بهترین برآش نمودار قدر - رنگ شکل (۲) محاسبه گردید. برای تمامی کهکشانهای عضو احتمالی و یا غیر عضو که در زمینه گروه قرار دارند تابع درخشنندگی را محاسبه کردیم برای اینکه کهکشانهای غیر عضو در گروه را حذف کنیم چهار ناحیه در خارج از شعاع ویریالی گروه، به قطر Arc Min و مطابق شکل (۳)انتخاب کردیم، سپس تابع درخشنندگی را برای این نواحی (که به نسبت حجم های گروه و نواحی انتخاب شده از زمینه نرمالیزه شده اند) بدست آورده، کهکشانهای موجود در زمینه (جلو و یا عقب) گروه را از بین های قدری متناظر گروه حذف کردیم. به این ترتیب توانستیم کهکشانهای عضو گروه را تعیین کرده تابع درخشنندگی کهکشانهای عضو گروه را محاسبه کنیم سپس تابع درخشنندگی شکتر را به آن برآش کردیم. این عمل برای تمامی گروهها و در همه فیلتر ها انجام شد که نتیجه در جدول (۱) آمده است.

### نتیجه گیری

شکل های تابع درخشنندگی گروههای مطالعه شده نشان می دهند که دو کهکشان درخشنان اول و دوم گروه ها که در داخل نصف شعاع ویریالی قرار دارند ۲ قدر با یکدیگر اختلاف قدر ظاهری دارند لذا از نظر اپتیکی می توان آنها را فسیل در نظر گرفت. همچنین شکل تابع درخشنندگی این گروهها نشان می دهند که آنها گروههای تحول یافته ای هستند و کهکشان غول بیضی گون درخشنان مرکزی به احتمال زیاد از ادغام کهکشانهای درخشنان گروه تشکیل یافته است. شکل تابع درخشنندگی نشان می دهد که این گروهها ضمن اینکه گروه فسیلی اند گروه ضعیف نیز محسوب می شوند لذا ما چهار گروه را با یکدیگر ادغام کرده تابع در خشنندگی را برای چهار گروه انباشته شده محاسبه کردیم

مقادیر پارامترهای  $\alpha$  و  $M^*$  تابع شکترکه از برآش توابع نمونه های مورد مطالعه بدست آمده اند در جدول(۱) آمده است.

برای اینکه اثر انتخاب اندازه بین قدر کهکشانها در نمودار تابع درخشندگی با تعداد عضو گروه را آزمایش کنیم حدود ۳۰۰۰ گروه بااعضای ۵۰,۷۵ و ۱۰۰ را بطور رندوم و با پارامترهای معین شکتر با استفاده از IRAF تولید کردیم سپس تابع درخشندگی را در دو حالت یکی با اندازه بین ۱ و دیگری با اندازه بین ۵، برای هر سه دسته گروه ۱۰۰۰ تایی محاسبه کردیم سپس تابع شکتر را برای آنها برآش نمودیم این آنالیز و مقایسه اندازه پارامترهای شکتر فرضی در تولید گروهها و اندازه پارامترهای تابع شکتر که از برآش به روی تابع درخشندگی گروهها در ۲ حالت ذکر شده به دست آمد نشان داد که انتخاب بین قدری با اندازه ۱ برای گروههای با تعداد عضو کمتر و اندازه بین قدری ۵، برای گروهها با جمعیت بالا مناسب می باشد. برای اینکه تمامی اعضای گروههای فیزیکی را مشخص کنیم لازم است این سیستم های کهکشانی به لحاظ دارا بودن کهکشانها کم نور > عمدها کوتوله < طیف سنجی شوند همچنین در ناحیه اشعه ایکس رصد شوند تا ضمن مطالعه روابط مقیاسی اشان به طور قطع به فیلی بودن اشان بپرسیم.



جدول ۱: نتایج حاصل از محاسبات و برآذش تابع درخشندگی ۴ گروه کهکشانی کاندید فیل

Group ID in zPIGG	Ra Deg	Dec Deg	z	Virial Radius Kpc.	$\sigma_v$ km/s	M <sub>Vir</sub>	$\alpha$		M*	
							Filter B	Filter R	Filter B	Filter R
۲۸۸۷	۴۸.۶۳۷۲۴	-۳۴.۱۲۷۸۷	۰.۰۷۷	۵۱۹.۶۱۵۲	۲۱۳	۱.۷۳۰۷۷E۱۲	-۱.۵۷۹۷۲ ±۰.۳۸۰۳۷	-۱.۵۸۴۳ ±۰.۰۱۸۶۲	-۲۰.۸۰۰ ±۰.۳۲۵۶	-۲۱.۹۷۹۸ ±۰.۹۲۸۴۰
۱۶۳۰	۴۰.۱۰۷۷۶۹	-۲۷.۱۱۷۸۲	۰.۰۵۶	۴۶۱.۰۶۷	۱۸۹	۱.۱۹۷۹۹E۱۲	-۱.۷۲۹۷۳ ±۱.۴	-۱.۴۳۴ ±۰.۰۵۲	-۲۱.۸۰۵۴۸ ±۱.۹۸۶۳	-۲۱.۸۲۳۲ ±۰.۸۷۱۶۰
۲۰۱۵	۳۳۳.۰۸۶۶	-۲۵.۳۰۷۵۷	۰.۰۶۲	۶۵۲.۷۸۸۲	۲۶۸	۲.۴۳۲۵۴E۱۲	-۱.۶۶۲۲ ±۰.۱۰۶۲۴	-۱.۷۸۴۸۸ ±۰.۲۰۴۶۴	-۲۱.۲۴۷۱۹ ±۰.۳۸۲۵۳	-۲۳.۰.۷۴۸۰۶
۱۴۰۴	۲۰.۶.۴۱۰۷	-۰.۰.۹۱۱۲	۰.۰۰۱	۵۳۱.۸۱۲	۲۱۸	۱.۸۳۰۰۴E۱۲	-۱.۱۲۰۴۹ ±۰.۴۶۱۸	-۱.۲۴۱۵۱ ±۰.۴۳۱۱	-۱۸.۳۴۸۸۸ ±۱.۳۲۲۰	-۱۹.۹۲۸۰۲± ۱.۱۴۴۱۶
Stacked groups							-۱.۳۵۹۹۳ ±۰.۲۲۸	-۱.۵۰۰۷۹ ±۰.۲۰۱۳۴	-۱۹.۹۳۹۲ ±۱.۰۹۲۰	-۲۱.۸۴۹۱۶ ±۱.۱۱۰۰۴

### منابع:

- [۱] Peter Schneider, *Extragalactic Astronomy and Cosmology*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg ۲۰۰۶
- [۲] Dariush, Aliakbar. ۲۰۰۸, *PhD. Thesis*, Astrophysics and Space Research Group School of Physics and Astronomy The University of Birmingham.
- [۳] P. Eigenthaler and W. W. Zeilinger, ۲۰۰۹, *Astron. Nachr. /AN* ۳۳۰, No. ۹/۱۰, ۹۷۸ – ۹۸۷
- [۴] Schechter, P. L., ۱۹۷۶, *ApJ*, ۲۰۳, ۲۹۷
- [۵] Croton, D.J., Springel, V., White, S.D.M., De Lucia, G., Frenk, C.S., Gao, L., Jenkins, A., Kauffmann, G., Navarro, J.F., Yoshida, N., ۲۰۰۶, *MNRAS*, ۳۶۰, ۱۱.
- [۶] Evrard, A.E., MacFarland, T.J., Couchman, H.M.P., Colberg, J.M., Yoshida, N., White, S.D.M., Jenkins, A., Frenk, C.S., Pearce, F.R., Peacock, J.A., Thomas, P.A., ۲۰۰۲, *ApJ*, 573, 1
- [۷] Saeed Tavasoli, Habib G. Khosroshahi, Ali Koohpaee, Hadi Rahmani, Jamshid Ghanbari, ۲۰۱۰, <http://arxiv.org/abs/1012.4816v1>

## ارزیابی مدل‌های هاله ماده تاریک با استفاده از منحنی دوران کهکشانی و مقایسه با

### موند

قاسمی، حامد<sup>۱</sup> حقی، حسین<sup>۲</sup> حسنی زنوزی، اکرم<sup>۳</sup>

<sup>۱,۲,۳</sup>دانشکده فیزیک دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان، جاده گاوازنگ، زنجان

### چکیده

در این مقاله یکتابع گذار خاص درنظریه موند را با منحنی‌های دوران کهکشانی بررسی می‌کنیم و نسبت‌های جرم به درخشندگی بدست آمده از طریق این تابع را با مدل‌های SPS مقایسه کرده و میزان تطبیق با این مدل‌ها را مشخص می‌نماییم. در بخش بعدی از این مقاله به بررسی مدل ماده تاریک NFW و بدست آوردن کمیت‌های کهکشانی مانند جرم و شعاع ساختار روشی و تاریک کهکشانها و روابط بین آنها می‌پردازیم.

### Abstract

We evaluate a new interpolating function in mond that have proposed by Zhao (2010) using the galactic rotation curves. We compare the mass to light ratios inferred by this interpolating function with SPS models, in the next part we assume a NFW halo as a dark matter component of baryonic mass and repeat the rotation curves analysis to obtain the parameters of NFW model. Finally we extract the correlations between luminous mass and dark mass of individual galaxies.

### مقدمه

ماده مرئی در کهکشان‌ها و خوشه‌های کهکشانی نمی‌تواند گرانش کافی برای توضیح حرکت دینامیکی آنها را تامین نماید. برای توجیه اختلاف بین جرم مشاهده شده و جرم محاسبه شده توسط دینامیک نیوتونی دو نظریه غالب مطرح می‌گردد که نظریه ماده تاریک و نظریه دینامیک یا گرانش تعیین یافته می‌باشد.

نظریه موند در توصیف پدیده‌های مختلف در مقیاس کهکشانی به موفقیت‌های قابل توجهی دست یافته است. همچنین توانایی بسیار خوبی در توصیف جزئیات منحنی دورانی کهکشان‌ها دارد. میلگروم بر پایه این تفکر که تغییر در قانون دوم نیوتون می‌تواند راه حل مسئله ماده تاریک باشد، نظریه موند را مطرح نمود. او ادعا نمود که مکانیک نیوتونی اعتبار خود را در شتاب‌های کمتر از شتاب مقیاس از دست می‌دهد [۱].

$$a_0 = 1.2 \times 10^{-10} \text{ (m s}^{-2}\text{)} \quad (1)$$

$$g_n = g \cdot \mu\left(\frac{x}{a_0}\right) \quad (2)$$

$$\mu(x) = 1, x \gg 1 \quad \mu(x) = x, x \ll 1 \quad (3)$$

در مورد شکل تابع گذار پیشنهادهای مختلفی در مقالات ارائه شده است [۲].

$$\mu_1(x) = \frac{x}{(1+x^2)^{\frac{1}{2}}} \quad (4)$$

$$\mu_2(x) = \frac{x}{(1+x)} \quad (5)$$

$$\mu_3(x) = \frac{(1+4x)^{\frac{1}{2}} - 1}{(1+4x)^{\frac{1}{2}} + 1} \quad (6)$$

**μ₄(x)** در رابطه زیر تابع گذاری می‌باشد [۳] که ما در این مقاله به بررسی آن می‌پردازیم.

$$\mu_4(x) = 1 - \frac{1}{(1+\frac{x}{3})^3} \quad (7)$$

**μ₄(x)** در رابطه (7) تابع گذاری می‌باشد که ما در این مقاله به بررسی آن می‌پردازیم.

اولین مرحله در بدست آوردن منحنی دوران برای کهکشان‌ها مشخص کردن شتاب نیوتونی ماده قابل مشاهده با استفاده از معادله پواسون کلاسیکی می‌باشد و سپس شتاب موثر از فرمول موند محاسبه می‌گردد. با این روش سرعت ماده باریونیک بر حسب فاصله از مرکز کهکشان بدست می‌آید. کمیت  $\chi^2$  را به این صورت حساب کرده [۴]:

$$\chi^2 = \frac{1}{N} \sum \frac{(v_{\text{theory}}^i - v_{\text{obs}}^i)^2}{\sigma_i^2} \quad (8)$$

که  $\sigma_i^2$  عدم قطعیت مشاهده شده در اندازه‌گیری سرعت‌های دورانی می‌باشد. نسبت جرم ستاره‌ای کهکشان ( $M_*/L$ ) به درخشنندگی را برای  $\chi^2$  کمینه بدست می‌آوریم که در شکل (۲) قابل مشاهده است. نسبت جرم ستاره‌ای به درخشنندگی یکی از پارامترهای مهم در اختفیزیک کهکشانی است. به کمک این پارامتر می‌توان خواص نورسنجی سیستم را به خواص دینامیکی مربوط ساخت. برای اینکه میزان تطبیق نسبت‌های جرم ستاره‌ای به درخشنندگی را با واقعیت‌های موجود محک بزنیم، همبستگی  $M_*/L$  بدست آمده با رنگ را با مدل‌های ترکیب ستاره‌ای SPS مقایسه می‌کنیم [۵]. مدل‌های SPS یک رابطه خطی بین  $M_*/L$  و رنگ را نشان می‌دهند و نمودار مربوط به این تابع گذار مطابق شکل (۱) می‌باشد که شیب این خط  $1/717$  و عرض از مبدأ آن  $0.81$  می‌باشد. مطابق رابطه (۹) شیب خط در مدل‌های مختلف SPS یکسان می‌باشد. ولی عرض از مبدأهای آن‌ها متفاوت است.

$$\log(M_*/L) = 1.74(B-V) - 0.94 \quad (9)$$

در مدل سالیپتر استاندارد، کروپا و بوتما باید عرض از مبدأ معادله بالا به ترتیب به اندازه  $-0.15$ ،  $0.15$  و  $-0.35$  در مقیاس لگاریتمی جابجا می‌شود.

گرانش نیوتونی به همراه ماده تاریک

در این مدل گرانش نیوتونی است. برای توصیف تخت شدگی در منحنی دورانی هاله‌ای از ماده تاریک را به دور کهکشان‌ها باید در نظر گرفت. ما در اینجا یکی از مطرح ترین مدل‌ها یعنی مدل هاله‌ی NFW را در نظر می‌گیریم. توزیع چگالی ماده تاریک در این مدل عبارت است:

$$\rho_{nfw} = \frac{\rho_s}{\left(\frac{r}{r_s}\right) \left(1 + \frac{r}{r_s}\right)^2} \quad (10)$$

شتاب گرانشی ناشی از آن به صورت زیر بدست می‌آید:

$$g_{nfw} = 4\pi G r_s \rho_s \left(\frac{r_s}{r}\right)^2 \left[ \ln \left(1 + \frac{r}{r_s}\right) - \frac{\frac{r}{r_s}}{\left(1 + \frac{r}{r_s}\right)} \right] \quad (11)$$

که پارامترهای  $r_s$ ,  $\rho_s$  شعاع و چگالی مشخص‌کننده هاله‌ی NFW می‌باشند و مقدار آنها از هاله‌ای به هاله دیگر تغییر می‌کنند. پارامترهای  $r_s$ ,  $\rho_s$  با هم مرتبط می‌باشند.

$$\rho_s = \frac{200}{3} \frac{c^3}{\ln(1+c) - \frac{c}{(1+c)}} \rho_c \quad (12)$$

$$c = 13.6 \left(\frac{M_{vir}}{10^{11} M_\odot}\right)^{-0.13} \quad (13)$$

$$r_s = 8.8 \left(\frac{M_{vir}}{10^{11} M_\odot}\right)^{0.46} kpc \quad (14)$$

بنابراین می‌توان مشاهده کرد هاله ماده تاریک در مدل NFW، تنها با یک پارامتر آزاد مشخص می‌شود. در اینجا پارامتر تمرکز نام دارد، به‌طوری‌که هرچه مقدار آن بزرگ‌تر باشد، در نواحی داخلی‌تر ساختار، تمرکز جرمی بیشتری است.  $M_{vir}$  جرم ویریالی ساختار و  $\rho_s$  چگالی بحرانی عالم است به گونه‌ای که برای چگالی‌های بزرگ‌تر از  $\rho_s$ ، جهان بسته و برای چگالی‌های کوچک‌تر از  $\rho_s$  جهان باز خواهیم داشت.

$$\rho_c = \frac{3H_0^2}{8\pi G} = 10^{-26} kg/m^3 \quad (15)$$

مطابق شکل منحنی‌های  $M_{vir}/L$  بر حسب رنگ در مدل NFW تطابق خوبی با مدل‌های SPS ندارد. با استفاده از برنامه‌نویسی کمیت‌های مربوط به این مدل را مطابق جدول (۱) به‌دست می‌آوریم.

نتیجه‌گیری

- تابع گذار  $\mu_4(x)$  که ما در این مقاله به بررسی آن می‌پردازیم به خوبی با منحنی های دوران ناشی از کهکشان‌ها سازگار می‌باشد و منحنی های  $M_e/L$  بدست آمده از طریق این تابع گذار بر حسب رنگ  $(B-V)$ ، به خوبی با مدل‌های SPS سازگار است.
- در مطالعه مدل NFW با مقایسه لگاریتم کمیت‌های  $M_g$ ،  $M_d$ ،  $M_{vir}$ ،  $M_d + M_g$  و  $R$  مطابق شکل شماره (۳) مشاهده می‌کنیم که رابطه خاصی بین این کمیات وجود دارد.

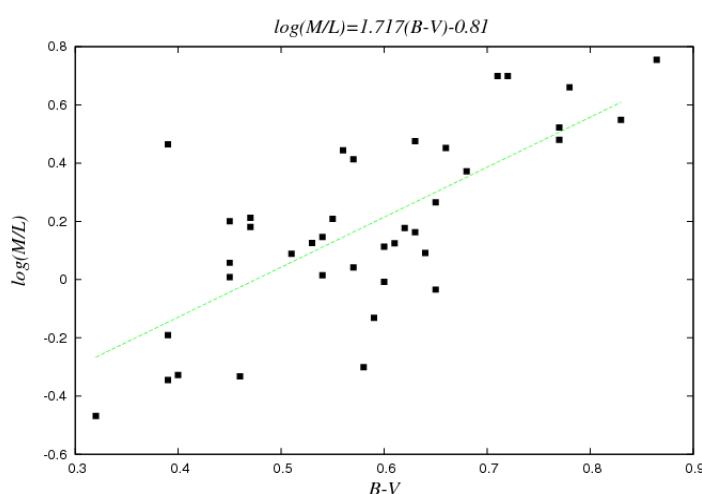
### مرجع‌ها

1. K. G. Begeman, A. H. Broeils and R. H. Sanders, **Extended rotation curves of spiral galaxies: dark haloed and modified dynamics**, Mon. Not. R. astr. (1991) 249, 523-537
2. R. H. Sanders and M. A. W. Verheijen , **Rotation curves of ursa major galaxies in the context of modified newtonian dynamics**, The Astrophysical Journal, 503: 97-108, 1998 August 10
3. H. S. Zhao and B. Famaey, **Refining the mond interpolating function and TeVeS lagrangian**, The Astrophysical Journal, 638: 112, 2006 February 10
4. Akram Hasani Zonoozi, Hosein Haghi, **The distinguishing factor for gravity models: stellar population**, arXiv: 1009. 2165v2 [astro-ph. GA] 14 Sep 2010
5. W. J. G. De Blok and S. S. McGough, **Testing modified newtonian dynamics with low surface brightness galaxies: Rotation curve fits**, The Astrophysical Journal, 508: 132- 140, 1998 November 20

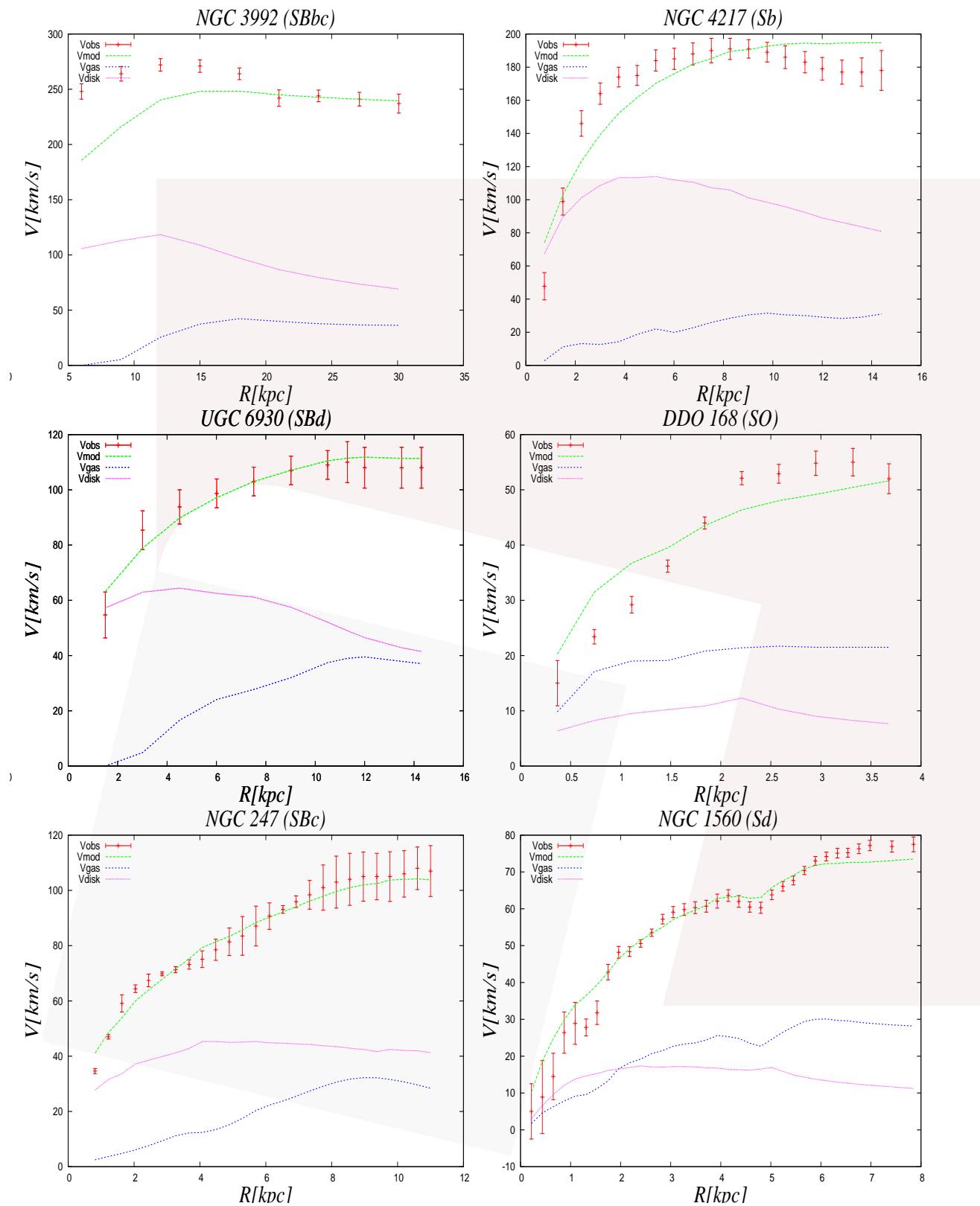
Galaxy	Mvir	Md	R	Mg	Mg+Md
NGC 300 (Sc)	4.7	0.33	7.97	0.034	0.364
NGC 3726 (SBc)	22.2	4.489	13.8	0.82	5.309
NGC 3769 (SBb)	10.3	0.457	9.2	0.61	1.067
NGC 3877 (Sc)	26.7	2.54	9.77	0.15	2.69
NGC 3893 (Sc)	36.9	3.15	9.39	0.61	3.76
NGC 3953 (SBbc)	64.9	6.5	13.5	0.33	6.83
NGC 3972 (Sbc)	39.5	0.081	7.51	0.12	0.201
NGC 3992 (SBbc)	67.7	11.93	15	0.82	12.75
NGC 4013 (sb)	28.8	3.35	9.74	0.37	3.72
NGC 4051 (SBbc)	27.2	1.745	10.5	0.23	1.975
NGC 4085 (Sc)	97.7	0.2	5.34	0.5	0.7
NGC 4100 (Sbc)	50.3	2.86	7.51	0.41	3.27
NGC 4138 (Sa)	14.7	2.383	6.76	0.13	2.513
NGC 4157 (Sb)	31.2	3.579	15	0.94	4.519
NGC 4217 (Sb)	45.4	2.77	11.3	0.26	3.03
NGC 4389 (SBbc)	8.2	0.06	4.5	0.3	0.36
NGC 5585 (SBcd)	3.5	0.024	6.63	0.28	0.304
NGC 6946 (SABcd)	23.9	1.67	14.7	2.33	4
NGC 7793 (Scd)	4.3	0.324	4.51	0.12	0.444
UGC 6399 (Sm)	4	0.024	6.74	0.06	0.084
UGC 6973 (Sab)	202	0.97	3.1	0.12	1.09

NGC 801b (Sc)	70.1	2.798	31.4	4.47	7.268
NGC 2998b (SBc)	49.9	12.8	27	3.81	16.61
NGC 5371b (S(B)b)	44.5	5.8	19.8	1.31	7.11
NGC 5533b (Sab)	85.6	1.81	49	3.25	5.06
NGC 5907b (Sc)	47.6	5.34	19.2	1.61	6.95
NGC 6674b (SBb)	83.8	1.93	35.9	3.19	5.12
UGC 2885b (Sbc)	136.4	20	53.5	10.95	30.95
DDO 168 (SO)	0.3	0.0028	2.21	0.03	0.0328
NGC 247 (SBc)	4.1	0.004	11	0.2	0.204
NGC 3917 (Scd)	26.6	0.275	11.3	0.23	0.505
NGC 4010 (SBd)	19.9	0.072	9.2	0.19	0.262
NGC 4183 (Sa)	7.1	0.368	10.6	0.42	0.788
UGC 128 (Sdm)	12.2	0.105	24.6	1.29	1.395
UGC 6446 (Sd)	2.5	0.025	8.27	0.37	0.395
UGC 6667 (Scd)	3.6	0.25	6.7	0.07	0.32
UGC 6917 (SBd)	10.4	0.047	9.02	0.17	0.217
UGC 6923 (Sdm)	4.1	0.017	4.44	0.059	0.076
UGC 6930 (SBd)	7.5	0.112	9.02	0.43	0.542
UGC 6983 (SBcd)	6.1	0.414	9.02	0.4	0.814
UGC 7089 (Sdm)	0.1	0.439	7.89	0.09	0.529

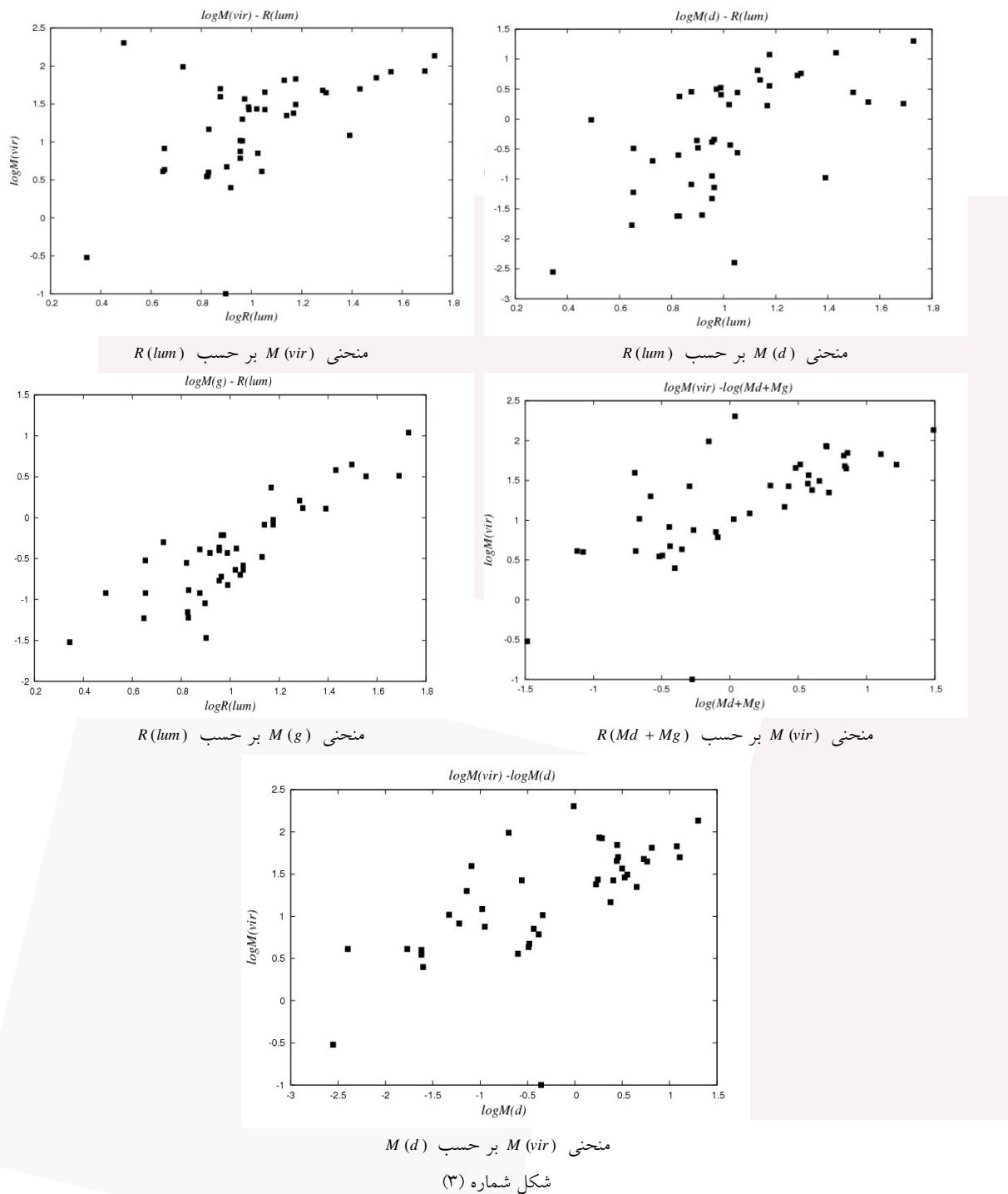
جدول شماره (۱)



شکل شماره (۱) : منحنی (M / L) بر حسب رنگ (B - V) برای کهکشانهای فهرست شده در جدول شماره ۱



شکل شماره (۲) : منحنی دوران کهکشانی که نقطه‌های به همراه نوارخط، اطلاعات مشاهده شده را نشان می‌دهد. منحنی نقطه-خط چین صورتی منحنی سرعت ستاره‌ای می‌باشد. منحنی نقطه چین آبی منحنی سرعت گازی و منحنی نقطه چین سبز منحنی رسم شده باتابع موند  $\mu_4(x)$  رسم شده است.



شکل شماره (۳)

## A Photometric study of the high amplitude Delta Scuti AE Ursae Majoris

S.Hojjatpanah<sup>1</sup>, A.Jamasb<sup>1</sup> and N.Riazi<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Department of Physics, Biruni Observatory, Shiraz University, P.O.Box 71454, Shiraz, Iran

We present the photometric measurement of the high amplitude and short period Delta Scuti star, AE UMa, using Biruni Observatory's 11 inches robotic telescope. We identified six new times of maxima and from a Fourier analysis we determined the fundamental frequencies as  $F_0 = 11.625608 \pm 000021$  (1/d),  $F_1 = 15.03691 \pm 000034$  (1/d) and the equation for time maximum as  $HJD = 2450485.8791 + 0.08601025E$ . The results have been compared with the existing data and the previous observations.

PACS numbers: 05.10.-a ,05.10.Gg, 98.70.Vc

### I. INTRODUCTION

First Delta Scuti star was observed by Wright in 1900. These kinds of stars are pulsating variables of spectral types A to early F with luminosity classes V to III. They pulsate in radial and nonradial p (and possibly also g) modes with periods between about 30 minutes to 8 hours and photometric amplitudes less than 1 magnitude. After white dwarfs, they are one of the most abundant pulsating variables in our Galaxy. The variability of the prototype of these kind of stars was discovered by Fath (1935). Smith (1955) called these objects "Dwarf Cepheids" because they seemed to be different from RR Lyrae stars. Since this difference is mainly phenomenological, Breger (1979, 1980) suggested to call all these objects "Delta Scuti stars".

AE Ursae Majoris (R.A.=09h36m53.17s, DEC. =  $+44^{\circ} 04' 00.5''$ ) with a visual magnitude of 10.86 was first reported as a variable by Geyer (1955). The star was observed by Tsesevich (1956) and Filatov (1960) visually but neither could determine the type of variability. In 1973, Tsesevich classified it as a dwarf cepheid and extensive studies were contributed by several authors (Szeidl (1974), Broglia and Conconi (1975), Braune et al. (1979)). Rodriguez et al. (1992) published eight nights of photometry on AE UMa.

In the GCVS and Garcia AE UMa is listed as SX Phoenicis star. Hintz et al. (1997) determined a relation between the period ratio of multi periodic stars and [Fe/H] value. He investigated the star in more details and published ten new accurate times of maximum from CCD photometry. Hintz et al. (1997) provided strong evidence that AE UMa is not a SX Phe and showed that it is a normal population I, high amplitude delta scuti star. Finally B.Szeidl (Com In Astroseismology vol. 140, 2001) classified the AE UMa as a Delta Scuti variable star and reported some of ITS astrophysical parameters.

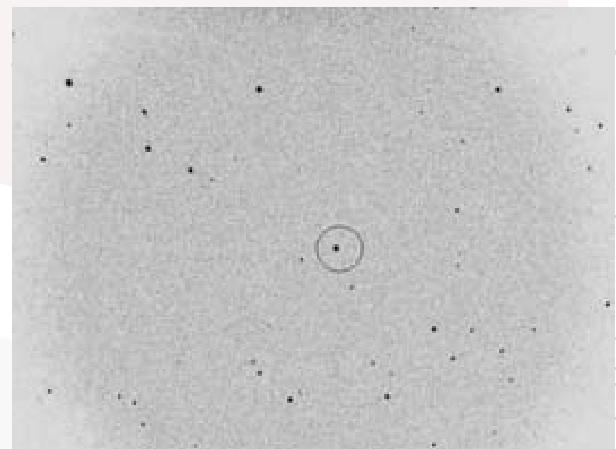


FIG. 1. AE UMa field of view in our image

### II. OBSERVATION

The observations were carried out during November and December 2010. We had 16 successful nights of photometry and 15 thousands of FITS images were taken. We used the 11 inches, Schmit-Cassagrian robotic telescope of Biruni Observatory at Shiraz University with focal reducer. We also used monochrome DSI with Johnson standard filters UBVRI as detector.

A cooling system was designed to reduce the noises caused by high temperature of detector.

The exposure times were 10-20 seconds and data were taken for six hours each night Dark, BIAS and Flat-field also were taken for standard data reduction.

### III. REDUCTION AND ANALYSIS

We mainly used IRIS and MaximDL astronomical software for data reduction; we use standard method for reduction using Dark, BIAS and Flat-field. We use Aperture photometry techniques for analyzing of images and

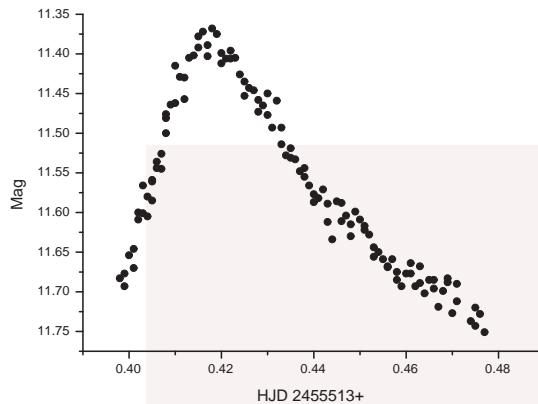


FIG. 2. A maxima in V light curve of AE UMa for JD 2455513.

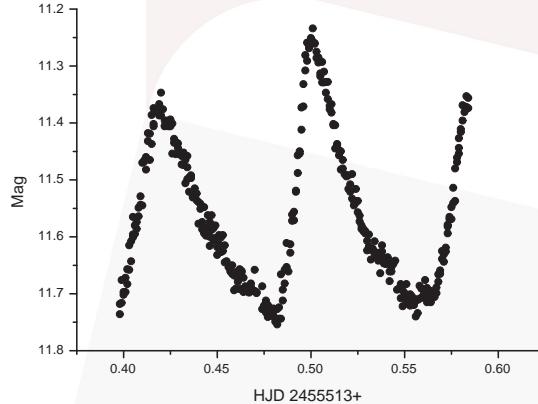


FIG. 3. V light curve of AE UMa for JD 2455513.

drive light curve (Fig.3). We chose GSC 2998-1249 as comparison star and the photometry was done for all the stars in FOV (Fig.1), for detecting possible new variable or specific events. The observation corrected for atmospheric extinction along with the helioceb=nteric julian date.

The light curves of AE UMa have the typical asymmetrical shape of the large amplitude and shape of its light curve makes the determination of the times of light maximum difficult (Fig.2).

The observations near the top of the light curve were fitted with specific parabola function in using Origin software . The results, of course, depend on how many data points were involved in the calculation.

We found the times of maximum after completing the light curves and image reductions. Because of different widths peak, we used two different functions to fit the light curves which were considered in previous studies.

	<i>M.D.Pócsetal(2001)</i>	<i>OurObservation</i>
<i>F0</i>	$11.625598 \pm 0.000026$ (1/d)	$11.625607 \pm 0.000014$ (1/d)
<i>F1</i>	$15.03109 \pm 0.00020$ (1/d)	$15.031192 \pm 0.00013$ (1/d)

TABLE I. The first and overtone frequencies

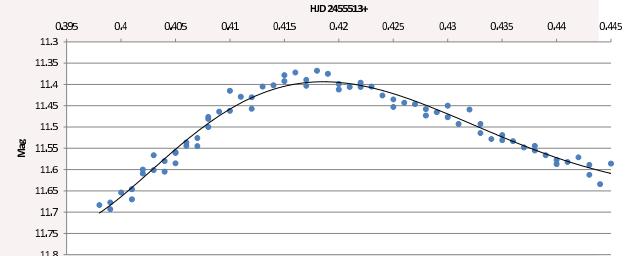


FIG. 4. The best fit for determined time of maxima, 2455513.

#### IV. CONCLUSION

Hintz et al. (2001) have reported the following time of maximum:

$$\text{HJD}=2442062.5823+0.08601682\text{E.} \quad (1)$$

From our investigation, we report the following time of maximum:

$$\text{HJD}=2450485.8791+0.08601025\text{E.} \quad (2)$$

Which is consistent with Hintz et al. (2001), within  $\pm 0.00001$  days.

We performed a Fourier decomposition of the light curve. we used Perid04 and FAMIAS (software package FAMIAS developed in the framework of the FP6 European Coordination Action HELAS (<http://www.helas-eu.org/>)) software and determined the fundamental and first overtones as following;  $F0=11.625608 \pm 0000021$  (1/d),  $F1=15.03691 \pm 000034$  (1/d).

The results of the decomposition are presented in table(1) where we have compared our result with M. D. Pócs et al. (2001) analysis.

**Acknowledgements** We would like to thank Mr. Pouria Zangi who helped us with some of the observations.

- 
- [1] Braune , W . , and Mundry, E. 1982, BAV Mitt. Nr., 34.
  - [2] Breger, M 1990a, A&A, 240, 308 Breger, M. 1990b, in Confrontation between Stellar Pulsation and Evolution,ed . C Cacciari, and G. Clementini
  - [3] Breger, M 1993, in New Perspectives on Stellar Puls-

tion and Pulsating stars, ed. J. M. Nemec, and J. m. Matthews, IAU Coll. 139 ( Cambridge Univ. Press), 135

- [4] Breger . M 1999, NewAstron. Rev., 43, 441
- [5] Breger, M & Pamyatnykh, A. A.1998, A&A,332, 958
- [6] Broglia, P. & Conconi, P. 1975, A&AS, 22,243
- [7] Eric G Hintz, Maureen L. Hintz, & Michael D. Joner, Publication of Astronomical Society of Pacific,1997, 109, 1073-1076
- [8] Foster, G.,Astronomical Journal,1995, 109, 1889-1902
- [9] Filatov, G. S. 1960, Astron. Tsirk., No.215
- [10] Garcia, J R., Cebral, J. R., Scoccimarro, ER., et al. 1995 A&AS, 109,201
- [11] Garrido, R., and Rodriguez, E. 1996, MNRAS, 281, 696
- [12] Geyer, E., Kippenhahn, R., and Strohmeier, W. 1955, Kleine Veroff. Bamberg, No. 11
- [13] Pócs, M. D., Szeidl, B., 2001,A&A, 368, 880-887
- [14] Paparo, M ., Sterken, C., Spoon, H. W .W .,& Birch, P. V 1996 , AandA, 315,400
- [15] Rodriguez, E., Rolland, A., Lopez de Coca, P., Garcia-Lobo, E., & Sedano, J. L. 1992, A&AS, 93, 189
- [16] Rodriguez, E., Lopez de Coca, PP., Costa, V., and Martin, S. 1995, A&A, 299, 108
- [17] Rodriguez, R., Rolland, A., Lopez-Gonzalez, M. J., & Costa, V. 1998, A&A, 389, 905
- [18] Szeidl, B. 1974, IBVS, No. 903
- [19] Szeidl, B., & Viraghalmay, G. 2000, Commun. Konkoly Obs., No. 98
- [20] Tsesevich, V. P. 1956, Astron. Tsirk., No.170
- [21] Tsesevich, V. P. 1973, Astron. Tsirk., No. 775
- [22] Zima, W., 2008, Communications in Asteroseismology, 155
- [23] Zhou A.-Y.,2001, A&A, 374, 235-242

## بررسی اثر پارامترهای جوی بر بهمن‌های گستردۀ هوایی

مهدی خاکیان قمی، مهدی شهریاری

دانشگاه صنعتی امیرکبیر

### چکیده

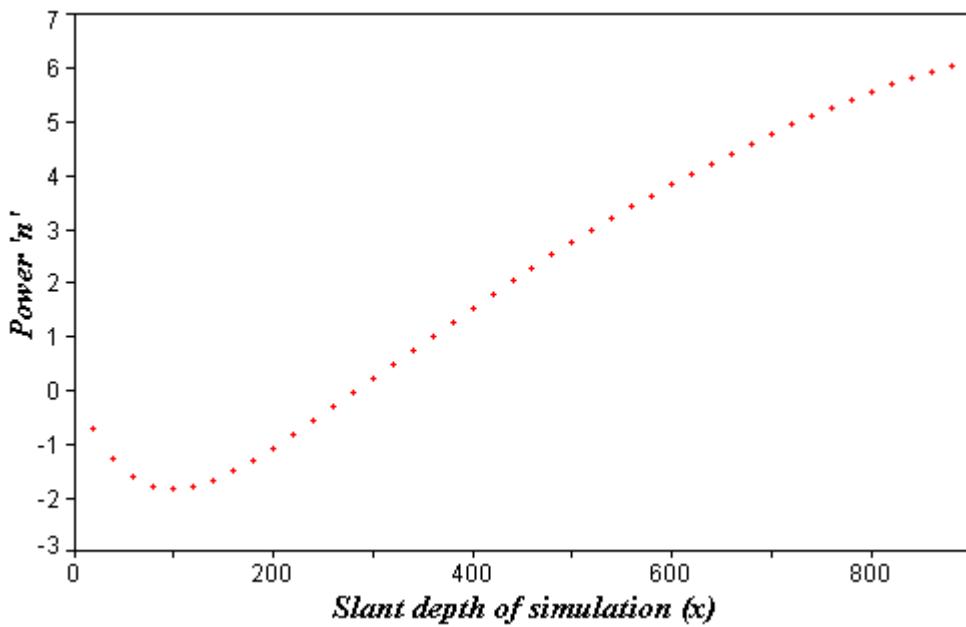
جو زمین بستر تشکیل بهمن‌های گستردۀ هوایی است. بنابراین در این کار اثرات پارامترهای جوی بر این بهمن‌ها بررسی شد. پس از بررسی اثرات مختلف دیده شد که عمده‌ترین اثر مستقیم ناشی از اثر فشار جو است. با برآوردن تابع  $f(\theta) = a \sin \theta \cos^n \theta$  روی توزیع سرسوی بهمن‌ها، توان  $n$  محاسبه شده که نمایه‌ای از ضخامت جو است. در این بررسی مشاهده کردیم که با افزایش فشار هوا این توان افزایش و با کاهش فشار هوا این توان کاهش می‌یابد، که نشان از تاثیر فشار هوا بر ضخامت جو دارد. همچنین اثر پارامترهای دیگر نیز بررسی شد که به دلیل بالا بودن خطای آزمایش‌ها این پارامترها تاثیر قابل مشاهده‌ای ندارند.

### مقدمه

بهمن‌های هوایی مجموعه‌ی ذرات باردار پر انرژی هستند که از یک ذره‌ی اولیه تولید شده و همزمان به سطح زمین می‌رسند. این بهمن‌ها در جو و عمدتاً ناشی از برخورد ذرات پر انرژی با هسته‌های  $N, O, Ar$  تشکیل می‌شوند. بنابراین انتظار داریم پارامترهایی که خواص این عناصر و یا توزیع و رفتار این هسته‌ها را تغییر می‌دهند بهمن هوایی مذکور را تحت تاثیر قرار داده و آهنگ تشکیل آن را متفاوت سازند. از طرفی چگالی جو زمین یک توزیع نمایی به صورت  $\rho = \rho_0 e^{-h/h_0}$  دارد که  $h_0 = 8.4 km$  ارتفاع موثر جو و  $\rho_0 = 1.21 kg/m^3$  چگالی جو در سطح دریاست. بنابراین توسعه‌ی طولی بهمن در پایین‌ترین ارتفاعات و در نزدیکی سطح زمین بیشترین گسترش را دارد. خوشبختانه داده‌های هواشناسی نیز در سطح زمین ثبت می‌شوند، بنابراین اطلاعات ما از آنها در نزدیکی موثرترین نقاط گسترش بهمن خواهد بود. لذا انتظار داریم که تاثیرات ناشی از اثرات جوی را بتوانیم بر آهنگ ثبت بهمن‌های هوایی بینیم. بنابراین به جمع آوری داده‌های بهمن‌های هوایی در رصدخانه‌ی البرز واقع در دانشگاه صنعتی شریف مباردت ورزیده و همچنین داده‌های همزمان آن را از ایستگاه دیده‌بانی هواشناسی فرودگاه مهرآباد دریافت کردیم. در ادامه به بررسی همزمان این اثرات پرداختیم و دیدیم که پیش‌بینی ما تا حدی که دقت نتایج بهمن‌های ثبت شده اجازه می‌داد درست است.

### اثر ضخامت جو بر بهمن‌های هوایی

از توزیع سرسوی بهمن‌های هوایی مشاهده می‌شود که این توزیع با تابع  $f(\theta) = a \sin \theta \cos^n \theta$  سازگاری دارد. این ضخامت باعث می‌شود که بهمن‌ها اصطلاحاً پیرتر شده و احتمال آشکارسازی آنها کاهش یابد، پس با افزایش زاویه‌ی سرسوی تعداد بهمن‌های ثبت شده کمتر خواهد شد. همچنین در یک شبیه سازی انجام شده از بهمن‌های هوایی با شبیه سازی  $259700$  بهمن هوایی در بازه‌ی انرژی  $50$  تا  $TeV$  دیدیم که با افزایش ارتفاع ضخامت جو (بر حسب  $gr/cm^2$ ) توان  $n$  تابعیت زیر را خواهد یافت (شکل ۱).



شکل ۱: تغییرات توان  $n$  ناشی از تغییرات ضخامت جو

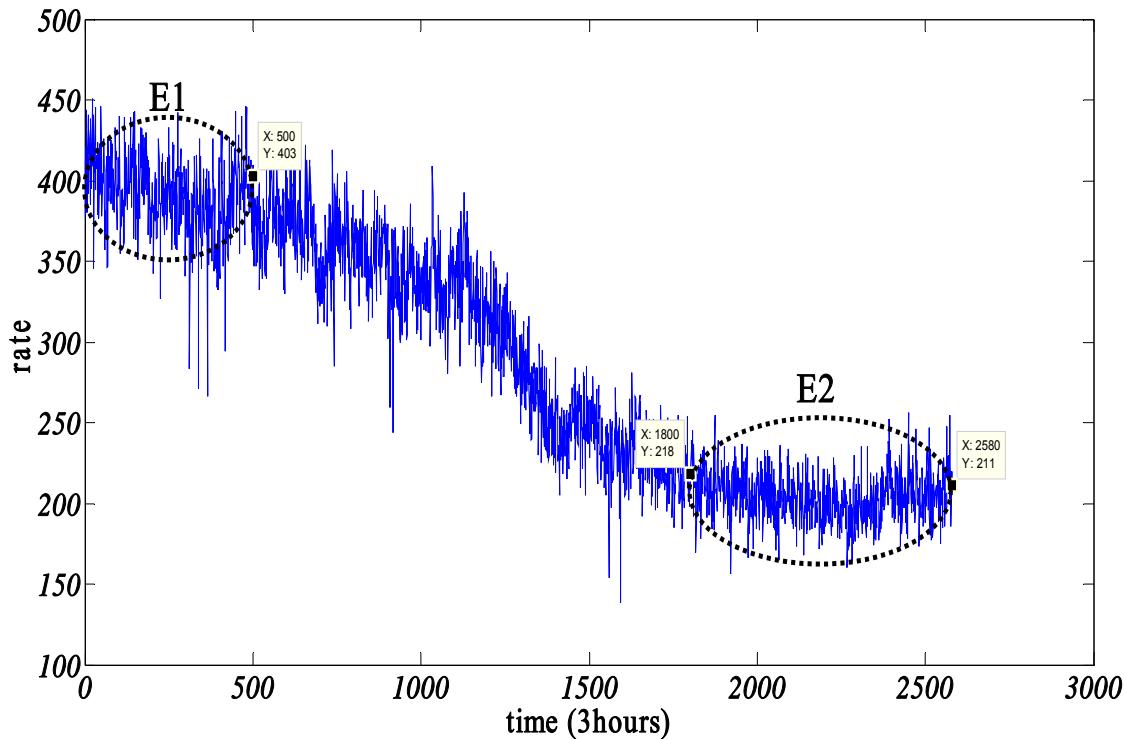
### تحلیل داده‌ها

داده‌های ثبت شده با روش‌های متفاوتی مورد سنجش قرار گرفتند تا از صحت و دقت آنها اطمینان حاصل کنیم. ابتدا اختلاف‌های زمانی آنها و سپس همخوانی آنها با تابع نمایی و تابع گاما و همچنین بررسی توزیع آنها توسط توزیع پواسون نشان می‌دهد که برای اطمینان از صحت کامل داده‌ها باید بخش‌هایی از آنها را جدا کرده و به عنوان داده‌های مناسب و با اطمینان کافی آنها را استفاده کنیم. این بخش‌ها پس از تحلیل‌های کافی جدا شده‌اند که در شکل ۲ نشان داده شده است. در بخشی دیگر از کار می‌بینیم که با جداسازی داده‌هایی که در هوای پر فشارتر از فشار متوسط و کم فشارتر از فشار متوسط ثبت شده‌اند مقادیر عددی  $n$  متفاوت به دست آمده که با پیش‌بینی‌های قبلی ما سازگار بوده و در جدول ۱ آمده است. داده‌ها نشان می‌دهند که با افزایش فشار جو آهنگ ثبت رخدادها کاهش یافته است.

جدول ۱: توان‌های  $n$  به دست آمده برای فشارهای بیش از متوسط، همه‌ی داده‌ها و کمتر از متوسط

( m ,wf )	( m ,f )	( x ,wf )	( x ,f )	کمیت	وزن	نام آزمایش
۵/۳۷۳	۵/۳۹۹	۵/۳۷۳	۵/۳۹۹	n	W > 1	چرنکوف ۱
۵/۳۴۳	۵/۳۶۹	۵/۳۴۲	۵/۳۶۸		W = 1	
۵/۳۰۷	۵/۳۳۲	۵/۳۰۷	۵/۳۲۲		W < 1	

۵/۵۹۳	۵/۶۲	۵/۵۹۳	۵/۶۲	n	$w > 1$	چرنکوف ۲
۵/۵۸۱	۵/۶۰۷	۵/۵۸	۵/۶۰۷		$w = 1$	
۵/۵۶۷	۵/۵۹۴	۵/۵۶۷	۵/۵۹۴		$w < 1$	



شکل ۲: داده‌های جدا شده برای تحلیل‌های آماری

## تحلیل نتایج

دیده می‌شود که در تمام موارد محاسبه شده توان  $n$  اثر ضخامت ناشی از فشار جو را نشان می‌دهد. همچنین تمام پارامترهای دیگر هواشناسی نیز بررسی شدند و به دلیل این که داده‌های بهمن‌های ثبت شده در مدت زمان کوتاهی (۱ سال) ثبت شده بودند و دقت ثبت آنها نیز کافی نبود نتوانستیم مستقیماً اثر پارامترهای دیگر را روی آهنگ ثبت بهمن‌ها مشاهده کیم، بنابراین اثرات پارامترهای دیگر را روی فشار هوا بررسی کردیم چرا که داده‌های هواشناسی بسیار طولانی مدت‌تر (۵۸ سال) از داده‌های ما بودند. این داده‌ها نشان دادند که همبستگی‌های تقریباً خوبی بین بعضی از این پارامترها

وجود دارد که عبارتند از دمای خشک و دمای تر، فشارهای محلی و فشار هوای معادل سطح دریا که نتایج اجمالی آنها در شکل ۳ نشان داده شده است.

Dry Temperature , local Pressure = -0.5162	#####
Dry Temperature , sea level press = -0.8194	########
wet Temperature , Local Pressure = -0.5050	#####
wet Temperature , sea level press = -0.8124	########
local Pressure , sea level press = 0.8836	*****
local Pressure , dew Point Temp = -0.3131	###
local Pressure , Humidity (%) = 0.3252	***
local Pressure , Vapour Pressure = -0.3187	###
local Pressure , Cloudyness(1-8) = 0.0299	*
local Pressure , WW----- = -0.0117	#
local Pressure , Wind Direction = -0.1039	##
local Pressure , Wind Speed(nut) = -0.1483	##
sea level press , Dew Point Temp = -0.5034	#####
sea level press , Humidity (%) = 0.5720	*****
sea level press , Vapour Pressure = -0.4512	#####
sea level press , Cloudyness(1-8) = 0.1718	***
sea level press , WW----- = 0.0880	**
sea level press , Wind Direction = -0.1251	##
sea level press , Wind Speed(nut) = -0.1594	##

شکل ۳: همبستگی بین پارامترهای مختلف جوی با فشار هوای

در کارهای انجام گرفته در دیگر نقاط گزارش شده است که این آهنگ ثبت شده با چگالی هوا نسبت معکوس دارد که آن نیز با رابطه  $\rho = \frac{M}{R} * \frac{P}{T}$  متناسب است که این فرض بسیار ساده کننده‌ای است، یعنی ما سیستم جو را یک گاز ایده‌آل در نظر بگیریم و فقط اثر  $P$  و  $T$  را روی آن منظور کنیم. ولی عوامل دیگری نیز می‌توانند روی آهنگ رخدادهای ثبت شده تاثیر بگذارند مثلاً مقدار رطوبت موجود در جو یا جرم معادل آب موجود در جو.

## مرجع‌ها

- [1] Grupen, C , *Astroparticle Physics*, Springer 157 (2005)
- [2] Abraham, J. et al. the Pierre Auger Collaboration, *Atmospheric effects on Extensive Air Showers observed with the surface detector of the Pierre Auger observatory*, *Astroparticle Physics* 32, 89 (2009)
- [3] H. H. He, et al., *Astroparticle Physics* 27,528 (2007)
- [4] Sommers, P., *Extensive Air Showers and measurements techniques* C. R. Physique. 5 463 (2004)
- [5] Gaisser, T.K. *Cosmic Rays and Particle Physics*, Cambridge University Press (1990)

ناظم‌السادات، سید محمد جعفر، «*مبانی هوای و اقلیم شناسی*». تهران: مرکز نشر دانشگاهی، ۱۳۸۸،

## Theoretical aspects of coronal loops seismology

Kayoomars Karami

*Department of Physics, University of Kurdistan, Pasdaran Street, Sanandaj, Iran*

Since the discovery of the coronal green line during the 1869 eclipse which identified as Fe XIV spectral line by Grotrian (1939), different theories of coronal heating have been put forward and debated (for reviews see, e.g., Walsh and Ireland 2003; Klimchuk 2006). Possible MHD wave dissipation processes that may be responsible for heating the solar corona have been investigated by various authors, e.g., dissipation in resonant layers (Ionson 1978; Poedts, Goossens & Kerner 1989, 1990; Erdélyi & Goossens 1995; Safari et al. 2006; Karami, Nasiri & Amiri 2009; Karami & Bahari 2010) and phase mixing (Heyvaerts & Priest 1983; Karami & Ebrahimi 2009).

Transverse oscillations of coronal loops were first identified by Aschwanden et al. (1999) and Nakariakov et al. (1999) using the observations of Transition Region and Coronal Explorer (TRACE). Nakariakov et al. (1999) reported the detection of spatial oscillations in five coronal loops with periods ranging from 258 to 320 s. The decay time was  $14.5 \pm 2.7$  min for an oscillation of  $3.9 \pm 0.13$  mHz. Nakariakov et al. (1999) obtained that the amplitude of the oscillations decreases by more than 50 percent in several oscillation periods. To estimate the energy flux of the EUV kink oscillation observed by Nakariakov et al. (1999), we use the maximum kinetic energy flux of an oscillating loop given by  $\frac{1}{2}(\pi R^2 L)\rho v_{\max}^2/(2\pi RL)\tau_D = \frac{1}{4}R\rho v_{\max}^2/\tau_D$ . Where  $\rho$ ,  $v_{\max}$ ,  $R$ ,  $L$  and  $\tau_D$  are the mass density, the peak loop velocity, the loop radius, the loop length, and the damping time of oscillation, respectively. Taking  $R = 2 \times 10^3$  km,  $\rho = 2 \times 10^{-14}$  gr cm $^{-3}$  for a typical coronal loop in active region and using  $v_{\max} = 47$  km s $^{-1}$  and  $\tau_D = 14.5$  min given by Nakariakov et al. (1999), we obtain the energy flux as  $2 \times 10^4$  erg cm $^{-2}$  s $^{-1}$  which is three orders of magnitude smaller than the radiated energy flux  $10^7$  erg cm $^{-2}$  s $^{-1}$  in active regions (see Klimchuk 2006). Therefore, the energy flux in the EUV kink oscillations is unlikely to be sufficient to cover heating of coronal loops.

Verwichte et al. (2004), using the observations of TRACE, detected multimode oscillations for the first time. They found that two loops are oscillating in both the fundamental and the first-overtone standing kink modes. According to the theory of MHD waves, for uniform loops the ratio of the period of the fundamental to the period of the first overtone is exactly 2, but the ratios found by Verwichte et al. (2004) are  $1.81 \pm 0.25$  and  $1.64 \pm 0.23$ . However, these values were corrected with the improvement of the observational error bars to

$1.82 \pm 0.08$  and  $1.58 \pm 0.06$ , respectively, by Van Doorsselaere, Nakariakov, and Verwichte (2007). Also Verth, Erdélyi, and Jess (2008) added some further corrections by considering the very important effects of loop expansion and estimated a period ratio of 1.54. All these values clearly differ from 2. This may be caused by different factors such as the effects of curvature (see e.g. Van Doorsselaere et al. 2004), leakage (see De Pontieu, Martens, and Hudson 2001), density stratification in the loops (see e.g. Andries et al. 2005; Erdélyi and Verth 2007; Karami and Asvar 2007; Safari, Nasiri, and Sobouti 2007; Karami, Nasiri, and Amiri 2009), magnetic field expansion (see Verth and Erdélyi 2008; Ruderman, Verth, and Erdélyi 2008; Verth, Erdélyi, and Jess 2008; Karami and Bahari 2011a) and magnetic twist (see e.g. Erdélyi and Fedun 2006, 2007; Erdélyi and Carter 2006; Karami and Barin 2009; Karami and Bahari 2010, 2011b).

More recently, torsional Alfvén waves in the solar atmosphere were discovered by Jess et al. (2009) using the high-resolution Swedish Solar Telescope. Torsional Alfvén waves can be observed as temporal and spatial variations in spectral emission along the coronal loops (Zaqarashvili 2003). Torsional Alfvén modes can have a significant role in coronal heating and solar wind acceleration, based upon the ability of torsional waves to penetrate easily into the corona (see e.g. Ruderman 1999; Copil, Voitenko & Goossens 2008).

In the present work, we review the theoretical aspects of coronal loops seismology. To do this we investigate the effects of density stratification as well as twisted magnetic field on the resonant absorption of standing MHD waves in the coronal loops to justify the rapid damping of oscillations and deviation of the period ratio  $P_1/P_2$  from 2 observed by TRACE. Furthermore, we study the effects of both density stratification and magnetic field expansion on the frequencies and eigenfunctions of torsional Alfvén modes in the coronal loops.

- 
- [1] Andries J., Goossens M., Hollweg J.V., Arregui I., Van Doorsselaere T.: A&A **430**, 1109 (2005)
  - [2] Aschwanden M.J., Fletcher L., Schrijver C.J., Alexander D.: ApJ **520**, 880 (1999)
  - [3] Copil P., Voitenko Y., Goossens M.: A&A **478**, 921

(2008)

- [4] De Pontieu B., Martens P.C.H., Hudson H.S.: *ApJ* **558**, 859 (2001)
- [5] Erdélyi R., Carter B.K.: *A&A* **455**, 361 (2006)
- [6] Erdélyi R., Fedun V.: *Sol. Phys.* **238**, 41 (2006)
- [7] Erdélyi R., Fedun V.: *Sol. Phys.* **246**, 101 (2007)
- [8] Erdélyi R., Goossens M.: *A&A* **294**, 575 (1995)
- [9] Erdélyi R., Verth G.: *A&A* **462**, 743 (2007)
- [10] Grotian W.: *Naturwissenschaften* **27**, 214 (1939)
- [11] Heyvaerts J., Priest E.R.: *A&A* **117**, 220 (1983)
- [12] Ionson J.A.: *ApJ* **226**, 650 (1978)
- [13] Jess D.B., Mathioudakis M., Erdélyi R., Crockett P.J., Keenan F.P., Christian D.J.: *Science* **323**, 1582 (2009)
- [14] Karami K., Nasiri S., Sobouti Y.: *A&A* **396**, 993 (2002)
- [15] Karami K., Asvar A.: *MNRAS* **381**, 97 (2007)
- [16] Karami K., Barin M.: *MNRAS* **394**, 521 (2009)
- [17] Karami K., Nasiri S., Amiri S.: *MNRAS* **394**, 1973 (2009)
- [18] Karami K., Ebrahimi Z.: *Publ. Astron. Soc. Australia* **26**, 448 (2009)
- [19] Karami K., Bahari K.: *Sol. Phys.* **263**, 87 (2010)
- [20] Karami K., Bahari K.: *Ap&SS*, DOI 10.1007/s10509-011-0642-9 (2011a)
- [21] Karami K., Bahari K.: arXiv:0911.4664 (2011b)
- [22] Klimchuk J.A.: *Sol. Phys.* **234**, 41 (2006)
- [23] Nakariakov V.M., Ofman L., DeLuca E.E., Roberts B., Davila J.M.: *Science* **285**, 862 (1999)
- [24] Poedts S., Goossens M., Kerner W.: *Sol. Phys.* **123**, 83 (1989)
- [25] Poedts S., Goossens M., Kerner W.: *ApJ* **360**, 279 (1990)
- [26] Ruderman M.S.: *ApJ* **521**, 851 (1999)
- [27] Ruderman M.S., Verth G., Erdélyi R.: *ApJ* **686**, 694 (2008)
- [28] Safari H., Nasiri S., Karami K., Sobouti Y.: *A&A* **448**, 375 (2006)
- [29] Safari H., Nasiri S., Sobouti Y.: *A&A* **470**, 1111 (2007)
- [30] Van Doorsselaere T., Deboscher A., Andries J., Poedts S.: *A&A* **424**, 1065 (2004)
- [31] Van Doorsselaere T., Nakariakov V.M., Verwichte E.: *A&A* **473**, 959 (2007)
- [32] Verth G., Erdélyi R.: *A&A* **486**, 1015 (2008)
- [33] Verth G., Erdélyi R., Jess D.B.: *ApJ* **687**, L45 (2008)
- [34] Verwichte E., Nakariakov V.M., Ofman L., Deluca E.E.: *Sol. Phys.* **223**, 77 (2004)
- [35] Walsh R.W., Ireland J.: *Astron. Astrophys. Rev.* **12**, 1 (2003)
- [36] Zaqrashvili T.V.: *A&A* **399**, L15 (2003)

## بررسی توسعهٔ طولی مؤلفه‌های مختلف بهمن‌های گستردگی هوایی

سید ابراهیم پور، لیلا؛ پورمحمد، داود

دانشگاه بین‌المللی امام خمینی، قزوین

### چکیده

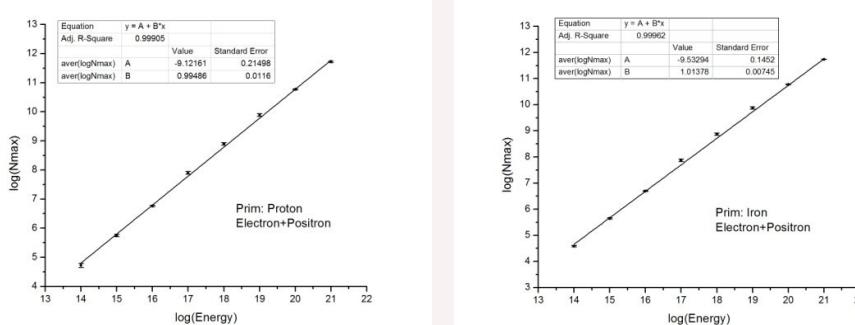
با بررسی ساختار بهمن‌های هوایی گستردگی می‌توان به تفاوت‌های ناشی از نوع و انرژی ذره‌ی اولیه بپردازد و از این راه روش‌های شناسایی پرتوهای کیهانی را توسعه داد. در این کار تعداد زیادی بهمن‌های هوایی گستردگی پرتوهای کیهانی که ناشی از ذرات اولیه و انرژی متفاوت باشند با استفاده از برنامه CORSIKA شبیه‌سازی شده و اطلاعات خروجی شبیه‌سازی ها برای بدست آوردن تعداد چند نوع از ذرات ثانویه در هر عمق مورد استفاده قرار گرفته‌اند. با بررسی آماری داده‌ها، دو کمیت مهم عمق مانکریم ( $X_{\max}$ ) و اندازه بهمن ( $N_{\max}$ ) و توزیع آماری آنها برای هر نوع ذره ثانویه بدست آمد. با اطلاعات بدست آمده وابستگی احتمالی  $N_{\max}$  و  $X_{\max}$  به نوع و انرژی ذرات اولیه بررسی شد.

### مقدمه

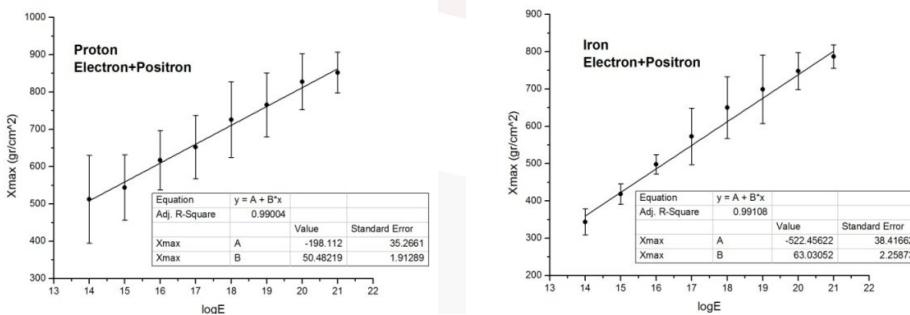
پرتوهای کیهانی ذرات باردار پرانرژی با محدوده انرژی  $10^9 \text{ eV}$  تا  $10^{21} \text{ eV}$  هستند که پیوسته جو زمین را بمباران می‌کنند. شار این پرتوها با افزایش انرژی کاهش می‌یابد [6]. این پرتوها که ترکیب جرمی آنها شامل ۵۰٪ پروتون، ۲۵٪ هلیوم، ۱۳٪ هسته‌های سنگیتر، کمتر از ۱٪ الکترون و کمتر از ۰.۱٪ پرتوهای گاما می‌باشد [6] و [1] در برخورد با اتمهای هوا در جو زمین، اندرکنشهایی دارند که منجر به تولید ذرات ثانویه‌ای شامل الکترون، پوزیترون، فوتون، نوکلئون، انواع مزون و میون می‌شود. این پدیده شبیه به یک بهمن بالافرایش جمعیت ذرات ثانویه در طول مسیر فرضی ذره اولیه همراه است [2]. تعداد ذرات ثانویه یک بهمن از بالای جو ( نقطه شروع بهمن) با افزایش برهم‌کنشها افزایش یافته و در ارتفاع خاصی که همان عمق بیشینه است به بیشترین مقدار می‌رسد و پس از آن نیز تعداد با افزایش عمق جو کاهش می‌یابد [5] و [2]. تعداد بیشینه  $N_{\max}$  و عمق بیشینه  $X_{\max}$  (gr/cm<sup>2</sup>) دو پارامتر مهم یک بهمن هوایی به شمار می‌روند. در بررسی پرتوهای کیهانی، شناسایی نوع و انرژی آن مهمترین مسئله است. در انرژی‌های بالاتر از  $10^{14} \text{ eV}$  مشاهده مستقیم پرتوها مشکل است. آخرین راه شناخته شده برای بررسی پرتوهای کیهانی پرانرژی بررسی بهمن‌های گستردگی هوایی و درواقع بررسی پارامترهای مختلف این بهمن‌ها از طریق آشکارسازی ذرات ثانویه رسیده به زمین یا آشکارسازی تابش چرنکوف / فلوئورسانس مربوط به آنها می‌باشد [5] و [4]. نوع و انرژی پرتوهای کیهانی پرانرژی با استفاده از نتایج و پارامترهای بدست آمده از این آشکارسازیها و مقایسه با نتایج شبیه‌سازی بدست می‌آید. یکی از این نرم‌افزارهای شبیه‌سازی، کد شبیه‌سازی CORSIKA می‌باشد که توسعه بهمن‌ها را بررسی می‌کند. در این بسطه نرم‌افزاری تمام ذرات ثانویه در امتداد مسیرشان ردیابی شده و انرژی، تعداد و سایر پارامترهای مربوط به آنها در عمقهای مختلف جو ثبت می‌شود [3] و [1]. با استفاده از این برنامه، درکار حاضر برای ۵ نوع ذره ورودی فوتون، پروتون، هلیوم، آلومینیوم و آهن در ۸ انرژی  $10^{14}$ ,  $10^{15}$ ,  $10^{16}$ ,  $10^{17}$ ,  $10^{18}$ ,  $10^{19}$ ,  $10^{20}$  و  $10^{21}$  (eV) (به جز فوتون در انرژی  $10^{21} \text{ eV}$ ) تعداد ۳۹۰۰ بهمن شبیه‌سازی شده است. از آنجا که به دنبال یافتن رابطه‌ای بین انرژی یا عدد جرمی ذره اولیه با پارامترهای بهمن هستیم، در هر بهمن برای هریک از ۷ نوع ذره ثانویه (فوتون،  $e^\pm$ ,  $\mu^\pm$ ,  $e^\pm + \mu^\pm$ , پارامترهای  $X_{\max}$  و  $N_{\max}$ ) هادرoneها و سایر ذرات باردار) و همچنین برای مجموع  $e^- + e^+$  و  $\mu^- + \mu^+$ ، پارامترهای  $X_{\max}$  و  $N_{\max}$  و نسبت  $\mu^-/\mu^+$  را بدست آورديم. برای هر ذره ورودی در هر انرژی تعداد ۱۰۰ بهمن شبیه‌سازی شده است، بنابراین در نمودارهای رسم شده هر نقطه نماینده میانگین ۱۰۰ بهمن و میله‌های خطاب برابر با انحراف معیار این نمونه می‌باشد.

## وابستگی $N_{\max}$ و $X_{\max}$ به انرژی ذره اولیه

در عدد جرمی(ذره اولیه) ثابت نمودارهای  $N_{\max}$  بر حسب انرژی برای مجموع  $e^- + e^+$  و  $\mu^- + \mu^+$  رسم شده است. شکل ۱ نمودار  $N_{\max}$  بر حسب انرژی و شکل ۲ نمودار  $X_{\max}$  بر حسب انرژی را برای مجموع  $e^- + e^+$  در بهمن‌های پروتونی و آهنی نشان می‌دهد.



شکل ۱ : منحنی  $\log N_{\max}$  بر حسب  $\log E$  برای مجموع  $e^- + e^+$  در بهمن‌های پروتونی و آهنی به همراه منحنی‌های برازش



شکل ۲ : منحنی  $X_{\max}$  بر حسب  $\log E$  برای مجموع  $e^- + e^+$  در بهمن‌های پروتونی و آهنی به همراه منحنی‌های برازش

همانگونه که انتظار می‌رود در هر دو شکل با افزایش انرژی شاهد افزایش  $N_{\max}$  و  $X_{\max}$  هستیم. در واقع با افزایش انرژی شاهد تعداد بیشتری  $e^- + e^+$  در عمق جو بیشتر هستیم. این نتیجه در نمودارهای مربوط به  $\mu^- + \mu^+$  نیز مشاهده می‌شود که ارائه آن در این مقاله نمی‌گنجد. هر چه انرژی افزایش می‌یابد در واقع ثانویه‌ها دیرتر به انرژی آستانه خود می‌رسند و در نتیجه در عمق بالاتری نسبت به بالای جو به تعداد بیشینه‌ی خود می‌رسند که این تعداد بیشینه نیز با افزایش انرژی افزایش می‌یابد.

## برازش داده‌ها و بدست آوردن رابطه‌ی بین $N_{\max}$ و $X_{\max}$ با انرژی ذره اولیه

برای ذرات ثانویه  $e^- + e^+$  و  $\mu^- + \mu^+$  نمودارهای  $N_{\max}$  بر حسب انرژی برای بهمن‌های با ذرات اولیه مذکور به خوبی به منحنی  $\log N_{\max} = A + B(\log E)$  برازش داده شدند. در نمودارهای مشابه برای  $X_{\max}$  بر حسب انرژی نیز برازش صورت گرفته به خوبی با منحنی  $X_{\max} = A + B(\log E)$  مطابقت دارد. (مقدار مناسبی برای  $R^2 = \text{goodness-of fit}$  بدست آمده است). ضرایب A و B برای هر ذره ثانویه و برای هر نوع بهمن متفاوت است. نتایج این برازش‌ها برای بهمن‌های پروتونی و آهنی در جدول (۱) ارائه شده است.

جدول ۱: پارامترهای برآذش در بهمنهای پروتونی و آهنی برای ثانویه‌های مختلف

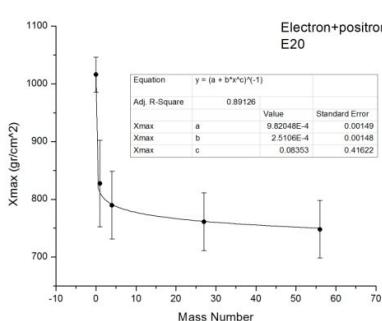
پارامترهای برآذش به منحنی (N <sub>max</sub> =A+B(logE) در نمودارهای N <sub>max</sub> ) برای ثانویه‌های ذکر شده در بهمنهای پروتونی و آهنی		
μ <sup>-</sup> +μ <sup>+</sup>	e <sup>-</sup> +e <sup>+</sup>	ذره اولیه
A=-9.84566 B=0.92855 R <sup>2</sup> = 0.99987	A=-9.12161 B=0.99486 R <sup>2</sup> = 0.99905	پروتون
A=-9.30196 B=0.90554 R <sup>2</sup> = 0.99984	A=-9.53294 B=1.01378 R <sup>2</sup> = 0.99962	آهن
پارامترهای برآذش به منحنی (X <sub>max</sub> =A+B(logE) در نمودارهای X <sub>max</sub> ) بر حسب برازش ثانویه‌های ذکر شده در بهمنهای پروتونی و آهنی		ذره اولیه
A=21.38997 B=43.53223 R <sup>2</sup> = 0.97126	A=-198.112 B=50.48219 R <sup>2</sup> = 0.99004	پروتون
A=-327.84857 B=59.04055 R <sup>2</sup> = 0.96018	A=-522.45622 B=63.03052 R <sup>2</sup> = 0.99108	آهن

### وابستگی X<sub>max</sub> و N<sub>max</sub> به نوع ذره اولیه (عدد جرمی)

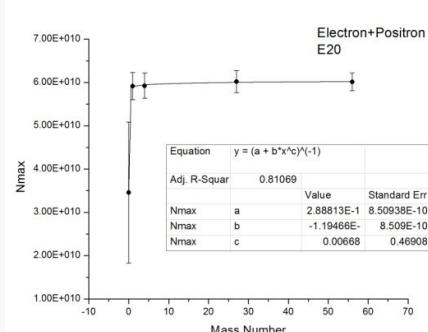
برای بدست آوردن رابطه بین X<sub>max</sub> و N<sub>max</sub> با عدد جرمی این بار در انرژیهای مختلف نمودارهای N<sub>max</sub> و X<sub>max</sub> بر حسب عدد جرمی را برای ثانویه‌های مذکور رسم کردیم.

شکل ۴ نمودار ۳ بر حسب عدد جرمی را برای مجموع e<sup>-</sup>+e<sup>+</sup> در انرژی 10<sup>20</sup> ev نشان می‌دهد. نتایج محاسبات برای انرژیهای دیگر که در اینجا ارائه نشده‌اند نشان می‌دهند که با سنگیتر شدن ذره اولیه در یک انرژی ثابت X<sub>max</sub> تمام ثانویه‌ها کاهش می‌یابد که با توجه به تعداد بیشتر نوکلئون‌ها در هسته‌های سنگین‌تر قابل توجیه است. در نمودارهای N<sub>max</sub> بر حسب عدد جرمی در حالیکه تا انرژی 10<sup>19</sup> ev با سنگیتر شدن ذره اولیه برای e<sup>-</sup>+e<sup>+</sup> شاهد کاهش N<sub>max</sub> و برای μ<sup>-</sup>+μ<sup>+</sup> شاهد افزایش N<sub>max</sub> هستیم. در انرژیهای 10<sup>20</sup> و 10<sup>21</sup> ev تمام منحنی‌ها

صعودی هستند.



شکل ۴: منحنی X<sub>max</sub> بر حسب عدد جرمی برای مجموع e<sup>-</sup>+e<sup>+</sup> در انرژی 10<sup>20</sup> ev به همراه منحنی برآذش



شکل ۳: منحنی N<sub>max</sub> بر حسب عدد جرمی برای مجموع e<sup>-</sup>+e<sup>+</sup> در انرژی 10<sup>20</sup> ev به همراه منحنی برآذش

### برآذش داده‌ها و بدست آوردن رابطه بین N<sub>max</sub> و X<sub>max</sub> با عدد جرمی ذره اولیه

برای ذرات ثانویه مذکور نمودارهای N<sub>max</sub> بر حسب عدد جرمی m تا انرژی 10<sup>20</sup> ev به خوبی به منحنی

$e^- + e^+$  برآزش داده شدند. در نمودارهای مشابه برای  $X_{max}$  بر حسب عدد جرمی  $m$  نیز برای  $N_{max} = (A + Bm^c)^{-1}$  برآزش صورت گرفته به خوبی با منحنی  $X_{max} = (A + Bm^c)^{-1}$  مطابقت دارد و برای  $\mu^- + \mu^+$  تا انرژی  $10^{17} \text{ eV}$  منحنی  $X_{max} = (A + Bm^c)^{-1}$  بهمن فوتونی در انرژی  $10^{21} \text{ eV}$  تمام نمودارها در این انرژی به  $N_{max} = Am^B$  و  $X_{max} = Am^B$  برآزش داده شده‌اند. ضرایب A و B و C برای انرژیهای مختلف متفاوت است. نتایج این برآزش‌ها برای انرژی  $10^{20} \text{ eV}$  در جدول 2 ارائه شده است.

جدول 2: پارامترهای برآزش در انرژی  $10^{20} \text{ eV}$  برای ثانویه‌های مختلف

پارامترهای برآزش به منحنی $N_{max} = (A + Bm^c)^{-1}$ در نمودار $X_{max} = (A + Bm^c)^{-1}$ بر حسب عدد جرمی m برای ثانویه‌های ذکرشده		
$\mu^- + \mu^+$	$e^- + e^+$	انرژی
A= 1.05836E-8 B= -8.5845E-9 C= 0.01219 R <sup>2</sup> = 0.98851	A= 2.88813E-11 B= -1.19466E-11 C= 0.00668 R <sup>2</sup> = 0.81069	$10^{20} \text{ eV}$
پارامترهای برآزش به منحنی $X_{max} = (A + Bm^c)^{-1}$ در نمودار $X_{max} = (A + Bm^c)^{-1}$ بر حسب عدد جرمی m برای ثانویه‌های ذکرشده		
A= 9.93911E-4 B= 1.2304E-4 C= 0.10282 R <sup>2</sup> = 0.9327	A= 9.82048E-4 B= 2.5106E-4 C= 0.08353 R <sup>2</sup> = 0.89126	$10^{20} \text{ eV}$

### نتیجه‌گیری

در کار حاضر رابطه‌های نسبتاً دقیقی بین  $X_{max}$  و E،  $X_{max}$  و m (عدد جرمی ذره اولیه)،  $X_{max}$  و  $N_{max}$  و  $N_{max}$  برای ثانویه‌های  $e^- + e^+$  و  $\mu^- + \mu^+$  بدست آمد. از آنجا که  $X_{max}$  و  $N_{max}$  از طریق روش‌های آشکارسازی قابل اندازه‌گیری هستند روابط بدست آمده به کمک شبیه‌سازیها در بدست آوردن انرژی و ترکیب جرمی ذره اولیه می‌تواند مفید واقع شود. در ادامه کار در نظر داریم با حذف داده‌های بهمن فوتونی از نمودارها در هر انرژی برآزشها و روابط مناسبتری بدست آوریم که در بررسی بهمن‌های هادرونی به کار می‌آید. همچنین این روابط را برای ثانویه‌های دیگر از جمله فوتونها به دست آورده و نیز به بررسی تغییرات ضرایب برآزش برای هر ثانویه در انرژیها و اعداد جرمی مختلف پیردازیم. در گامی دیگر به بررسی افت و خیز نسبت  $\mu^- / \mu^+$  در عمق‌های مختلف جو در بهمن‌های با شرایط اولیه متفاوت خواهیم پرداخت. امید است با نتایج این بررسی، روش‌های تشخیص نوع و انرژی پرتوهای کیهانی پرانرژی توسعه بیشتری یابند.

### مرجع‌ها

- 1- شبیه سازی پرتوهای کیهانی و تعیین رابطه ارتفاع بیشینه توسعه بهمن‌های گسترده هوایی ( $H_{max}$ ) با جرم و انرژی، گهر رستگار زاده، مجله پژوهش فیزیک، جلد 6، شماره 2، صفحات 94 تا 87
- 2-High Energy Cosmic Rays, Todor Stanev, Springer, 2010
- 3- CORSIKA, D. Heck et al., FZKA 6019, Forschungszentrum Karlsruhe 1998
- 4-A.A.Ivanov, JETP letters 91 (2010)
- 5-S. Andringa, R. Conceição, M. Pimenta, Astroparticle Physics 34 (2011) 360–367
- 6-<http://www.telescopearray.org>

## Oscillation of Dwarf Nova RX Andromedae at the Stage of Standstill

Davood Manzoori<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Department of Physics, University of Mohaghegh Ardabili , P. O.Box. 179, Ardabil, Iran

In this work, we examine the long term AAVSO light curve of the dwarf nova RX And from 1990 to 2011 which consist of over 47500 individual observations. We examine long terms trends in the outburst properties. The analysis of light curves show not only damping oscillations just before the entering to standstill, but also continues with progressively lower amplitudes during the standstill.

### I. INTRODUCTION

Dwarf novae are erupting cataclysmic variable (CV) stars. It is believed that in these binary systems outbursts take place in the accretion disc which is formed around the central white dwarf by matter transferred from the low mass, Roche lobe filling companion star (Lasota 2001). Dwarf novae can be divided in to three subclasses (Menard et al. 2001):1- U Gem-type stars which have the most regular outburst cycles. 2- SU UMa-type stars showing both short and very long outbursts (super-outbursts). 3- Z Cam stars, Z Cam variables constitute a subgroup of the dwarf novae in addition to the regular quiescence-outburst cycle of the U Gem type stars they show phases of occasional standstills. In which the cyclic behavior is interrupted and system remains stationary at a luminosity in between that of quiescence and outburst. The most important characteristics of Z Cam stars in standstill phenomenon the decline from normal out burst maximum is interrupted and the luminosity of the system settle down to value  $\sim 0.7$  mag lower than the peak luminosity (In some cases the magnitude difference is smaller). Such standstills may last from 10 days to years. After that the system luminosity declines to usual quiescent state. The standstill in Z Cam stars is not completely understood phenomenon even in framework of the theory of disk instability model (DIM). This phenomenon is usually regarded as a state of enhanced mass-transfer rate ( $\dot{M}$ ) in dwarf novae (warner 1995) In his theory of disk instability model, Osaki (1974) interpreted standstill as stable phase of accretion. Meyer and Meyer - Hofmeister (1983) proposed that Z Cam stars are dwarf nova with mass transfer rate  $\dot{M}$  that fluctuate about the critical rate ( $\dot{M}_c$ ), and triggering of standstill is caused by normal outburst below the critical surface density. Buat-Menard et al. (2001) showed that in the framework of DIM by taking into account the heating of outer disk by mass transfer stream impact and by tidal torques and also variation of mass-transfer rate about 30% around the value critical for stability.

### II. LIGHT CURVE (LC) ANALYSIS

In Fig. 1 we have depicted, the AAVSO long term light curve of RX And, a cataclysmic variable of orbital period  $P=5.04\text{hr}$ , which is classified as Z Cam type eruptive dwarf nova (Sehreiber 2002). In the Fig. 1 we have plotted over 47500, data points downloaded from AAVSO, \* site. As evident from Fig. 1, RX And shows frequent outbursts with mean characteristics reported as in Table 1. As may be checked from the Fig. 1 its LC shows a large variation of outburst behavior. Table 1 summarizes the means of the various parameters measured over number outburst cycles. The outburst interval is the time from the peak of one outburst to peak of next. The interval range is the extreme value of this outburst interval for each system.  $V_{max}$  is maximum brightness magnitudes of the outburst  $V_{min}$  is lowest brightness magnitude reached before the outburst  $\Delta V$  is the difference between mean  $V_{max}$  and  $V_{min}$ ; The rise in total time in days from quiescence to the maximum. The outburst max is the time spent within  $0^m.5$  of the maximum brightness and the decline is the number of days to return to quiescence from this level.  $t$ , is the total outburst interval from the start to end of the outburst, finally,  $\Delta q$ , is the time spent at the quiescence level preceding the outburst.

Durations of standstills occurred in the yeas 2004, 2005, 2007, were 57.19, 44.8 111.13 days, and intervals between the same two successive standstills were 358.76 and 662.6 days, respectively

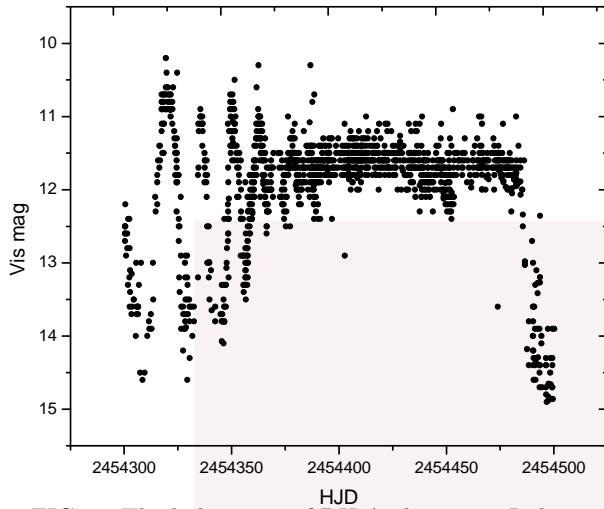


FIG. 1. The light curve of RX And system. Indicating the transitions from the outburst to standstill and also Oscillations in standstill for the year 2007.

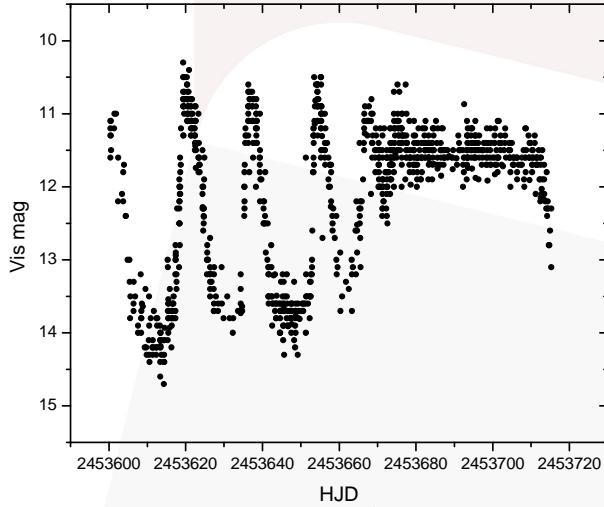


FIG. 2. The light curve of RX And system. Indicating the transitions from the outburst to standstill and also Oscillations in standstill for the year 2005.

### III. RESULTS AND DISCUSSION

The Figs. 2-4 show the three different standsills occurring in this system, at the years 2004, 2005, 2007. As may be checked from the Figures just mentioned, a clear damping oscillations also exist in this system not only just before the beginning of the standstills, but also continues with progressively smaller amplitudes, even during standstills, and finally ends when the star goes to deep fading and falls to quiescent state. The light curves plotted in Figs. 2-4 for RX And system, Indicate the transitions from the outburst to standstill and also oscillations in standstill for the year 2007 state, at the ending point of standstill phase the oscillation amplitude vanishes completely. In the opinion of this author, these low amplitude oscillations while modeling has not been taken into

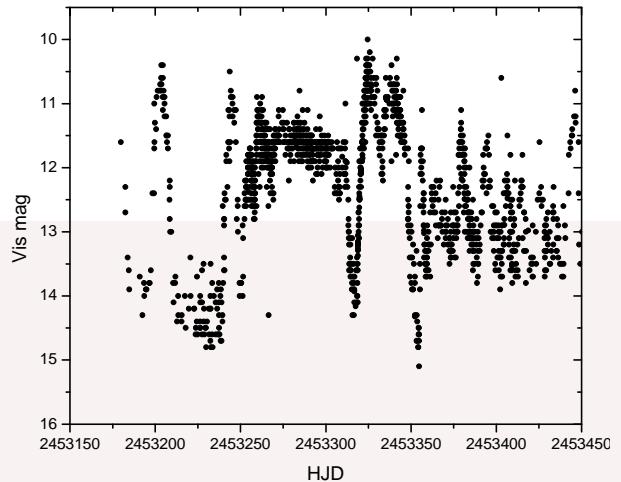


FIG. 3. The light curve of RX And system. Indicating the transitions from the outburst to standstill and also Oscillations in standstill for the year 2004.

account as may be seen in the model proposed by Buat-Menard et al. (2001). The standstill oscillations has also been, reported by Kato (2001) for Z Cam system, the prototype of Z Cam stars. It is worth mentioning here that, inspections of the Figs. 1, 2, 3 & 4 (and also some other Figs. which is not reported here due to similarity), reveal that in all the cases at the ending of standstills the system deeply fads and goes to quiescent state and then outburst is triggered. Moreover the durations of the quiescent states immediately after the standstills are significantly longer than the durations of followed quiescent states .

As stated earlier the standstill phenomenon is one of the main characteristics of the Z Cam type systems, As evident from Fig. 1, RX And system indicate frequent standstills with different duration occurring at irregular intervals of time. However, the relatively short period standstills ( $\sim 50$  days) are more frequent as compared to long duration standstills. The interpretations of this phenomenon has been one of the most puzzling problem in the field. Osaki (1974, 1996) Interpreted standstills as stable phase of mass accretion in the framework of his DIM, Meyer and Meyer-Hofmeister (1983) proposed that Z Cam stars are dwarf novae with mass transfer rate that fluctuates about the critical rate. Even the detailed modeling of Buat-Menared et al. (2001) by taking into account, the irradiation of the disk by accreting white dwarf and enhanced mass transfer could not reproduce satisfactorily observed properties of standstills. Honeycutt et al. (1998) studied the standstills of few typical Z Cam stars and concluded that some of these type of stars show damping oscillations when entering the stage of standstill. Apart from the Oscillations mentioned during standstilles, inspections of Figs. 5& 6 clearly indicate oscillations during the outburst maximum with period of  $\approx 1.5h$ .

TABLE I. The estimated parameters corresponding to modulation period 11.72 yr

Parameter	$V_{max}$	$V_{min}$	$\Delta V$	t=Outburst duration(days)	Rising time (days)	Decline (days)	$\Delta q(days)$
MeanValue	10.6	14.3	3.7	10.2	5.24	5.69	6.87

#### IV. CONCLUSION

In conclusion we may insist here that while modeling the Z Cam type dwarf novae (e.g. RX And), apart from damping oscillations at entering to the standstill the oscillations during stand still should be taken in to account.

- 
- [1] Buat - Menard, V., Hameury, J. M., Lasota, J. P., 2001, A & A, 369, 925.
  - [2] Honeycutt, R. K., Robertson, J. W., Turner G. W., and Mattei, J. A., 1998, PASP, 110, 676.
  - [3] Kato, T., 2001, IBVS, 5003.
  - [4] Meyer, F., and Meyer-Hofmister, E., 1983, A & A, 121, 29.
  - [5] Osaki, Y., 1974, PASJ, 26, 489.
  - [6] Osaki, Y. (1996), PASP, 108, 39.
  - [7] Schreiber, M. R., Gansicke, M. T. and Mallei, J. A., 2002, A & A, 384, L6.

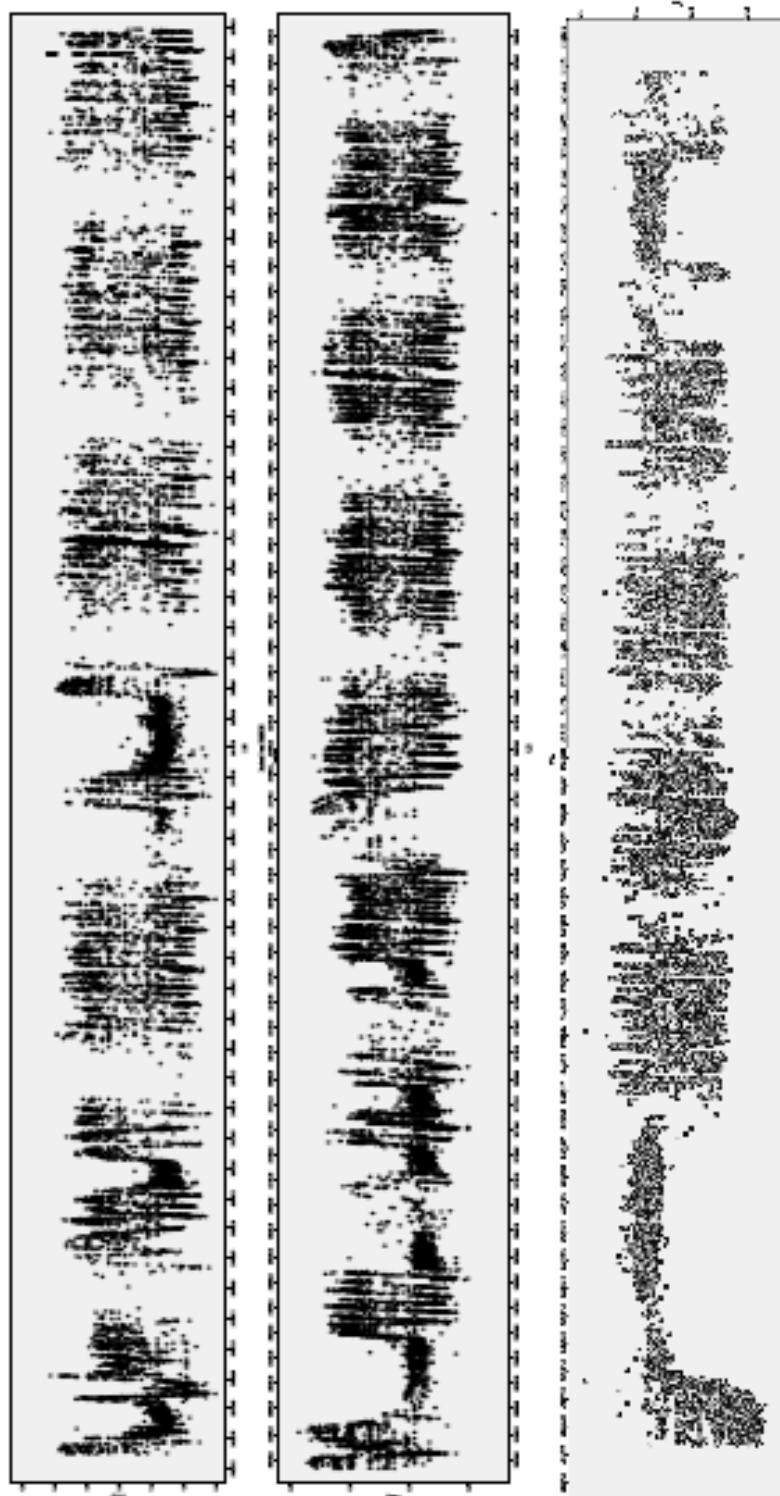


FIG. 4. The long term light curve of RX And (1990-2011). The system shows variety of outburst behaviors ranging from typical Z Cam behavior i.e. Periods of short outburst, and typical long dwarf novae outburst and standstills.

## Two-point correlation function of peaks in the cosmic microwave background radiation

M. Sadegh Movahed, Behnam Javanmardi, Hossein Mos-hafi

*Department of Physics, Shahid Beheshti University, G.C., Evin, Tehran 19839, Iran*

In this paper we studied the footmarks of cosmic strings as topological defects in the very early universe on the cosmic microwave background radiation. Two-point correlation function of peaks above a certain threshold,  $\nu$ , is used for exploring the signature of cosmic strings. Using the best fit parameters given by WMAP-7 in the context of  $\Lambda$ CDM model, we simulated a Gaussian map and then superimposed cosmic strings based on Kaiser-Stebbins effect on it as incoherent and active fluctuations. To evaluate the ability of our method for detecting the cosmic string a simulated pure Gaussian map is compared with that of including cosmic strings. Based on our analysis the superimposed cosmic strings with  $G\mu \geq 5 \times 10^{-8}$  in the simulated map without instrumental noise and resolution  $R = 1'$  could be detected.

PACS numbers: 98.70.Vc, 98.80.Es, 98.80.Cq,

### I. INTRODUCTION

A prediction of quantum field theory in cosmology is the possibility of transition between different vacuum states during the expansion of the universe. Depending upon the topology of these states a series of stable topological defects such as domain walls, monopoles and cosmic strings can be formed. Cosmic String (CS) networks which consist of infinite strings, loops and junctions of strings have effects such as lensing, Cosmic Microwave Background (CMB) polarization and anisotropies. Astrophysical evidence of CS depends on 1) Inter-commuting probability  $P$  [1-3] and 2) the so-called dimensionless string tension  $G\mu/c^2$  ( $G$  is the Newton's constant and  $\mu$  shows the mass per unit length of cosmic string). Determining bounds for this tension directly means limiting the fundamental theory on the basis of which CS are produced, so observing CS is a kind of observational evidence for such theories.

There are many constraints on the cosmic string's parameters from theoretical and observational perspectives. Pulsar timing and photometry based on gravitational microlensing:  $10^{-15} < G\mu/c^2 < 10^{-8}$  [4]. COSMOS survey:  $G\mu/c^2 < 3 \times 10^{-7}$  [5]. The 21cm signature of CS [6]. LIGO and VIRGO collaborations:  $7 \times 10^{-9} < G\mu/c^2 < 1.5 \times 10^{-7}$  [7]. The skewness [8] and B-mode polarization of CMB [9]. Wavelet domain Bayesian denoising:  $G\mu/c^2 > 6.3 \times 10^{-10}$  [10]. The so-called Canny algorithm:  $G\mu/c^2 > 5.5 \times 10^{-8}$  [11]. Level crossing analysis:  $G\mu/c^2 > 4 \times 10^{-9}$  and  $G\mu/c^2 > 5.8 \times 10^{-9}$  in the presence of instrumental noise [12]. Another strong constraint on the CS's free parameter comes from the temperature fluctuations at the last scattering surface [13]. These fluctuations contain the accumulation of anisotropies induced by CS and can be divided into two categories: 1) anisotropies created by the so-called Kaiser-Stebbins effect [14] and those related to pre-recombination processes and 2) the stochastic back-

ground of gravitational waves produced by decaying of string loops [13,14]. In the current study we concentrate on the discontinuities and fluctuations in the CMB map arising from the Kaiser-Stebbins effect that can produce observational consequences on the anisotropies in the CMB map. However since the Kaiser-Stebbins effect may be considerably smaller than the observed temperature fluctuations in WMAP data, we cannot expect to detect strings in the WMAP data. However, we are able to produce simulated maps of CMB in order to examine the bounds on the string tension imposed from this analysis.

Heavens and Sheth [15] have calculated the correlation of peaks in CMB using the peak statistic method [16,17] which is based on the calculation of the covariance matrix for the peaks. They have not computed the peak to peak correlation function for defect models such as cosmic strings which is the main subject of our study. As they claimed, using features in two-point correlation function could be discriminating between a Gaussian field and a Non-Gaussian one or a field containing CS.

This paper is organized as follows: in section II, we introduce the analysis of two-point correlation function of peaks to investigate the fluctuation of temperature on the last scattering surface with and without cosmic strings. In section III the simulation of CMB maps using the most recent observation based on WMAP-7 mission will be explained. Finally our data analysis and results is presented in section IV.

### II. TWO-POINT CORRELATION OF PEAKS ON THE FLAT SKY MAP

Two-point correlation function (TPCF) is defined as the excess probability  $dP$  of finding a feature at a given distance  $|\mathbf{X}|$  from another in a feature space relative to

the probability for a uniform distribution  $dP_0$  [16], or equivalently, the excess probability of finding a given distance  $|\mathbf{X}|$  in a feature space between any randomly chosen pair in the feature space [18]. If the distribution is uniform the two-point correlation function,  $\xi(|\mathbf{X}|)$ , would be a constant value (normalized to unity) for all separations. Therefore [16] :

$$dP = [1 + \xi(|\mathbf{X}|)]dP_0 \quad (1)$$

It can be shown that for a continuous distribution the TPCF can be simply expressed in terms of the auto-correlation function,  $C(|\mathbf{X}|)$ , i.e.  $\xi(|\mathbf{X}|) = C(|\mathbf{X}|) - 1$  [18,19]. However, for a discrete feature space, such as our issue which is a map containing all the local maxima above a certain threshold on the CMB map, the TPCF is not in general equal to the auto-correlation function minus one. For this purpose we follow the procedure mentioned in ref. [18,19]. Consider a 2-D map containing the local maxima (hot spots) of CMB radiation fluctuation. It is assumed that the probability of finding a maximum point in an infinitesimal area element  $\delta S$  is  $dP = n\delta S$  where  $n$  is the surface number density of maxima. The probability  $dP_{12}$  of finding a peak in  $\delta S_1$  and another in  $\delta S_2$  at a certain separation  $r_{12}$  is written as:

$$dP_{12} = n^2 \delta S_1 \delta S_2 [1 + \xi(r_1; r_{12})] \quad (2)$$

where  $\xi(r_1; r_{12})$  is the correlation between the location of the peaks. If the peaks are not spatially correlated then  $\xi(r_1; r_{12}) = 0$  for all  $r_1$  and  $r_{12}$ . To write eq.(2) in a general way by considering the first chosen peak to be fixed, the probability of finding a second maxima at distance  $r$  would be  $dP_r = n\delta S + n\xi(r_1; r)\delta S$ . By integrating over all  $\delta S$  from  $r = 0$  to  $r$  and take ensemble average over all starting points  $r_1$  we have:

$$\langle N_r \rangle = nS_r + n \int_{S_r} \langle \xi(r_1; r) \rangle dS \quad (3)$$

in which  $\langle N_r \rangle$  means the average number of pairs of maxima we can find at distance less or equal to  $r$  from each other and the TPCF is  $\xi(r) = \langle \xi(r_1; r) \rangle$ . Now the number  $N_P$  of peaks that are at distance between  $r$  and  $r+dr$  from each other can be obtained by:

$$\begin{aligned} N_p &= \langle N_{r+dr} \rangle - \langle N_r \rangle \\ &= n(S_{r+dr} - S_r) + n \left[ \int_{S_{r+dr}} \xi dS - \int_{S_r} \xi dS \right] \\ &= nL_r dr + n\xi(r)L_r dr \end{aligned} \quad (4)$$

where  $L_r$  is the circumference of the boundary of  $S_r$ . So we can write:

$$\xi(r) = \frac{N_p}{nL_r dr} - 1 \quad (5)$$

where  $dr$  is the bin size.

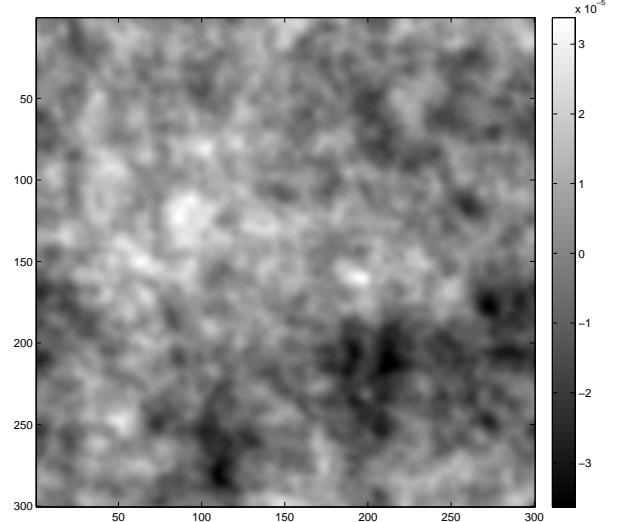


FIG. 1. A Gaussian map for  $\Lambda$ CDM model based on WMAP-7 observations. Map size  $5^\circ$  with  $R = 1'$ .

### III. SIMULATION OF MOCK CMB MAP

In this section we describe our state-of-the-art code which has been written in Fortran language by authors to simulate temperature fluctuation maps [12,20]. First, the code creates pure Gaussian fluctuations corresponding to the standard inflationary model. In the current work we use  $\Lambda$ CDM model in the flat universe for governing the evolution of background. However, our program can be easily modified to other cosmological models for this purpose. Second, anisotropies produced by long CS by means of Kaiser-Stebbins effect are created. The superposition of Gaussian and cosmic strings anisotropies as well as expected instrumental noise are produced in the third part of the program. Finally, peak-peak correlation will be calculated.

#### A. Gaussian map on the flat sky

For generating Gaussian maps, we use  $\Lambda$ CDM model and the best fit values have been inferred based on the most recent observations such as WMAP-7, Supernova type Ia gold sample (SNIa) and Sloan Digital Sky Survey (SDSS) with the most familiar initial power spectrum established by standard inflationary scenario [21]. First of all, we should determine the values of initial parameters relevant to the Gaussian map [11,22]. Some of them are related to the cosmological frame-work and others are the size of the simulated map,  $\Theta$ , angular resolution,  $R$ , and finally the variance of instrumental noise  $\sigma_{noise}$ . Since we are interested in flat sky, Fourier basis functions are used instead of spherical harmonics. The stochastic tem-

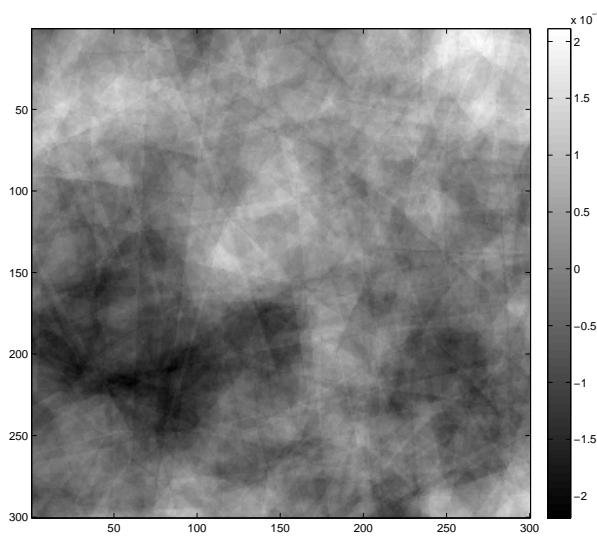


FIG. 2. A string map for  $G\mu = 5 \times 10^{-8}$ . Map size  $5^\circ$  with  $R = 1'$ .

perature fluctuation field on the flat sky will be written as:

$$\left(\frac{\Delta T}{T}\right)(k_x, k_y) = \sqrt{\frac{C_l(k_x, k_y)}{2}} [Z_1(k_x, k_y) + iZ_2(k_x, k_y)] \quad (6)$$

where  $Z_1$  and  $Z_2$  are two Gaussian random numbers with zero mean and unit variance,  $\ell = \frac{360}{2\pi} \sqrt{(k_x)^2 + (k_y)^2}$  and the initial power spectrum,  $C_\ell$ , is determined by running CAMB software [23]. Finally to keep statistical isotropy we construct four independent Gaussian maps and superimpose them according to [22]:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta T}{T}(x, y)_G &= \frac{1}{2} [\frac{\Delta T}{T}(x, y)_{G1} + \frac{\Delta T}{T}(x_{max} - x, y)_{G2} \\ &+ \frac{\Delta T}{T}(x, y_{max} - y)_{G3} + \frac{\Delta T}{T}(x_{max} - x, y_{max} - y)_{G4}] \end{aligned} \quad (7)$$

Figure 1 shows a typical simulated Gaussian map for  $\Lambda$ CDM model.

### B. Fluctuations produced by cosmic strings

In this subsection we briefly present cosmic string generation using Kaiser-Stebbins effect [20]. For more details on this subsection see ref. [12]. In our CS simulation we ignore the contribution of CS loops, since their size is smaller than our map resolution (1 arcmin) [12], and represent them as Gaussian noise via Sachs-Wolf effect [24]. The scaling behavior of the correlation length scale of straight strings demonstrate that the number of strings crossing a given Hubble volume to be fixed and

equal to  $M=10$  [25]. Photons originated from the last scattering surface encounter a new string network after travelling each Hubble volume during twice the Hubble time. Accordingly, the number of separate string networks (patches) to be simulated is given by:

$$N_P = \log_2 \left( \frac{t_0}{t_{ls}} \right) \simeq 15 \quad (8)$$

The number of straight cosmic strings with size  $\Theta_i$  at  $z_i$  which should be simulated and placed randomly on the desired simulated map is [11]:

$$P_i = M \frac{[\Theta + 2\Theta_i]^2}{\Theta_i^2} \quad (9)$$

where  $\Theta$  is the size of the map. To retain all fluctuations produced by CS we establish an extended area with size  $\Theta + 2\Theta_i$  and number of pixels  $[\Theta + 2\Theta_i]/R$  at the  $i$ th patch and our simulated map is at its center [12]. For each embedded straight string we apply a shift for temperature fluctuations according to:

$$\frac{\delta T}{T} = 8\pi G\mu |\hat{\mathbf{n}} \cdot (\gamma_s \mathbf{v}_s \times \hat{\mathbf{e}}_s)| \quad (10)$$

in which  $\hat{\mathbf{n}}$  is the direction of observation,  $\mathbf{v}_s$  is the velocity of string,  $\hat{\mathbf{e}}$  is its orientation and  $\gamma_s$  is the Lorentz factor for the string [14]. The location of string in the extended window is demonstrated by a proper random number. The projection of CS from 3-D to 2-D is done by multiplying the proper size of string at each patch by the cosine of a random angle between  $[0, \pi/2]$ . Temperature fluctuations simulated for various patches should be superimposed for obtaining final CS fluctuation. Figure 2 shows a sample string map with  $G\mu = 5 \times 10^{-8}$ . According to linear perturbation theory we superimpose Gaussian map, CS and instrumental noise to reach the final situation.

### IV. ANALYSIS OF CMB MAP

In this section we will apply the method explained in section II on the simulated pure Gaussian map and the one with embedded CS. We have written a code in Fortran which detects peaks above any desired threshold,  $\nu$ , (the edges where behaved with proper care) and then calculates the TPCF of them according to the algorithm mentioned in section II. For more details about this algorithm see ref. [18]. The shape of TPCF depends on the size and the resolution of the simulated map. For different values of  $G\mu$  we have generated ensembles of 100 maps of Gaussian field and Gaussian plus string, each one with size 5 degree and resolution 1 arcmin ( $300 \times 300$ ). We then apply our code on them and calculate the average TPCF for 100 maps. We expect the fluctuations in the presence of CS to be rougher than pure Gaussian

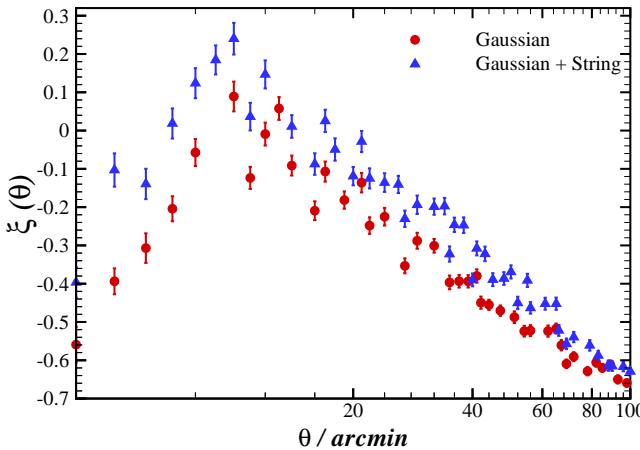


FIG. 3. Two-point correlation function of peaks above  $\nu = 1$  for a  $5^\circ$  map with  $R = 1'$  and  $G\mu = 5 \times 10^{-8}$ .

fluctuation, and therefore, containing more peaks. Consequently the excess probability of finding a peak at a certain distance from another peak (the two-point correlation function) to be larger in the map containing CS. Figure 3 shows the resultant TPCF,  $\xi$ , for pure Gaussian (G) and Gaussian plus string (G+S) from  $\theta = 4$  to 100 arcmin above threshold  $\nu = 1$ . According to Fig. 3 the two-point correlation function starts from negative values for small separations and continues an upward trend until  $\theta \cong 10$  arcmin where it reaches its maximum. The difference between G and G+S is relatively larger around the maximum. The correlation then descend to  $-1$  for large separations where no difference between G and G+s can be seen. Errorbars shown Fig. 3 correspond to  $1\sigma$  confidence interval.

As we have expected, the TPCF of the map containing CS is larger than that of pure Gaussian map. This difference depends on the value of CS tension  $G\mu$  and the size of the simulated map. By this method, the smallest  $G\mu$  for which a  $5^\circ$  map containing CS can be distinguished from a pure Gaussian one, regarding the error bars, is  $G\mu = 5 \times 10^{-8}$ . For larger  $G\mu$  the difference is larger. Based on this analysis, some quantities can be found which may be potentially used as a criterion to distinguish between maps with and without CS which will be the subject of our next study. Also as Heavens and Sheth [15] have mentioned the features in the TPCF can be used for this purpose. As a further remark, in our future works we will do this analysis in the presence of anticipated instrumental noise and also we would like to use more realistic models [13] for our simulations.

Finally, the strategy for detecting cosmic string is as follow: First, by using a map from observation we compute the TPCF. Second, we simulate a pure Gaussian map with the expected instrumental noise and again the TPCF is computed. In the case of significant difference,

we change the value of  $G\mu$  for simulated Gaussian map including CS and again compute the TPCF. When the peak-peak correlation function for simulation could be well fitted to that of observation, we conservatively can express the existence of cosmic string in the observed map with mentioned  $G\mu$ .

- [1] N. Bevis, M. Hindmarsh, M. Kunz and J. Urrestilla, Phys. Rev. Lett. **100** (2008) 021301.
- [2] N. Bevis, M. Hindmarsh, M. Kunz and J. Urrestilla, Phys. Rev. **D 82** (2010) 065004.
- [3] A. Vilenkin and E.P.S. Shellard, *Cosmic Strings and Other Topological Defects*, Cambridge University Press (2000).
- [4] F.A. Jenet et al. Astrophys. J. **653** (2006) 1571.
- [5] J.L. Christiansen et al. arXiv: 1008.0246.
- [6] R.H. Brandenberger, R.J. Danos, O.F. Hernandez and G.P. Holder, JCAP **12** (2010) 028.
- [7] LIGO and VIRGO collaboration, Nature **460** (2009) 20.
- [8] D. Yamauchi et al. JCAP **05** (2010) 033.
- [9] Y.Z. Ma, W. Zhao and M.L. Brown, JCAP **10** (2010) 007.
- [10] D.K. Hammond, Y. Wiaux and P. Vandergheynst, arXiv:0811.1267.
- [11] R.J. Danos and R.H. Brandenberger, Int. J. Mod. Phys. **D 19** (2010) 183.
- [12] M. S. Movahed and S. Khosravi, JCAP 1103:012 (2011) arXiv:1011.2640.
- [13] A.A. Fraisse, C. Ringeval, D.N. Spergel and F.R. Bouchet, Phys. Rev. **D 78** (2008) 043535.
- [14] N. Kaiser and A. Stebbins, Nature **310** (1984) 391.
- [15] A.F. Heavens and R.K. Sheth, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **310** (1999) 1062.
- [16] J.A. Peacock and A.F. Heavens, Mon. Not. Roy. Astron. Soc. **217** (1985) 805-820
- [17] J.M. Bardeen, J.R. Bond, N. Kaiser and A.S. Szalay, Astrophys. J. **304**:15-61 (1986).
- [18] N. Fatemi-Ghomie, P.L. Palmer and M. Petrou, JMIV **10** 7-25 (1999).
- [19] P.J.E. Peebles, *The Large-Scale Structure of the Universe*, Princeton University Press, 1980.
- [20] L. Perivolaropoulos, Phys. Lett. **B 298** (1993) 305.
- [21] D. Larson et al., Astrophys. J. Suppl. **192** (2011) 16.
- [22] A. Stewart and R.H. Brandenberger, JCAP **02** (2009) 009.
- [23] A. Lewis, A. Challinor and A. Lasenby, Astrophys. J. **538**(2000) 473.
- [24] R. Sachs and A. Wolf, Astrophys. J. **147** (1967) 3.
- [25] D.P. Bennett and F.R. Bouchet, Phys. Rev. Lett. **60** (1988) 4.

## Analysis of Light Curve of Elipsing Binary V523 SGR

K.Naficy and M.Saeedi and A.Ayubinia<sup>1</sup>

<sup>1</sup>*Department of Physics, University of Birjand, Birjand, Iran*

V523 SGR system is an eclipsing, double-line spectroscopic binary of Algol type. Its components are detached and belong to main sequence stars. Spectral type of components is considered to be F0. Photometric data of the system for the first time are analyzed in V and B filters by LC and DC code.

### I. INTRODUCTION

V523 SGR system ( HD 176754 = SAO 186705 = CPD-29°5846 ;  $P = 2^d.32$  ) is located in Sagittarius constellation in the center of Milky Way galaxy. Studying of it extends about a century. The variability of this system was discovered by Dr. H. Van Gent with the Groningen blinkmicroscope and Franklin-Adams instrument at Johannesburg [1]. The first light curves of the system were represented by Ferwerda (1934) and Jones (1938) with photographic estimations [1].

Ferwerdas Light curve shows a secondary minimum that replaced from semi-period, so this system was interested by many people such as Jones, Russell, Sterne, De Kort, Calliatte, Keller, Jeffry, Woodwrad and Koch, Lacy and Wolf [2].

These investigations showed that V523 Sgr system has apsidal motion. This motion is due to classical effects such as tidal effect and star rotation or general relativity effect. Inclination of its orbit has been obtained by Lacy about 83.1° and its eccentricity about 0.16 and its magnitude in V and B filters in outside of eclipses about 9.46 and 9.98 mag, respectively. Period of apsidal motion is 203 years [3].

### II. LIGHT CURVE ANALYSE OF V523 SGR

We have used photometric data of Lacy ( 1992 ) in V and B filters for light curve analysis of V523 Sgr. In fact this system was observed by Lacy from 1983 to 1990 to detect double lines in its spectra. Spectroscopic data of this system has not been published.

Lacy has been used EBOP computer program to analysis the light curve, but we use Wilson-Deviny code ( LC and DC 98 ) that is based on Roche model. There s no analysis with this code by now. Mode 2 has been

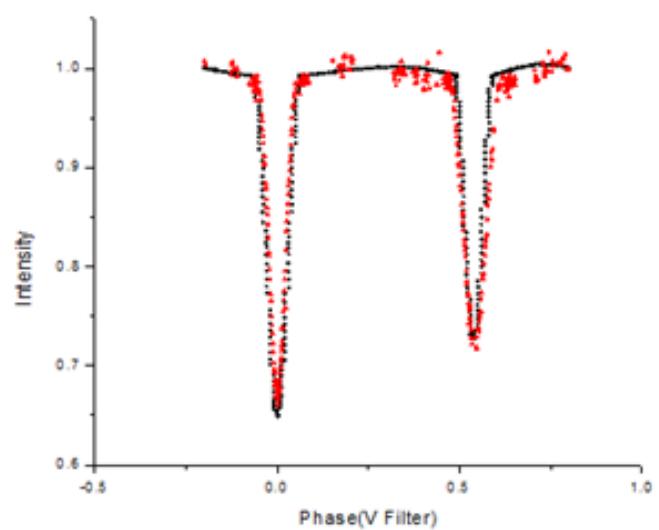


FIG. 1. Observational data and theoretical light curves of V523 Sgr in V filter.

used because components are detached. There was not any value for potential of components, and so analysis process was difficult. Resulted and Lacy's parameters are given in table (1) Observational data and theoretical light curves are given in Figs. (1) and (2).

Values of temperatures were not mentioned in Lacy's work. Obtained temperatures of two components are approximately equal and this result is expected due to nearly equal minima.

We have used Lacy's limb darkening and gravity brightening coefficients and logarithmic law for limb darkening to run LC.

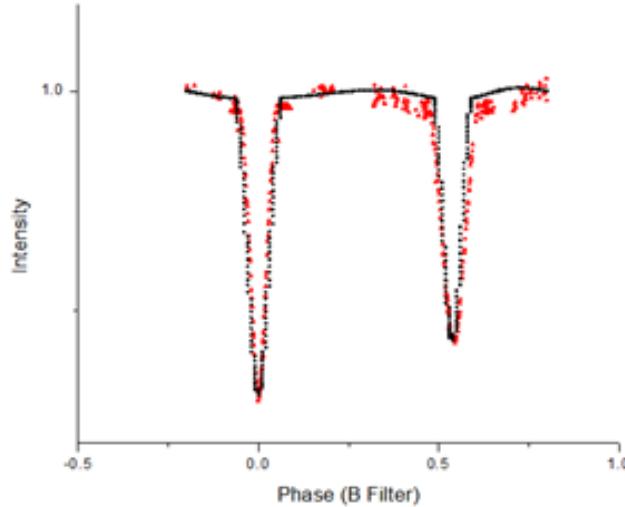


FIG. 2. Observational data and theoretical light curves of V523 Sgr in V filter.

### III. CONCLUSION

V523 Sgr is a detached eclipsing binary system of Algol type and none of components doesn't fill up their Roche lobe. Photometric parameters of the system are obtained in V and B filters by LC and DC code. Eccentricity is different with Lacy's value. Approximately equal depths of minimums show nearly equal surface temperatures of two stars, although sizes of stars are not equal. Potential values of components, not mentioned before, are obtained.

parameter	present work		lacy'work(1992)	
	V filter	B filter	V	B
i(deg)	85.841	82.86	83.1	
q	0.563	0.797	0.9	
e	0.122	0.122	0.162	
$T_1(^{\circ}K)$	8241	8509		
$T_2(^{\circ}K)$	7925	7856		
$\Omega_1$	5.207	5.32		
$\Omega_2$	5.439	5.31		
$L_1/L_1 + L_2$	0.743	0.65	0.69*	0.694*
$L_2/L_1 + L_2$	0.257	0.349		
$A_1$	0.5	0.5	0.59	0.72
$A_2$	0.5	0.5	0.59	0.72
$x_1$	0.59	0.72		
$x_2$	0.59	0.72		
$r_{pole1}$	0.218±0.047	0.225±0.05		
$r_{pole2}$	0.138±0.033	0.195±0.047		
$r_{point1}$	0.224±0.052	0.234±0.059		
$r_{point2}$	0.14±0.036	0.201±0.054		
$r_{side1}$	0.224±0.049	0.228±0.052		
$r_{side2}$	0.138±0.034	0.196±0.048		
$r_{back1}$	0.223±0.051	0.232±0.056		
$r_{back2}$	0.139±0.035	0.200±0.052		
$F_1$	1	1		
$F_2$	1	1		
$g_1$	0.23	0.29	0.23	0.29
$g_2$	0.23	0.29	0.23	0.29
$\sum(o - c)^2$	0.00744	0.14578		

TABLE I. . Photometric and Lacy's parameters of V523 Sgr.

\*0.69 and 0.694 are Luminosity of primary in V and B filter, respectively, that were obtained by Lacy.

- [1] Ferwerda. J.G, 1934, The Star C.P.D.  $-29^{\circ}5846$ , a New Eclipsing Variable with a Remarkable Eccentricity, *Bulletin of the Astronomical Institutes of the Netherlands*, Vol. 7, p. 165
- [2] Jones. E, 1938, Rotation of the Line of Apside in V523 Sagittarii *Harvard College Observatory Bulletin*, No. 909, p. 10
- [3] Lacy. CH, 1993, The Potometric Orbit and Apsidal Motion of V523 SGR, *Astron. J*, Vol 105, p. 630
- [4] Woodward. E.J and Koch. R.H, 1989, Old and New Observations of V523 Saigittarii, *Astronomical J*, No. 3, Vol. 97, p. 842

## پژوهشی آرایه‌ی ۲۰ تایی از سوسوزن‌ها و آزمایش‌های مقدماتی

مرتضوی‌مقدم، صبا؛ پژوهشکاران، یوسف؛ بهمن‌آبادی، محمود؛ هدایتی، هادی؛ عبدالهی، سهیلا؛ خلچ، پوریا

دانشکده‌ی فیزیک دانشگاه صنعتی شریف

### چکیده

گروه پژوههای کیهانی مستقر در دانشکده‌ی فیزیک دانشگاه صنعتی شریف به منظور گسترش مطالعات و فعالیت‌های خود، طرح استقرار آرایه‌ای مشتمل بر ۲۰ آشکارساز سوسوزن در پشت‌بام غذاخوری دانشگاه صنعتی شریف را آغاز کرده است. این طرح بخش قابل ملاحظه‌ای از مراحل مقدماتی و مطالعاتی خود را طی کرده است و به زودی به مرحله اجرا خواهد رسید. در این مقاله ابتدا به چیزمان آشکارسازها اشاره خواهد شد، سپس آزمایش‌هایی که به منظور بهینه‌سازی آشکارسازها انجام گرفته است، شرح داده خواهند شد و نتایج به دست آمده ارائه خواهد شد.

### مقدمه

پژوههای کیهانی ذرات پُر انرژی‌اند که از چشممه‌های مختلفی (مثل انفجارهای ابر نو اختری و هسته‌های فعال کهکشانی) تابش می‌شوند و در فضای کیهان پخش می‌شوند. این ذرات هنگام ورود به جو زمین در اثر برخورد با مولکولهای هوا، آن‌ها را یونیزه می‌کنند و یا در مجاورت آن‌ها به ذرات دیگری واپاشی می‌کنند. ذرات ثانویه در اثر برخوردهای بعدی، ذرات بیشتری را تولید می‌کنند و در نهایت بهمنی از ذرات به وجود می‌آید. این‌ها را بهمن‌های گستردۀ هوازی می‌نامند. مطالعه‌ی پژوههای کیهانی در سطح زمین به واسطه‌ی بهمن‌های گستردۀ هوازی و معمولاً با آرایه‌های زمینی صورت می‌گیرد. یک آرایه مجموعه‌ای از آشکارسازهاست که وظیفه‌اش آشکارسازی بخشی از ذرات یک بهمن گستردۀ هوازی است. با کمک این آرایه‌ها می‌توان اطلاعاتی درباره ذرهی اولیه‌ی بهمن (از جمله انرژی، نوع ذره و زاویه‌ی فرود ذرهی اولیه به جو) کسب کرد.

گروه پژوههای کیهانی دانشگاه صنعتی شریف (که از این پس به اختصار گروه می‌نامیم) تا کنون چندین آرایه‌ی ۴ تایی از آشکارسازها را راه اندازی کرده و با استفاده از آن‌ها به داده‌گیری پرداخته است. تحلیل داده‌های فوق به مقالات ارزشمندی متفاوت داشته است. آرایه‌ی ۴ تایی، یک آرایه بسیار کوچک محسوب می‌شود و قابل قیاس با آرایه‌های بزرگ دنیا نمی‌باشد. با وجود منابع مالی محدود و مشکلاتی که برای خرید تجهیزات و الکترونیک از کشورهای دیگر وجود دارد، گروه با تدبیری که اندیشیده و کمک‌هایی که از دانشگاه جذب کرده، توانسته است امکانات لازم برای ساخت آرایه‌ی ۲۰ تایی از آشکارسازها را تهیه کند.

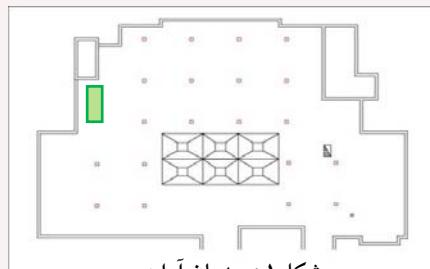
این مقاله به معرفی آرایه ۲۰ تایی اختصاص دارد. همچنین، آزمایش‌های مربوط به تعیین ارتفاع بهینه محفظه‌های نوری آشکارسازها و تحلیل داده‌ها به تفصیل شرح داده خواهد شد.

### آرایه‌ی ۲۰ تایی از آشکارسازهای سوسوزن

افزایش تعداد آشکارسازهای آرایه با مشکلاتی همراه است: از جمله وارد کردن تجهیزات مورد نیاز که از سویی بسیار پرهزینه می‌باشند و از سویی با تحریم‌هایی همراه است؛ مشکل دیگر یافتن مکانی مناسب برای استقرار آرایه است. قرار بر این بود که رصدخانه‌ی پژوههای کیهانی البرز در دامنه‌ی البرز بنا شود، اما مشکل تملک زمین رصدخانه سال‌هاست که حل نشده است. این دو مساله، تا کنون مانعی در مقابل ساخت آرایه‌ای بزرگ‌تر محسوب می‌شوند.

ابعاد سوسوزن‌های به کار رفته در آشکارسازهای آرایه‌های قبل  $1 \times 1 \text{m}^2$  بود. عبور ذرات فرودی از نقاط مختلف سوسوزن باعث می‌شود از دقت زمانی آشکارساز کاسته شود و تعیین زمان ورود ذره به آشکارساز با عدم قطعیت همراه باشد. هرچه ابعاد آشکارساز بزرگتر باشد، خطأ در ثبت زمان فرود ذرات بیشتر می‌شود. چنین تحلیلی منجر به این شد که ابعاد سوسوزن‌ها به  $5 \times 0.5 \text{ m}^2$  تقلیل یابند. به این ترتیب هر سوسوزن یک مترمربعی، به  $4 \text{ سوسوزن} / 0.25 \text{ مترمربعی}$  تقسیم شد. با توجه به سوسوزن‌های موجود در آزمایشگاه پرتوهای کیهانی دانشگاه صنعتی شریف، این امکان فراهم شد که  $20 \text{ آشکارساز سوسوزن}$  ساخته شود. با حمایت مالی دانشگاه و خرید الکترونیک مورد نیاز ارتقای آرایه به  $20 \text{ آشکارساز در دستور کار قرار گرفت.}$

جستجوی مکانی مناسب برای استقرار آرایه در پشت بام دانشکده‌ها و ساختمان‌های دانشگاه شریف، به انتخاب ساختمان غذاخوری که مساحت مفید بیشتری داشت، متهی شد. شکل ۱ نقشه پشت بام و چیدمان آرایه‌ی  $20$  تایی را در آن جا نشان می‌دهد. فاصله‌ی هر یکی از آشکارسازها از آشکارساز مجاور  $7 \text{ متر می‌باشد. مریع نشان داده شده در سمت چپ بالای تصویر محلی است که برای اتفاقی کنترل در نظر گرفته شده است.}$



شکل ۱: چیدمان آرایه

### تعیین ارتفاع محفظه‌ی نوری

اجزای آشکارسازهای سوسوزن از این قرارند: خود سوسوزن؛ تستک آلومینیومی که در زیر سوسوزن قرار می‌گیرد؛ محفظه‌ی نوری هرمی شکل از جنس آلومینیوم که وظیفه‌اش هدایت نور به تکثیرکننده‌ی نوری یا *PMT* (که به اختصار تکثیرکننده می‌نامیم) است و تکثیرکننده که در راس هرم قرار می‌گیرد. شکل ۲ یکی از آشکارسازهای سوسوزن به کار رفته در گروه را نشان می‌دهد که در پشت بام دانشکده فیزیک در داخل حفاظ خود قرار گرفته است.

بهینه‌سازی آشکارسازهای سوسوزن، در سال‌های متمادی، مراحل مختلفی را در گروه طی کرده است [۱]. همانطور که در بخش قبل توضیح داده شد، استدلال‌ها و آزمایش‌های قبلی منجر به این شد که ابعاد آشکارساز به  $5 \times 0.5 \text{ m}^2$  تقلیل پیدا کند. برای ابعاد جدید باید آزمایش‌هایی انجام می‌گرفت تا ارتفاع مناسب برای محفظه‌ی نوری تعیین شود. برای این منظور  $4$  محفظه‌ی نوری با



شکل ۲

ارتفاع‌های  $10$ ،  $20$ ،  $30$  و  $40$  سانتی‌متر تهیه شد و آزمایشی برای مقایسه‌ی آن‌ها ترتیب داده شد.

دو پارامتر برای تعیین ارتفاع مناسب در نظر گرفته می‌شوند. اول اینکه تعداد رخدادهای ثبت شده در زمان ثابت، بیشینه باشد و دوم اینکه قسمت‌های مختلف آشکارساز یکنواخت عمل کند: به این معنی که کارایی آشکارساز برای حالتی که ذرات فرودی از لبه سوسوزن عبور می‌کنند و حالتی که از مرکز سوسوزن عبور می‌کنند تفاوت قابل ملاحظه‌ای نداشته باشد. هرقدر تکثیرکننده به سوسوزن نزدیک‌تر باشد، تعداد ذراتی که ثبت می‌شود بیشتر است. از سوی دیگر هرقدر که فاصله‌ی تکثیرکننده از سوسوزن بیشتر باشد، اختلاف فاصله‌ی لبه‌ها و مرکز سوسوزن با

تکثیرکننده کمتر می‌شود و در نتیجه تکثیرکننده قسمت‌های مختلف سوسوزن را یکنواخت‌تر می‌بیند. بنابراین نمی‌توان تکثیرکننده را خیلی به سوسوزن نزدیک یا خیلی از آن دور کرد.

بررسی یکنواختی آشکارساز با مقایسه حساسیت قسمت‌های مختلف سوسوزن انجام می‌گیرد. بدین منظور سطح زیر سوسوزن  $50 \times 50 \text{ cm}^2$  را به مناطق کوچکتری با ابعاد  $10 \times 10 \text{ cm}^2$  تقسیم می‌کنیم. از ۲۵ قسمتی که به وجود می‌آید به خاطر تقارن موجود کافی است ۶ تا را جاروب کنیم و کارایی آن‌ها را مقایسه کنیم (شکل ۳-ب). در این آزمایش‌ها قرار است تعداد ذراتی را که در مدت ۲۲ ساعت از هر کدام از قسمت‌های ۶ گانه عبور کرده‌اند و آشکار شده‌اند، محاسبه شود.

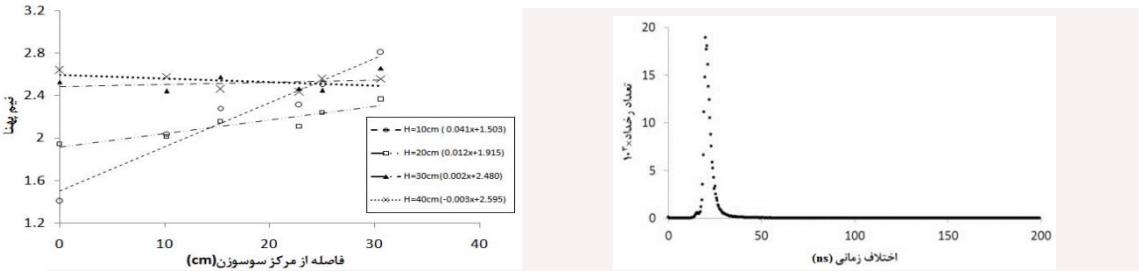
فرضًا ناحیه‌ی ۱.۱ در شکل ۳-ب را در نظر بگیرید: یک سوسوزن کوچکتر با ابعاد  $10 \times 10 \text{ cm}^2$  را در محل فوق قرار می‌دهیم (درست در زیر سوسوزن بزرگ و چسبیده به آن); خروجی تکثیرکننده پائینی را پس از اتصال به مجزاکننده (discriminator) به شروع (Start) مبدل زمان به دامنه (TAC) وصل می‌کنیم. از طرف دیگر خروجی تکثیرکننده بالایی (سوسوزن بزرگ) را پس از اتصال به مجزاکننده با یک سیم ۹ متری (برای ایجاد تاخیر) به پایان (Stop) مبدل زمان به دامنه وصل می‌کنیم. به این ترتیب، اگر ذره‌ای از سوسوزن پائینی عبور کند (که به احتمال خیلی زیاد از سوسوزن بالایی نیز عبور کرده است)، مبدل زمان به دامنه به کار می‌افتد و به محض دریافت سیگنال از سوسوزن بالایی یک پالس خروجی به ما می‌دهد که دامنه‌ی آن مناسب است با اختلاف زمانی بین سیگنال شروع و سیگنال پایان. خروجی مبدل زمان به دامنه توسط یک سیم کوتاه به مبدل آنالوگ به دیجیتال (ADC) متصل می‌شود و از آنجا به تحلیل‌گر چندکاناله و در نهایت به رایانه منتقل می‌شود (مطابق مدار شکل ۳-الف). تعداد ذراتی را که در مدت آزمایش (یک روز) از ناحیه‌ی ۱.۱ عبور کرده و آشکارسازی شده‌باشند، تعداد رخدادهای ناحیه‌ی ۱.۱ می‌نامیم. برای تمام ناحیه‌های دیگر به همین ترتیب تعداد رخدادها را شمارش می‌کنیم. این کار برای ۴ آشکارساز با ارتفاع‌های ۱۰ تا ۴۰ سانتی‌متری برای تمام مناطق تکرار می‌کنیم. به دلیل عدم تغییر الکترونیک بکار رفته و برابر بودن مدت زمان آزمایش‌ها، انتظار داریم شار ذرات عبوری در تمام مدت آزمایش تغییر محسوسی نداشته باشد.



شکل ۳ - الف: مدار الکترونیک آزمایش. ۳ - ب: قسمت‌هایی که با سوسوزن کوچک جاروب می‌شود.

خروجی هر آزمایش یک فایل همزمانی است که از روی آن می‌توان منحنی تعداد رخدادها را بر حسب زمان رسم کرد. شکل ۴ یک نمونه از منحنی‌های همزمانی را نشان می‌دهد: محور افقی ( $t$ ) اختلاف زمانی بین سیگنال‌های سوسوزن پائینی و بالایی را نشان می‌دهد؛ و محور عمودی بیانگر این است که چه تعداد ذره با اختلاف زمانی  $t$  ثبت شده است. یکی از پارامترهای مهم در این منحنی نیم‌پهنا در نصف ماقزیم یا  $HFHM$  (که به اختصار نیم‌پهنا می‌نامیم) است. هرچه نیم‌پهنا کوچک‌تر باشد، تفاوت زمانی رخدادها در این ناحیه از آشکارساز کمتر است. برای هر کدام از محفظه-

های نوری، نیم‌پهنهای متوسط را اندازه می‌گیریم (نیم‌پهنا ناحیه  $\sum_i \frac{\text{رخدادهای ناحیه}}{\text{کل رخدادها}}$  = نیم‌پهنا متوسط؛ که  $i$  جمع روی ۶ ناحیه است). ارتفاعی بهتر است که در آن نیم‌پهنهای متوسط کوچکتر باشد. همانطور که در جدول ۱ آمده است، برای ارتفاع ۱۰ و ۲۰ سانتی‌متر نیم‌پهنا ۲/۱۱ نانوثانیه است در حالی که برای ارتفاع‌های ۳۰ و ۴۰ سانتی‌متر نیم‌پهنهای متوسط بیش از ۲/۵ نانوثانیه است.



شکل ۴: نمونه‌ای از طیف همزمانی

تعداد کل رخدادها، مجموع رخدادهایی است که از نواحی ۶ گانه هر کدام از محفظه‌های نوری ثبت شده است. ارتفاعی مناسب‌تر است که تعداد رخدادهای ثبت‌شده‌ی آن بیشتر از بقیه باشد. تعداد رخدادها در ارتفاع ۱۰cm و ۲۰cm هم مرتبه و از رخدادهای ارتفاع‌های ۳۰ cm و ۴۰ cm بیشترند.

جدول ۱

ارتفاع محفظه‌ی نوری	۱۰cm	۲۰cm	۳۰cm	۴۰cm
تعداد کل رخدادها	۹۲۰۵۷۸	۹۲۲۰۹۷	۸۱۹۱۴۲	۸۶۷۰۸۴
نیم‌پهنهای متوسط (ns)	۲/۱۱	۲/۱۱	۲/۵۱	۲/۵۵
شیب	۰/۰۴۱	۰/۰۱۲	۰/۰۰۲	-۰/۰۰۳

برای بررسی یکنواختی آشکارسازها، باید مقدار نیم‌پهنهای نواحی مختلف نزدیک به هم باشد؛ یعنی آشکارسازی بهتر است که اختلاف در نیم‌پهنهای نواحی مختلف آن کمتر باشد. برای هر کدام از محفظه‌های نوری نیم‌پهنا را بر حسب فاصله از مرکز سوسوزن رسم می‌کنیم (شکل ۵). هرچه شیب منحنی کمتر باشد، آشکارساز همگن‌تر و یکنواخت‌تر است. همانطور که در جدول ۱ آمده است، شیب منحنی نیم‌پهنا بر حسب فاصله از مرکز سوسوزن برای ارتفاع ۱۰ سانتی‌متر از بقیه بیشتر است.

### نتیجه گیری

با توجه به آزمایش‌هایی که انجام شده است، ارتفاع ۳۰cm و ۴۰cm به خاطر کاهش قابل ملاحظه‌ی تعداد رخدادها و ارتفاع ۱۰cm به خاطر غیریکنواختی کنار گذاشته می‌شوند. بدین ترتیب ارتفاع مناسب برای محفظه‌ی نوری ۲۰ سانتی‌متر به دست می‌آید.

### مراجع‌ها

1. M. Bahmanabadi; et. al.; "comparison of the performance of various light enclosures of extensive air shower experiments". *Experimental Astronomy*; ۸:۲۱۱-۲۲۹; (۱۹۹۸)

## توصیف یکپارچه تورم و انرژی تاریک در نظریه $f(R)$

سالارپور، سیمین<sup>۱</sup> ریاضی، نعمت‌الله<sup>۲</sup>

<sup>۱,۲</sup>بخش فیزیک و رصدخانه ابوالیحان بیرونی دانشگاه شیراز

### چکیده

اخیراً نظریه های گرانش تصحیح شده مورد توجه فراوانی قرار گرفته است. از بین پیشنهادات بسیار برای اصلاح نظریه گرانش اینشتین، نظریه های شامل ثبات انجمنی مرتبه بالا، به خصوص نظریه های  $f(R)$  تاریخچه طولانی دارند. در چند سال اخیر کشف انبساط شتاب دار عالم، اینگیزه جدیدی برای مطالعه این نظریه ها ایجاد نموده که به نتایج جالی نیز رسیده است. در اینجا، کاربرد نظریه گرانش  $f(R)$  در زمینه یکپارچه کردن تورم و انرژی تاریک را بررسی می کیم.

### مقدمه

گرانش تصحیح شده جایگزین بسیار خوبی برای انرژی تاریک است. خاصیت جالب انرژی گرانشی [1] این است که به کمک آن، نیاز نیست ماده غیری با فشار منفی برای توصیف شتاب کثونی عالم معرفی شود. تغییر انبساط کند شونده به تند شونده با تغییر خواص یک نظریه گرانشی در دوره تحول جهان توضیح داده می شود [2]. اخیراً، در [3] یک گرانش تصحیح شده  $f(R)$  پیشنهاد شده است که به آزمون های منظمه شمسی به خوبی جواب داده است. چنین تئوری منجر به دوره  $\Lambda CDM$  مؤثر می شود که با داده های مشاهداتی با همان دقت نسبیت عام (GR) با حضور ثابت کیهانشناسی توافق دارد. در کار حاضر  $f(R)$  را به گونه ای انتخاب می کنیم که تورم  $R^2$  را با دوره  $\Lambda CDM$  یکپارچه کند. چنین نظریه ای می تواند با بازسازی مؤثر کنش، وارد دوره کوئینت اسنس / فانتوم گذرا شود.

### پتانسیل بر حسب میدان اسکالر

مدل انتخابی در اینجا حالت خاصی از توابع  $f(R)=R+\alpha R^n$ , ( $\alpha>0, n>0$ ) [4] است. تابع مورد نظر به صورت زیر تعریف می شود:

$$f(R)=R+\alpha R^2+\Lambda \quad (1)$$

$$\text{در تابع فوق } \alpha \text{ و } \Lambda \text{ اعداد ثابت هستند. اگر در اینجا تبدیل همدیس زیر را در نظر بگیریم:} \quad (5) \\ g_{\mu\nu} \rightarrow \tilde{g}_{\mu\nu} = f'(R)g_{\mu\nu} \equiv \phi g_{\mu\nu}, \quad \phi = f'(R) \rightarrow \tilde{\phi}$$

آنگاه برای گرانش  $f(R)$  در فرمالیسم متريک داریم:

$$\phi \equiv f'(R) = e^{\frac{\sqrt{2\kappa}}{3}\tilde{\phi}}, \quad U(\tilde{\phi}) = \frac{Rf'(R)-f(R)}{2\kappa(f'(R))^2} \quad (3)$$

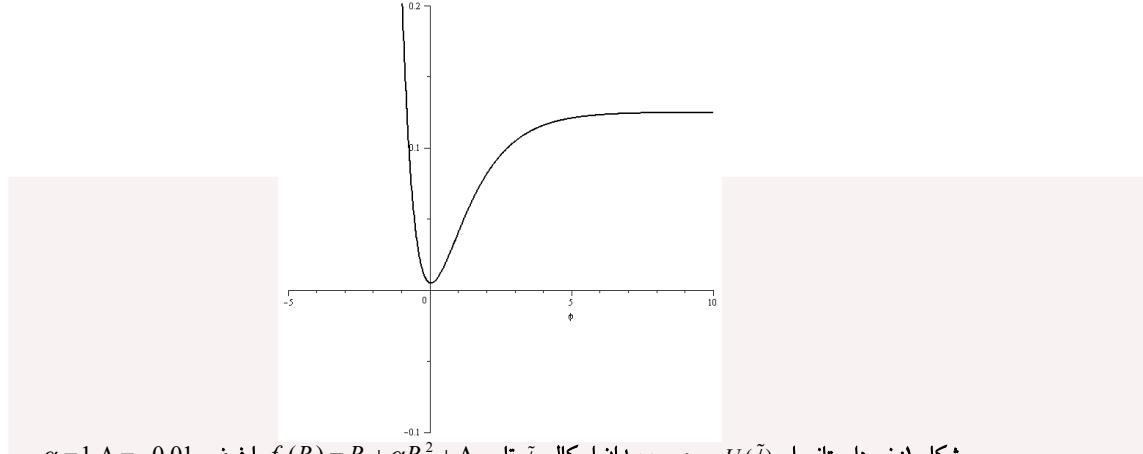
با توجه به معادلات (3) برای تابع (1) به دست می آید:

$$1+2\alpha R = e^{\sqrt{2/3}\tilde{\phi}}, \quad U(\tilde{\phi}) = \frac{\alpha R^2(\tilde{\phi})-\Lambda}{2(1+2\alpha R(\tilde{\phi}))^2} \quad (4)$$

$$\text{در این معادلات } k=1 \text{ قرار داده شده است. اگر } R \text{ را بر حسب } \tilde{\phi} \text{ به دست آوریم آنگاه داریم:} \\ R(\tilde{\phi}) = \frac{-1+e^{\sqrt{2/3}\tilde{\phi}}}{2\alpha}, \quad U(\tilde{\phi}) = \frac{(-1+e^{\sqrt{2/3}\tilde{\phi}})^2-4\alpha\Lambda}{8\alpha e^{2\sqrt{2/3}\tilde{\phi}}} \quad (5)$$

با تنظیم  $\alpha$  و  $\Lambda$  می توان پتانسیل مناسبی برای دوره های تورم و انرژی تاریک ایجاد کرد. این پتانسیل به صورت نمادین برای مقادیر زیر در شکل ۱ رسم شده است:

$$\alpha=1, \quad \Lambda=-0.01 \quad (6)$$



شکل ۱: نمودار پتانسیل ( $\tilde{\phi}$ )  $U$  بر حسب میدان اسکالر  $\tilde{\phi}$  تابع  $f(R) = R + \alpha R^2 + \Lambda$  با فرض  $\alpha = 1, \Lambda = -0.01$

### حل معادله تعمیم یافته فریدمان

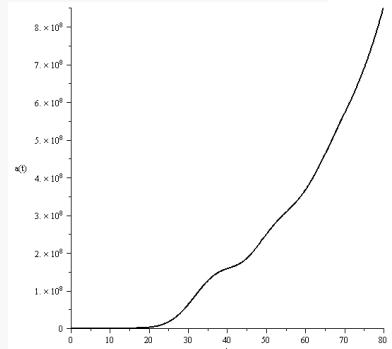
در این بخش به حل یکی از معادلات تعمیم یافته فریدمان در گرانش  $f(R)$  [5] می پردازیم. با فرض  $\rho = 0$  (خلاء) داریم:

$$3f'H^2 = \frac{Rf' - f}{2} - 3Hf' \quad (7)$$

اگر توابع موجود در رابطه فوق را بر حسب  $a(t)$  به دست آورده و جایگذاری کنیم، خواهیم داشت:

$$-54\alpha \left(\frac{\dot{a}(t)}{a(t)}\right)^4 + 3\left(\frac{\dot{a}(t)}{a(t)}\right)^2 + 36\alpha \left(\frac{\ddot{a}(t)}{a(t)}\right)\left(\frac{\dot{a}(t)}{a(t)}\right)^2 - 18\alpha \left(\frac{\ddot{a}(t)}{a(t)}\right)^2 + 36\alpha \left(\frac{\ddot{a}(t)}{a(t)}\right)\left(\frac{\dot{a}(t)}{a(t)}\right) + \frac{\Lambda}{2} = 0 \quad (8)$$

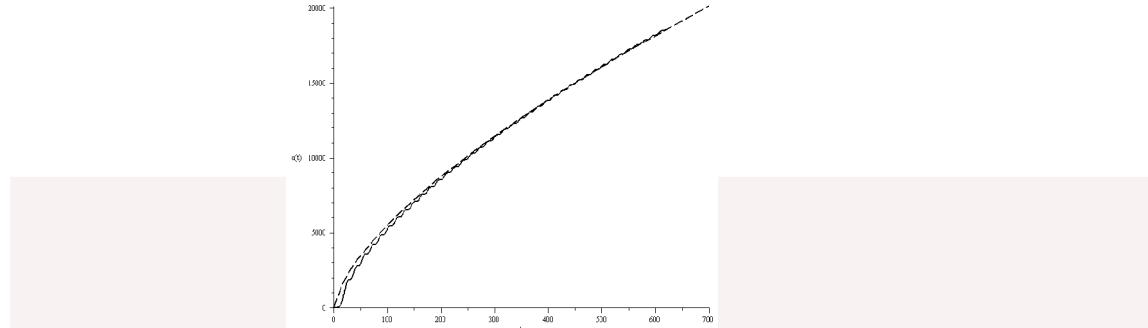
تنها یک جواب دقیق معادله (8) به راحتی به دست می آید:  $a(t) = A e^{\beta t}$ , که در آن  $A$  ثابت و مقدار آن با توجه به شرایط قابل محاسبه است و  $\beta = \pm\sqrt{-\Lambda/6}$ . با توجه به این جواب، اسکالر ریچی به صورت یک عدد ثابت مثبت به دست می آید ( $R = 12\beta^2 = -2\Lambda$ ). جواب های دیگر معادله (8) به صورت دقیق قابل بررسی نیستند ولی با توجه به حل عددی این معادله با اعمال شرایط اولیه مناسب جواب هایی به صورت نمودار شکل ۲ به دست می آید.



شکل ۲: نمودار  $(t) a$  بر حسب  $t$  حاصل از حل معادله (8) با فرض  $\alpha = 1, \Lambda = -0.01$

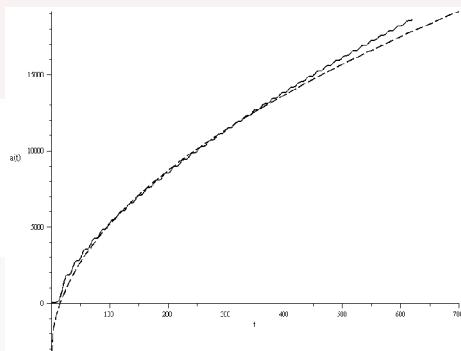
حالت نمودار به گونه ایست که چهار دوره را به نمایش می گذارد، قسمت های ابتدایی و انتهایی نمودار تقریباً به صورت نمایی رشد می کنند و دو قسمت میانی انحراف آشکاری را از رشد نمایی نشان می دهند که شاید بتوان آن ها را به دوران غلبه تابش و ماده نسبت داد.

اگر مقادیر  $\alpha, \Lambda$  به گونه ای انتخاب شوند که ضرب آن ها برابر با  $2.5 \times 10^{-11}$  - گردد آنگاه با توجه به محاسباتی که برای رسم نمودار در مراحل قبل انجام دادیم نمودار  $(t) a$  بر حسب  $t$  به صورت زیر در می آید:



شکل ۳: نمودار  $a(t)$  بر حسب  $t$  حاصل از حل معادله (۸) با فرض  $\alpha\Lambda = -2.5 \times 10^{-11}$  (منحنی پرنگ) و نمودار  $a(t)$  بر حسب حاصل از معادله  $t$   $a(t) = 255t^{2/3}$  (منحنی خط چین)

همان طور که از شکل ۳ مشاهده می شود دو منحنی در قسمت های فرقانی به سمت هم میل می کنند، به عبارتی دوره تسلط ماده با توجه به این مقایسه قابل تشخیص است. در زمان های کوچک ( $t \rightarrow 0$ ) انحراف از رفتار مربوط به ماده-غالب قابل توجه است.



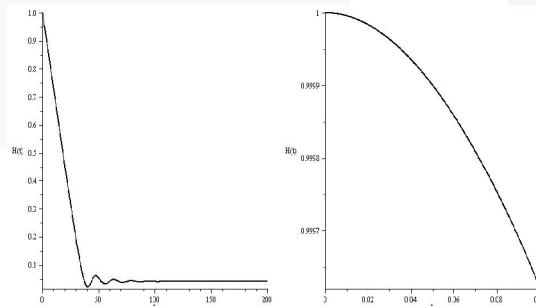
شکل ۴: نمودار  $a(t)$  بر حسب  $t$  حاصل از حل معادله (۸) با فرض  $\alpha\Lambda = -2.5 \times 10^{-11}$  (منحنی پرنگ) و نمودار  $a(t)$  بر حسب حاصل از معادله  $a(t) = -3350 + 850t^{1/2}$  (منحنی خط چین)

از شکل ۴ هم مشاهده می شود که دو منحنی در قسمت های میانی روی هم قرار می گیرند، به عبارتی دوره تسلط تابش با توجه به این مقایسه قابل تشخیص است.

**پارامتر هابل و پارامتر معادله حالت (** $w_{eff}(t)$ **) و  $H(t)$**   
همچنین معادله (۸) را می توان بر حسب  $H(t)$  (پارامتر هابل) به دست آورد:

$$3H^2(t) + 108\alpha\dot{H}(t)H^2(t) + 36\alpha\ddot{H}(t)H(t) - 18\alpha\dot{H}^2(t) + \frac{\Lambda}{2} = 0 \quad (9)$$

به همان شیوه که نمودار  $a(t)$  بر حسب  $t$  رسم شد، معادله را به صورت عددی حل نموده، نمودار  $H(t)$  بر حسب  $t$  را رسم می کنیم.



شکل ۵: نمودار  $H(t)$  بر حسب  $t$  حاصل از حل معادله (۹) با فرض  $\alpha = 1, \Lambda = -0.01$

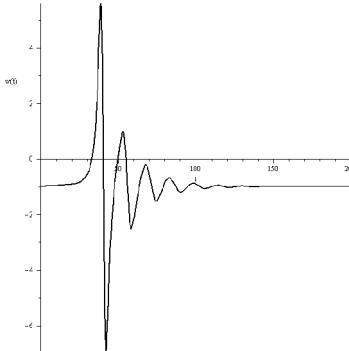
همان طور که در نمودار سمت راست مشاهده می شود  $H(t)$  در زمان های اولیه مقدار تقریباً ثابتی را دارا بوده است. در نمودار سمت چپ نیز ثابت بودن  $H(t)$  در زمان های اخیر کاملاً مشهود است. حالت نزولی تابع  $H(t)$  را نیز می توان به دوره های میانی تسلط تابش و ماده نسبت داد. حال با توجه به رابطه زیر برای پارامتر معادله حالت [5]

$$w_{eff} \equiv \frac{p_{eff}}{\rho_{eff}} = \frac{(\dot{R})^2 f''' + 2H\dot{R}f'' + \ddot{R}f' + \frac{1}{2}(f - Rf')}{Rf' - f - 3H\dot{R}f''} \quad (10)$$

می توان  $w_{eff}$  را حساب نمود، از آنجا که  $H(t)$  را قبلاً به دست آورده ایم اجزاء رابطه (10) را برحسب محاسبه می کنیم سپس  $w_{eff}$  را با توجه به  $H(t)$  به دست می آوریم بنابراین:

$$w_{eff} = \frac{-72\alpha H^4(t) + 24\alpha H^2(t)\dot{H}(t) + 72\alpha H(t)\ddot{H}(t) + 30\alpha \dot{H}^2(t) + 12\alpha \ddot{H}(t) + \frac{\Lambda}{2}}{72\alpha H^4(t) - 72\alpha H^2(t)\dot{H}(t) - 36\alpha H(t)\ddot{H}(t) + 18\alpha \dot{H}^2(t) - \frac{\Lambda}{2}} \quad (11)$$

نمودار  $w_{eff}(t)$  بر حسب  $t$  نیز به صورت زیر در می آید:



شکل ۶: نمودار پارامتر معادله حالت  $(11)$  با فرض  $\alpha = 1, \Lambda = -0.01$  بر حسب  $t$  حاصل از حل معادله  $w_{eff}$

شکل بالا کاملاً مشخص می کند که در زمان های اولیه و اخیر که انساط شتاب دار داریم  $w_{eff}$  مقدار ثابت -1 را دارا می باشد. از نمودار اخیر پیداست که در فاصله زمانی بین دو دوره تورمی، با رفتاری نوسانی مواجهیم که بی شباهت به نوسانات میرای پس از تورم در سایر مدل های تورمی نیست.

### نتیجه گیری

در این مقاله درباره چگونگی یکپارچه کردن تورم و انرژی تاریک صحبت به میان آوردم و نمودارهای مربوط به نتایج به دست آمده را با توجه به شرایط اولیه ای که در نظر گرفته بودیم رسم کردیم. البته باید مذکور شویم که این نمودارها بر اساس مقادیر واقعی نمی باشند زیرا اعداد گسترده وسیعی را در بر می گرفتند که با توجه به امکانات محاسبه ای، دستیابی به یک مدل واقع گرایانه و دقیق امکان پذیر نبود. پس با توجه به این که در محاسبات انجام شده سعی ما بر آن بوده که مدلی به دست آوریم که به طور کمی فازهای مختلف کیهان را توصیف نماید، مقادیر عددی  $w(t)$  و  $H(t)$  را در این نمودارها نمی توان جدی تلقی نمود. برای رسیدن به یک مدل واقع گرایانه تر، لازم است که پارامترهای مدل با توجه به داده های مشاهده ای انتخاب شوند و رفتار متوسط  $\langle w(t) \rangle$  در یک بازه زمانی طولانی (نسبت به دوره تناوب نوسانات) و کوتاه (نسبت به مقیاس زمانی انساط یا  $H^{-1}(t)$ ) را مطالعه قرار دهیم.

### مراجع

- [1] Nojiri S. and Odintsov S. D., *Int. J. Geom. Methods Mod. Phys.* 4, 115 (2007).
- [2] Fay S., Nesseris S. and Perivolaropoulos L., *Phys. Rev. D* 76, 063504 (2007).
- [3] Hu W. and Sawicki I., arXiv:0705.1158(2007).
- [4] Starobinsky A. A., *Phys. Lett. B* 91, 99 (1980).
- [5] Sotiriou T. P. and Faraoni V., arXiv:0805.1726v3(2008).

## Oscillation of Ca H Jet Emission Observed by SOT:

### Viscous Effects

E. Tavabi<sup>1, 2, 3</sup>, S. Koutchmy<sup>2, 3</sup> and A. Ajabshirizadeh<sup>3, 4</sup>

1-Payame Noor University of Zanjan, Zanjan, Iran

2- Institut d'Astrophysique de Paris (CNRS) & UPMC, UMR 7095, 98 Bis Boulevard Arago, F-75014 Paris,  
France,

3- Research Institute for Astronomy & Astrophysics of Maragha (RIAAM),

4- Department of Theoretical Physics and Astrophysics, Tabriz University, 51664 Tabriz, Iran.

(E-mail: [tavabi@iap.fr](mailto:tavabi@iap.fr), [koutchmy@iap.fr](mailto:koutchmy@iap.fr), [a-adjab@tabrizu.ac.ir](mailto:a-adjab@tabrizu.ac.ir)).

**Abstract.** We address the oscillation in chromospheric jet observed by Hinode/SOT and other X-ray jet observed by XRT telescope. Our aim is to investigate an incompressible X-point and the dynamical processes that occur during the magnetic reconnection. The viscous effect is considered on magnetic reconnection in closed line-tied magnetic X-shape nulls.

We perform an MHD simulation in 2D by solving the viscoresistive MHD equations with the tracing of velocity and magnetic field, and it found qualitative agreement oscillatory (or non-oscillatory) behavior with the Hinode observations. These results suggest that the viscous effect may be an important role in oscillation of magnetic reconnection.

**Key words.** MHD oscillation– Sun: chromosphere- Sun: corona- reconnection jet.

### 1. Introduction

Magnetic reconnection is a very dynamic processes and the most fascinating plasma processes which we can observe in the solar atmosphere and observable in a wide range of wavelengths. Introductions into magnetic reconnection in the solar corona can be

found in textbooks (Priest & Forbes 2000, Aschwanden 2009), or in the recent review articles (Hood et al. 2002 and McLaughlin et al. 2010).

A number of recent studies deal with chromospheric reconnection processes that subsequently contribute to corona heating and either by propagating MHD waves *near* null points (location in the field where the magnetic field, and hence the Alfvén speed, is zero) of magnetic fields (Litvinenko and Craig 1999, Sakai et al. 2002 and Shibata et al. 2007).

Historically, much theoretical effort has been done and expended in constructing analytic models of the reconnection oscillatory aspect related to the MHD waves, the pioneering works of Criag and McLymont 1991; Richard and Titov 1996; McLaughlin and Hood 2005; Craig et al. 2005 and McLaughlin et al. 2009.

Since the discovery of quasi-periodic propagating oscillations with non-regular periods of order 2 to 10 minutes and damping times of several tens of minutes in radio, optical and X-ray emission of solar flare like reconnections (Kliem et al. 2000; Ofman and Sui 2006; Inglis and Nakarikov 2009), they have almost interpreted as evidence for propagating magnetohydrodynamic waves.

Ofman et al. (1991) investigated the viscoresistive MHD equations and found that the beams in the vicinity of current layers can lead to the onset of Kelvin-Helmholtz instability and to overstable (i.e. oscillating) modes.

Hasam (1992) and Ofman et al. (1993 and 1994) have also investigated the normal mode solutions for both  $m=0$  and  $m \neq 0$  modes with resistivity and viscous effect included. Craig et al. (2005) demonstrated that viscosity can indeed have a profound effect on the dynamics of magnetic reconnection. They point out that viscosity can dissipate not only the kinetic energy but also a significant fraction of magnetic energy. So the free magnetic energy is dissipated by oscillatory reconnection.

Recently, an example of oscillatory reconnection was detailed by Murray et al. (2008), they found that a series of reconnection reversals (or oscillatory behavior) takes place, during each burst the gas pressure gradient in reconnection site must be balanced by

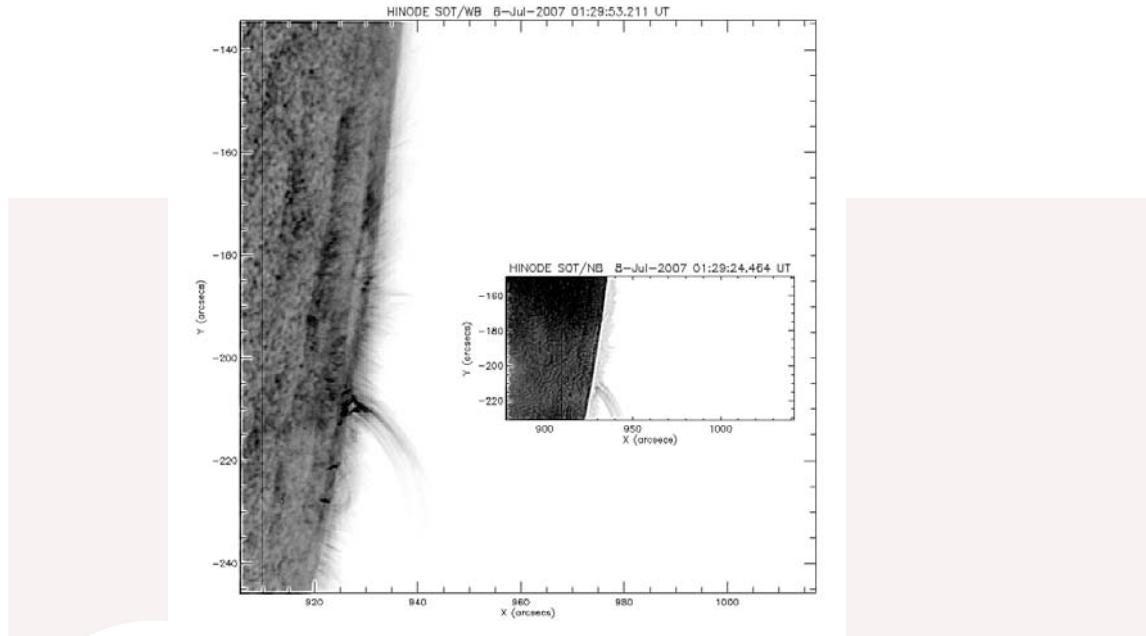
Lorentz force, the Lorentz force is generated by the combined force of the magnetic pressure gradient acting towards the magnetically depleted current sheet and the magnetic tension force pulling the curved fieldlines away from the current sheet and reversals.

## 2. Hinode Observations

### 2-1 Data reduction and Image processing.

The Hinode SOT (SOT is poised to address many fundamental questions about solar magneto-hydrodynamics) data taken above the solar limb have been used to study the dynamical nature of the cool jets. HCaII data used in this study are from the Broadband Filter Imager (BFI) of SOT and the H $\alpha$  data are from the Narrowband Filter Imager (NFI) ([Tsuneta et al. 2008](#)).

The observations were performed in continuous fashion over several minute with different cadence of 20 sec at the diffraction limited resolution of  $\frac{\lambda}{D}$  or  $0''.16$  (120km) using a  $0''.054$  pixel size on filtergrams of the HCaII line and approximately two times worse for H $\alpha$  ([Tsuneta et al. 2008](#)): the spatial resolution with the diffraction limit is now  $0''.33$  (250km) and the scale is  $0''.08/\text{pixel}$  (see Figure 1).



**Figure 1.** Negative HCaII and H $\alpha$  images showing a typical cool jet; the simultaneously obtained H $\alpha$  image is shown inserted in the Ca line Image; times are shown in UT (left vertical thin line is due to the CCD two parts).

The size of all images which were used here is  $1024 \times 512$  pixels<sup>2</sup> (Hinode read out only the central pixels of the detector to keep the high cadence within the telemetry restrictions) thus covering an area of (FOV)  $111'' \times 56''$ .

The Hinode SOT data were calibrated with standard ‘fg\_prep’ of the SSW software ([Shimizu et al. 2008](#)).

A superior spatial image processing for line-like or aligned features is obtained using the mad-max algorithm ([Koutchmy & Koutchmy 1989](#)). The mad-max operator acts to enhance the finest scale structure substantially. The mad-max filter is a weakly nonlinear modification of a second derivative spatial filter. Specifically, it is where the second derivative has a maximum when looking along different directions. The behavior of the mad-max qualitatively resembles the second derivative, but the strong selection for the direction of the maximum variation substantially enhances line-like structure. It appears to reduce blending between crossing threads superposed along the

line of sight. The algorithm, as originally proposed, samples the second derivative in eight directions, but the directional variation of the second derivative was generalized to a smooth function with a selectable pass band spatial scale for this work (for more details see the [November & Koutchmy 1996](#)).

Spatial filtering using “mad-max” algorithms clearly shows relatively bright radial threads in the chromosphere as fine as the resolution limit of about 120 km.

## 2-2 Event Description

The brightening of several loop system at the edge of a sunspot was observed by SOT for about two-three hours on 2007 July 08, between about 00:34 and 03:11 UT. The dynamic evolution described in the following lasted about one hour, ending at 02:05 UT.

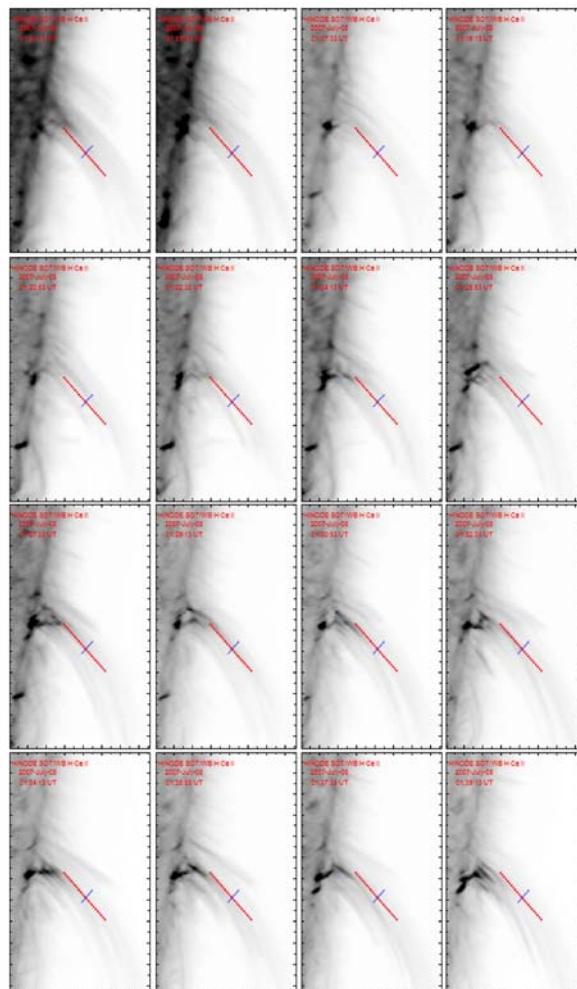
Figure 2 & 3 show snapshots outlining the main feature of the jet in both HCaII and H $\alpha$  lines simultaneously, at about 01:14 UT, when the jet spine part becomes visible. The red dashed lines denotes the average axis of the jet (including the interchange space) and the double short blue lines show two different heights with distance of 3 Mm, which henceforth are denoted as layer I & II and indicate the location on the jet where its transversal displacement is further analyzed.

At about 01:25 UT, the jet becomes more dynamic and it seems that two or three null points appear close to each other. They appear to have different brightness and collectively exhibit a small scale anemone jet-like shape as defined by Shibata, or an Eiffel tower shape as defined by others.

The observation suggests that the dynamic phenomena were caused by the interaction of newly emerging flux in the arcade like field near the active region. The long-lived phenomenon concentrates in the vicinity of the sunspot, which would have multiple 3D null points during the event. The jet-like event emerged as a brightening propagating along the spine and the slingshot behavior is clearly seen in figure 7; it can be

understood by means of models of magnetic reconnection between small emerging bipole.

This whip-like motion with brightening also include a small amplitude transversal oscillation which maybe related by means of magneto acoustic wave similar to a propagating kink or an Alfvén wave.

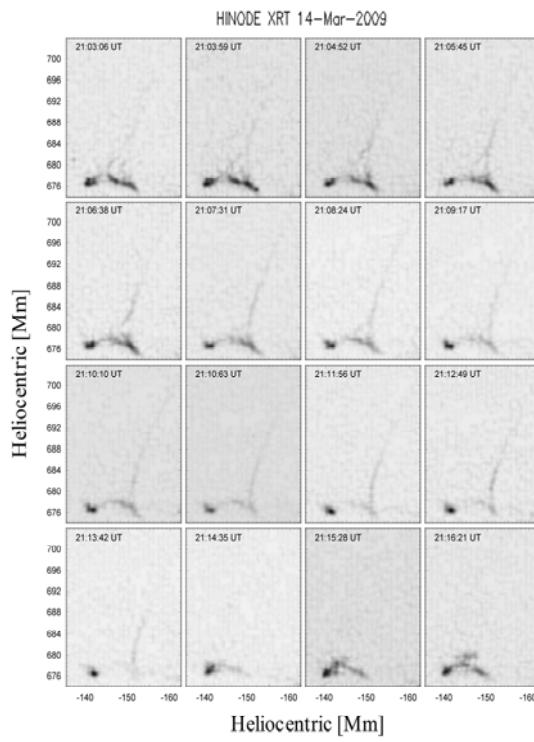


**Figure 2.** Selected snapshots of negative and mad-maxed images from the SOT (Hinode) broadband HCaII filter observations ( $10 \times 25$  arcsec $^2$ ) at different times (01:14 to 2:14 UT). The spine axis (includes interchange space) are denoted by dashed red line. Blue line is plotted at upper of reconnection site position in all images to outline

the oscillatory transverse motion and displacement of its central part. See the text for details.

The XRT images presented in this study (fig. 2) are take with the Ti-poly filter and have field of view (FOV) of  $512'' \times 512''$ , the spatial resolution is around  $2''$  ( $1''.032 pixel^{-1}$ ).

The Hinode XRT data were also calibrated with standard ‘xrt\_prep’ software ([Shimizu et al. 2008](#)).



**Figure 3.** Negative and mad-maxed X-ray images showing the jet evolution on 14 March 2009.

### 3. Basic equations and simulation method

We solve the time dependent viscoresistive MHD equations on a rectangular bounded two-dimensional domain ([Gunzburger and Trenchea 2005](#)). With these assumptions the basic dimensionless form of equations for a viscous incompressible resistive fluid:

$$\begin{aligned} \partial_t V + V \cdot \nabla V - \nu \nabla^2 V + \nabla P + S \nabla \left( \frac{1}{2} B^2 \right) - S(B \cdot \nabla) B &= 0, \\ \partial_t B + (V \cdot \nabla) B - (B \cdot \nabla) V + \eta \nabla \times \nabla \times B &= 0, \\ \operatorname{div} V = 0, \quad \operatorname{div} B = 0, \\ V = 0, \quad B \cdot n = 0 \quad \text{and} \quad \operatorname{curl} B = 0 \quad \text{at boundary.} \end{aligned}$$

Where  $V$  is the plasma velocity,  $B$  the Magnetic induction (usually called the magnetic field),  $P$  is the plasma pressure, all variables are normalized by asymptotic Alfvén

velocity  $V_A = \frac{B_0}{(\mu_0 \rho_0)^{\frac{1}{2}}}$  of the configuration at  $t=0$  and  $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ Hm}^{-1}$

magnetic permeability, time is measured in units of the Alfvén time  $\tau_A = \frac{l}{V_A}$  and  $l$  is

the typical length of current layer half-width.  $\eta$  is the magnetic diffusivity and

normalized by  $\mu_0 l V_A$ , then the magnetic Reynolds number (Lundquist number) is

given by  $R_m = \eta^{-1}$  (it is a measure of the strength of the coupling between the flow and

magnetic field) and the Reynolds number  $R_e = \nu^{-1}$  (where  $\nu$  is the scalar kinetic

viscosity),  $S = \frac{Ha}{R_e R_m}$  (where  $Ha$  is the Hartman number and representing the ratio of

magnetic to viscous diffusion forces), we take the equilibrium density to be uniform, i.e.  $\rho = \rho_0$ . Note that the scalar classical viscous term used here is not the most appropriate for solar corona, the viscosity should takes a non-isotropic tensor (Craig 2008).

Let us now introduce the vector potential  $A$ , can be written  $B = \nabla \times A$ , and in two dimensions we have  $A = (0, 0, A_z)$ . Thus we have

$$B = \nabla A \times e_z = (-\partial_y A_z, -\partial_x A_z, 0)$$

For an initial equilibrium potential field of the form  $B_0 = (y, x)$  in Cartesian coordinate, we have

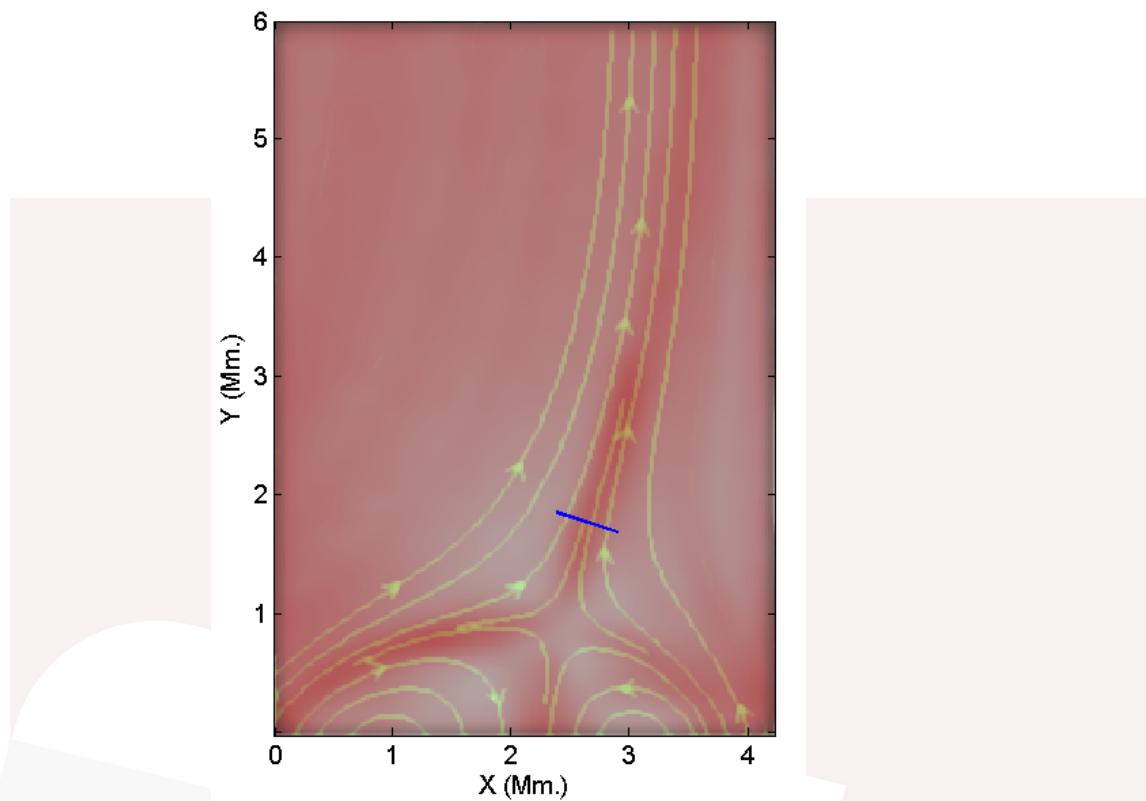
$$A_0 = -\frac{1}{2}(x^2 - y^2).$$

The uniform boundaries are closed x, y and for convergence checking has been carried out by looking at normalized difference in successive iterates in a domain with  $(64)^2$  gridpoints.

#### 4. Results and Discussion

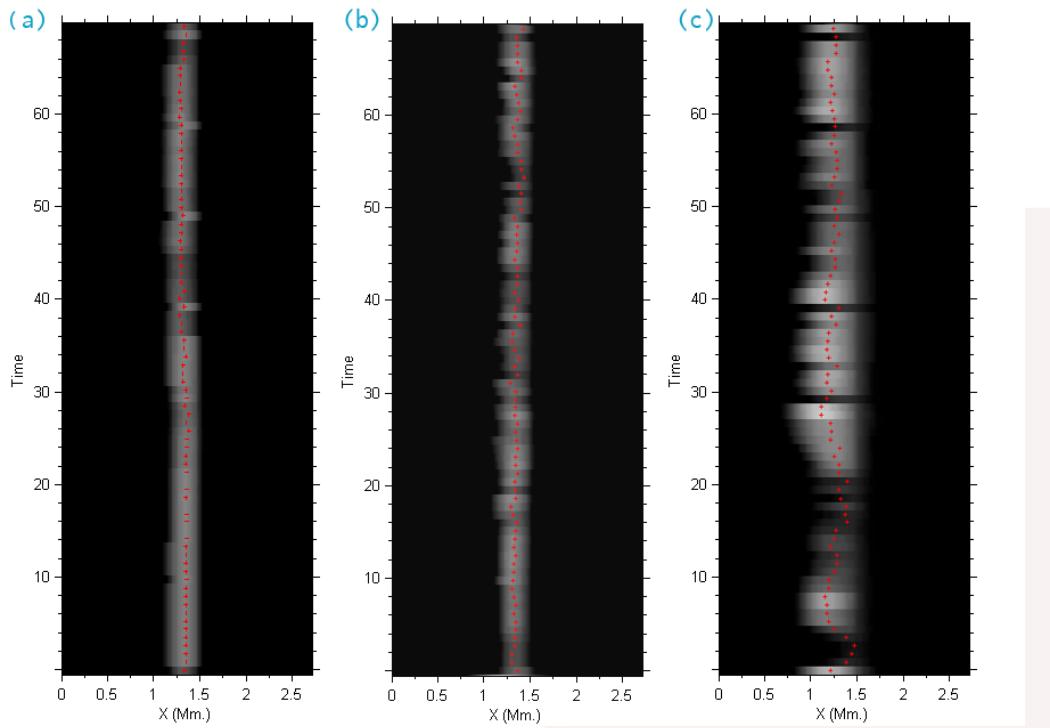
In this section, we describe our numeric results and compare them with the XRT and SOT observations. Figure 4 shows the field line topology (green) at a stage of X-null point formation, and the background contours of absolute value of velocity are shown in red.

The axis motions above the reconnection site across the oblique blue line was shown in time-slice diagram in figure 5.



**Figure 4.** The magnetic field lines (green) near the reconnection site and the absolute value of velocity  $|V|$ .

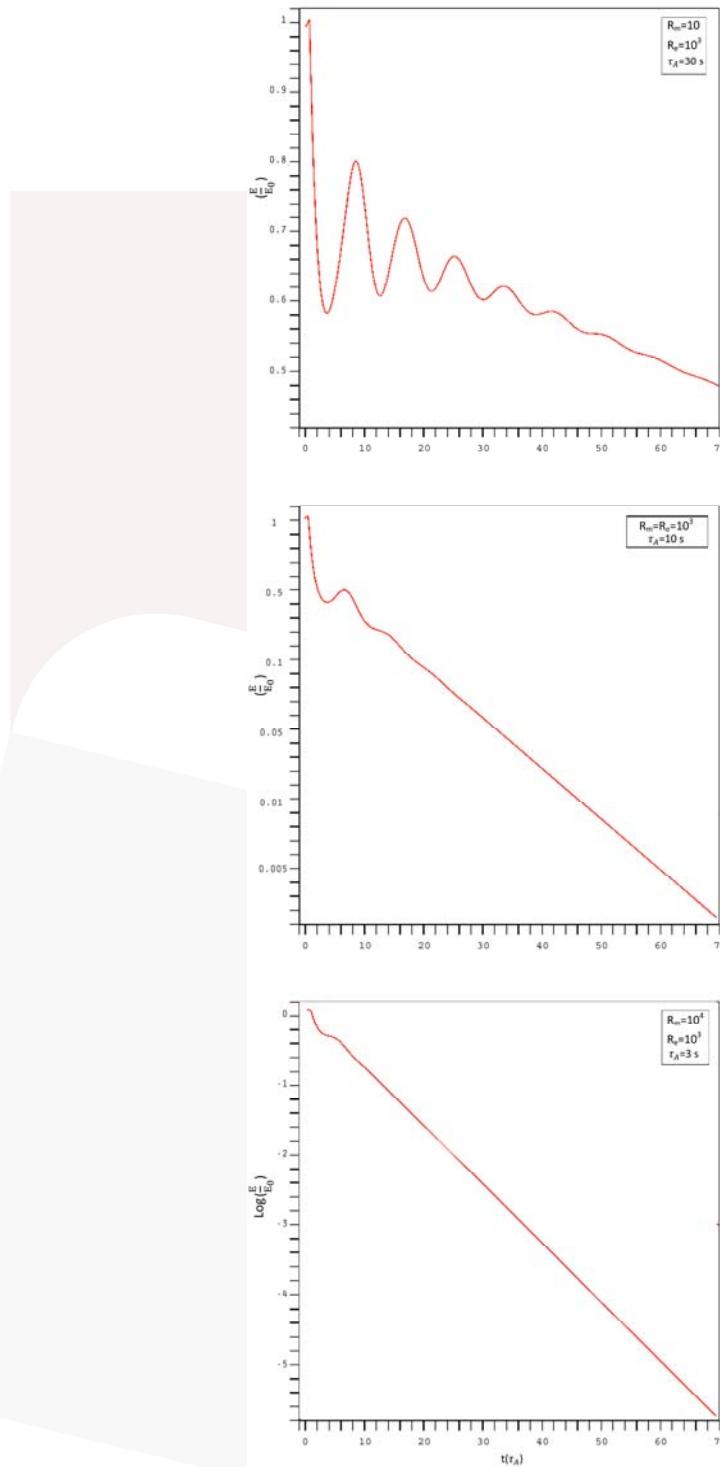
The axis motions above the reconnection site across the oblique blue line was shown in time-slice diagram in figure 5.



**Figure 5.**

This figure demonstrates quasi-periodic oscillatory behavior which related to the viscosity effects. Left panels (fig. 5-a) shows the behavior of the jet axis perturbation when  $R_e = 10^3$  and  $R_m = 10^4$  (or  $\nu = 0.001$  and  $\eta = 0.0001$ ). The red crosses show the exact position of jet axis, if the resistivity is increased ( $R_e = R_m = 10^3$ ) the oscillatory aspect will be appearing (fig. 5-b) and it was clearly seen in the right panel (fig. 5-c) for  $R_e = 10^3$  and  $R_m = 10$ .

The oscillation and decay disturbance of total energy (magnetic and kinetic) for the cases corresponding to the figure 5 was plotted in figure 6 respectively.



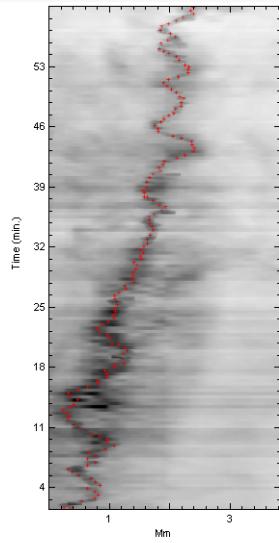
**Figure 6.** Energy fluctuations for different values of Reynolds numbers ratio, vertical axes show the value of the global energies ( $E$ ) respect to the initial equilibrium ( $E_0$ ), horizontal axes are time in the Alfvénic time-scale  $T(\tau_A)$ .

The results show that the integrated energy changing for the MHD fluid is dependence

to the ratio of the Reynolds numbers, when this ratio  $\frac{R_m}{R_e}$  is large ( $>>1$ ), we see a

rapid decay in the integrated energy (fig. 6-c), and by increasing in this ratio a typical oscillation will be occur and the decay time is slower (fig. 6-a & b).

Figure 7 is time/slice diagrams which show two temporal sequences of displacements corresponding to the axis of the jet (across the blue line in figure 4). In this diagnostic diagram we find that points on the jet spine axis oscillate transversally with time; in addition the average transverse motion around the central longitudinal spine axis show a whip-like motion from left-to-right in both layers, but XRT data we could not find any displacement of jet axis.



**Figure 7-** “Time slice” images in Ca H II line, produced using Hinode observations.

## 5. Conclusions

We find oscillatory reconnection in the adopting simulation and present Hinode SOT and XRT observations of solar atmospheric two layers: (*i*) chromospheric which was seen in cool Ca II H line and (*ii*) coronal hole region in X-ray hot emission line.

The x-ray jet in corona does not show any oscillation along the spine axis of jet or intensity flux, the spine is moving like as whip-like motions from left to right (Filippov et al. 2009), and seems it's damping is monotonic decay. This monotonically damping confirms with our simulation results for corona condition where the Reynolds numbers ratio is much greater than one (fig. 6-c).

For chromospheric dense and cool jet, displacement of ejected plasma flow is seen in fig. 7, this time-slice diagram shows quasi-periodic oscillation, this oscillatory behavior

was predicted by the simulation result for  $\frac{R_m}{R_e} \ll 1$  (fig. 6-a) and for this condition the

energy damping shows a slowly decaying.

We know that the azimuthally symmetric ( $m=0$ ) modes are the only modes associated with topological reconnection and it is shown that reconnection can only occur in the case of purely radial disturbances and allows a finite current parallel to the spine at the neutral point (Craig & Watson 1992).

From the analysis by Rickard & Titov (1996) it is clear that the  $m=1$  mode (current accumulation in separator plane) is the most likely mode to naturally occur for the axisymmetric single null point. There are two ways to generate this mode, tilting and as a result in current accumulation in the separator plane for a time interval that is related to the transient time of the driver, but for the double nullpoint it is only possible to perturb each null with a pure  $m=1$  mode by perturbing the spine axis.

From theoretical interpretation point of view for non-reconnective modes ( $m > 0$ )

include the scalar fluid viscosity, the fundamental oscillation period  $T(\tau_A) \approx \frac{1}{2} |\ln R_m|$

([Hasam 1992](#); [Craig and Mclymont 1991](#)), and therefore, the Alfvénic time scale as 3 s for corona and about of ten times more for chromosphere layer. And we know that the dissipation rate depends to the magnitude of the dissipative coefficient, thus for  $R_m < R_e$  the problem is dominated by  $|\ln R_m|$ , and for  $R_e < R_m$  it is dominated by  $|\ln R_e|$ .

[Craig et al. \(2005\)](#) show that viscous and resistive terms are capable of balancing the Lorentz force and advection, respectively. So the Lorentz force acting on the plasma can be diminished by viscosity and the global decay is restricted by the damping of magnetic field energy on the resistive time scale, our results confirm with this statement.

We rewrite the equation of motion as

$$\rho \partial_t V = -\nabla P + J \times B + F_{visc}$$

We neglect gravity, which is exactly zero when we consider the horizontal pressure balance. The right hand side can be written as

$$-\nabla(P + \frac{B^2}{8\pi}) + \frac{1}{4\pi}(B \cdot \nabla)B + \rho\nu(\nabla^2V + \frac{1}{3}\nabla(\nabla \cdot V))$$

direction of first term at the reconnection phase towards to the origin of reconnection, where the magnetically depleted magnetic tension (second term) and viscosity force directions toward to the outside of diffusion region.

When  $R_m \gg R_e$  (or  $\eta \ll \nu$ ), the last terms of this equation is increased dramatically, so the balancing between the tension force and the gradient of total pressure is disestablished suddenly, and leads to the fast burst to the outward of diffusion region. This condition could reverse when the viscosity coefficient is not very large, when the  $\eta \approx \nu$  evidently provides a transition between the regimes of oscillatory and fast

decay. Almost the diffusion skin depth defined as  $\approx \eta^{\frac{1}{2}}$ , then for  $\eta \gg \nu$ , after the first burst, the total pressure and tension force could be balanced again at the boundaries and the tension force will be marginally larger again, and the newly reconnected is reversed.

However, further work is needed and the new SDO mission data could help to develop and generalize the model.

**Acknowledgements.** We thank B. Filippov for useful discussions and we are very grateful to the Hinode team for providing wonderful observations. Hinode is a Japanese mission developed and launched by ISAS/JAXA, with NAOJ as domestic partner and NASA and STFC (UK) as international partners. Image processing MAD-MAX program was provided by O. Koutchmy, see [http://www.ann.jussieu.fr/~koutchmy/index\\_newE.html](http://www.ann.jussieu.fr/~koutchmy/index_newE.html).

## References

- Aschwanden, M. 2009, Physics of the solar corona, Springer
- Craig, I.J., Litvinenko, Y. E. & Senanayake, T., 2005, Astron. Astrophys. **433**, 1139-1143
- Craig, I. J. D., & Watson, P. G. 1992, ApJ, **393**, 385
- Craig, I. J. D., & McClymont, A. N. 1991, ApJ, **371**, L41
- Filippov, B., Golub, L. and Koutchmy, S., 2009, Solar Phys., **254**, 259
- Gunzburger,M. and Trenchea, C. 2005, J. Math. Anal. Appl. **308**, 440–466
- Hassam, A. B. 1992, ApJ, **399**, 159
- Hood, A. W., Brooks, S. J. & Wright, A. N. 2002, Proc. Roy. Soc, A**458**, 2307
- Inglis, A. R. & Nakariakov, V. M., 2009, **493**, 259-266
- McLaughlin, J.A. & Hood, A.W., 2005, Astron. Astrophys. **435**, 313-325.
- McLaughlin, J.A., De Moortel, I., Hood, A.W. & Brady, C.S., 2009, Astron. Astrophys. **493**, 227-240
- McLaughlin, J. A., Hood, A. and De Moortel, W. I. , 2010, impress
- November, L. J. & Koutchmy, S. 1996, ApJ, **466**, 512
- Ofman, L. & Sui, L., 2006, Astrophys. J., **644**, L149
- Ofman, L., Morrison, P. J. & Steinolfson, R. S. 1993, Astrophys. J., **417**, 748
- Ofman, L., Davila, J. M. & Steinolfson, R. S. 1994, Astrophys. J., **421**, 360
- Priest, E. R. & Forbes, T. 2000, Magnetic Reconnection, Cambridge University Press

- Koutchmy, O. & Koutchmy, S., 1989, in Proc. 10<sup>th</sup> Sacramento Peak Summer Workshop, High Spatial Resolution Solar Observations, ed. O. von der Luhe (Sunspot: NSO), 217
- Kliem, B., Karlick'y, M., & Benz, A. O., 2000, Astron. Astrophys., **360**, 715
- Litvinenko, Y. E., & Craig, I. J. D. 1999, Solar Phys., **189**, 315
- Rickard, G. J. & Titov, V. S., 1996, Astrophys. J., 472, 840-852
- Shimizu, T., Nagata, S., Tsuneta, S., et al. 2008, Sol. Phys., **249**, 221
- Shibata, K., et al. 2007, Science, **318**, 1591
- Tsuneta, S., Ichimoto, K., Katsukawa, Y., et al. 2008, Sol. Phys., **249**, 167

## The Equilibrium Structure of Prolate Magnetized Molecular Cores with Polytropic Equation of State

Mohsen Nejad-Asghar and Elham Ghahremani

*Department of Physics, University of Mazandaran, Babolsar, Iran*

The structure of molecular cloud cores supported by thermal pressure and a poloidal magnetic field is reinvestigated in the magnetohydrostatic and axisymmetric approximation with polytropic equation of state. We adopt a reference state consisting of a uniform sphere threaded by the uniform background field, then the effects of polytropic index on core shapes are investigated. The results show that the polytropic equation of state implies more molecular cloud cores appear in the oblate configuration.

PACS numbers: 98.38.Dq

### I. INTRODUCTION

The study of dense molecular cloud cores are of paramount interest because they are the sites where stars form (see, e.g., [1,2], for reviews). In situations where other physical effects in comparison with gravity and thermal pressure can be neglected, these cores have been modeled as isothermal spheres in hydrostatic equilibrium bounded by an external pressure, known as Bonnor-Ebert spheres. For some objects, such a model offers remarkable agreement with observation [3–7]. However, surveys of large samples of dense cores in dark clouds reveal that spherically symmetric cores are the exceptions rather than the rule. The projected aspect ratios can significantly differ from unity, making the intrinsic geometry even more elongated [8,9]. If we assume these cores are axisymmetric and are randomly oriented in the sky, statistical analysis suggests many of them are prolate [8,10]. On the other hand, oblate shapes may fit better with the observed distribution of shapes for intrinsically triaxial cores [11,12].

The formation of prolate cores presents certain theoretical challenges. If the formation history of these cores is dominated by quasi-static contraction regulated by ambipolar diffusion, the resulting geometry is a sequence of oblate spheroids [13–16]. This is a natural outcome since matter can contract freely along the field lines, but must overcome the additional magnetic pressure and tension perpendicular to them. The inclusion of rotation produces even flatter morphologies, but there is little observational evidence supporting the view that rotation is important for cores [17]. A helical magnetic field was used by [18] and [19] to explain the prolate cores to produce a large range of aspect ratios consistent with observation. Here, the hoop stress generated by the toroidal field component facilitates the confinement of matter toward the axis. However, the presence of toroidal fields requires a current flowing along the symmetry axis, which is difficult for astrophysical systems to realize. We note that

[20] were able to obtain both prolate and oblate cores with only a poloidal field by specifying the shape of the core and solving for the mass-to-flux ratio after an equilibrium had been found. In this case, the mass-to-flux ratios are distinct for the two types of cores. Recently, the structure of molecular cloud cores supported by thermal pressure and a poloidal magnetic field has been reinvestigated in the magnetohydrostatic and axisymmetric approximation by [21]. The solutions for prolate configurations were found to be relevant for the lower masses than for their oblate counterparts.

In this research, we develop the work of [21] to reexamine the structure of molecular cloud cores, but with polytropic equation of state. We want to investigate the effect of polytropic index on the structure of molecular cloud cores. The finding of this work can be used for interpreting the morphology of pre-stellar cores. The theoretical framework including the assumptions and equations of the model are described in §2. The method of solution and the numerical results are presented in section 3.

### II. FORMULATION OF PROBLEM

For mathematical tractability, the figures of equilibrium are restricted to be axisymmetric and described in cylindrical coordinates  $(\varpi, z)$ . Consider a cloud core described by an polytropic equation of state  $P = K\rho^\gamma$ , where  $P$ ,  $\rho$ , and  $\gamma$  are the pressure, density, and polytropic index, respectively. Let this cloud be embedded in an environment characterized by a large scale background magnetic field  $\mathbf{B}_0 = B_0\hat{z}$  and an external pressure  $P_{ext}$ . Pressure equilibrium requires the cloud to have density  $\rho_0 = (P_{ext}/K)^{1/\gamma}$  on its surface. From these parameters, along with the gravitational constant,  $G$ , the units of length, density, pressure, gravitational potential, mass, magnetic field, an magnetic flux are taken as

$$l_0 \equiv \sqrt{\frac{K}{4\pi G\rho_0^{2-\gamma}}}, \quad \rho_0, \quad P_{ext}, \quad K\rho_0^{\gamma-1},$$

$$M_0 \equiv 4\pi\rho_0 l_0^3, \quad B_0, \quad \Phi_0 \equiv 2\pi B_0 l_0^2,$$

respectively. For typical isothermal cores with  $\gamma = 1$ , if we take  $K = 0.04$ ,  $P_{ext} = 10^{-12}$  dyne cm $^{-2}$ , and  $B_0 = 20\mu\text{G}$ , then  $l_0 = 0.14\text{pc}$ ,  $\rho_0 = 1.5 \times 10^3 \text{ m}_H \text{cm}^{-3}$ ,  $M_0 = 1.3 M_\odot$ , and  $\Phi_0 = 2.5 \mu\text{Gpc}^2$ , where  $m_H$  is the mass of a hydrogen atom. In these units, the magnetohydrostatic equilibria are governed by Poisson's equation for the gravitational potential,  $V$ , as

$$\nabla^2 V = \rho, \quad (1)$$

the divergence free condition of the magnetic field

$$\nabla \cdot B = 0, \quad (2)$$

and the force equation

$$0 = -\frac{\gamma}{\gamma-1} \nabla \rho^{\gamma-1} - \nabla V + (\beta \rho)^{-1} (\nabla \times B) \times B, \quad (3)$$

In the last equation,  $\beta \equiv 4\pi\rho_0^\gamma K/B_0^2$ . The other two equations of magnetohydrodynamics (MHD), the conservation equation, and induction equation are identically satisfied for  $\partial_t = v = 0$ .

The divergence free condition on the magnetic field can be satisfied using the flux function  $\Phi = \int \mathbf{B} \cdot e_z \varpi d\varpi$  (recall a factor of  $2\pi$  has been absorbed into the unit of flux). An axisymmetric and purely poloidal magnetic field can be uniquely specified by the flux function as

$$\mathbf{B} = \varpi^{-1} \nabla \Phi \times e_\varphi. \quad (4)$$

In this case,  $\mathbf{B}$  is everywhere tangent to the contours of  $\Phi$ . In terms of the flux function, the force equation becomes

$$0 = -\nabla \frac{\gamma}{\gamma-1} \rho^{\gamma-1} - \nabla V + (\beta \rho)^{-1} \nabla \cdot (\varpi^{-2} \nabla \Phi) \nabla \Phi. \quad (5)$$

The force equation can be projected along the magnetic field to obtain  $\mathbf{B} \cdot \nabla h = 0$ , where

$$h = \frac{\gamma}{\gamma-1} \rho^{\gamma-1} + V, \quad (6)$$

is the specific enthalpy. This implies that  $h(\varpi, z) = h(\Phi)$  is a function of  $\Phi$  alone. The component of the force equation perpendicular to the magnetic field, governs the spatial distribution of field lines, and it can now be manipulated to read

$$\nabla \cdot (\varpi^{-2} \nabla \Phi) = -\beta \rho \frac{dh}{d\Phi}. \quad (7)$$

To close the system of equations, we impose the integral constraints that the mass in each flux tube is conserved, and is given by

$$\int_0^{Z(\phi)} \rho \varpi \left[ \frac{\partial \varpi}{\partial \Phi} \right]_z dz = \frac{dm}{d\Phi}. \quad (8)$$

In the above equation, the  $z$  integral is performed over constant  $\Phi$ , and  $dm/d\Phi$  is the known differential mass-to-flux ratio, obtainable from either observation or an evolutionary calculation. The core surface, described by  $Z(\Phi)$ , is a free internal surface of the problem. To determine the location of the core boundary and the specific enthalpy, we note that  $h = \frac{\gamma}{\gamma-1} + V|_{z=Z}$  because  $\rho = 1$  on the surface. Once  $V$  is known, both  $h$  and  $Z$  can be determined by solving the equation

$$\int_0^{Z(\phi)} \frac{\gamma-1}{\gamma} (h - V)^{\frac{1}{\gamma-1}} \varpi \frac{d\varpi}{d\Phi} dz = \frac{dm}{d\Phi} \quad (9)$$

along each flux tube.

### III. NUMERICAL METHOD AND RESULTS

Our numerical scheme for constructing solutions is an iterative procedure similar to that of [13] and [22]. For definiteness, we adopt a differential mass-to-flux ratio corresponding to a reference state consisting of a uniform sphere threaded by the uniform background field. If the total mass of the core is  $M_c$ , and total trapped flux is  $\Phi_c$ , then

$$\frac{dm}{d\Phi} = \frac{3M_c}{2\Phi_c} \sqrt{1 - \frac{\Phi}{\Phi_c}}. \quad (10)$$

This configuration was termed *parent cloud*, and serves as the initial trial solution. Starting with the parent cloud,  $h$  and  $Z(\Phi)$  are computed from equation (9), which allows a calculation of the source functions in equations (1) and (7).

In the magnetically regulated star formation paradigm, a key parameter is the total mass-to-flux ratio,  $\lambda = \beta^{1/2} M_c / \Phi_c$  (or in conventional units  $\lambda = 2\pi G^{1/2} M_c / \Phi_c$ ). The supercritical clouds with  $\lambda > 1$  are capable of continued contraction leading to star formation, while the sub-critical clouds with  $\lambda < 1$  are not. Through a process of natural selection, modern day molecular clouds are most likely to be in a marginally critical state [23]. Clouds with  $\lambda \gg 1$  would have collapsed to form stars, while those with  $\lambda \ll 1$  would have evolved to the diffuse interstellar medium. These theoretical arguments are consistent with the finding of [24] who estimated  $\lambda \sim 2$  in the cores. Thus, we argue that instead of fixing the total flux, as in [13] and [22], a more convenient parametrization would be to vary the total mass while maintaining an order unity value of  $\lambda$ .

The solution space is three dimensional, parameterized by  $\lambda$ ,  $\beta$ , and  $M_c$ . However, for values of  $\lambda \in [0.1, 7]$  and  $M_c < 20$ , the solution is approximately degenerate. With  $\alpha \equiv \lambda/\beta^{1/2} \equiv M_c/\Phi_c$  held fixed, varying  $\beta$  by two orders of magnitude only introduces less than a 1% change to

the equilibrium solutions, indicating the relative insensitivity of the magnetic field strength in this parametrization. We shall thus use  $\alpha$  and  $M_c$  as our basic parameters when discussing the numerical results.

Of primary interest in this study is the core shape. The aspect ratio of the cores are illustrated in Fig. 1 versus to  $M_c$  for different values of the free parameter  $\alpha$  and polytropic index  $\gamma$ . Here, the aspect ratio is defined as the ratio of the radial extent to the vertical extent of the cloud core surface. An important feature to note is that for fixed  $\alpha$ , there exists a critical mass  $M_c$  below which the core takes a prolate shape.

It can be seen that for  $\gamma = 1$  the prolate configurations are restricted to low core masses, while for  $\gamma = 7/5$  the core shape inclines to the oblate configuration. Physically, this inclination to oblate form is from increasing of thermal pressure, which arises from increasing of polytropic index. Thus, the polytropic equation of state implies that more molecular cloud cores appear in the oblate configuration.

- [1] Shu F. H., Adams F.C., Lizano S., 1987, ARA&A, 25, 23
- [2] McKee C. F., Ostriker E. C., 2007, ARA&A, 45, 565
- [3] Alves J. F., Lada E. A., 2001, Nature, 409, 159
- [4] Evans N. J., Rawlings J. M. C., Shirley Y. L., Mundy L. G., 2001, ApJ, 557, 193
- [5] Kirk J. M., Ward-Thompson D., Andre P., 2005, MNRAS, 360, 1506
- [6] Schnee S., Goodman A., 2005, ApJ, 624, 254
- [7] Stutz A. M., 2007, ApJ, 665, 466
- [8] Myers P., Fuller G. A., Goodman A. A., Benson P. J., 1991, ApJ, 376, 561
- [9] Jijina J., Myers P. C., Adams F. C., 1999, ApJS, 125, 161
- [10] Ryden B. S., 1996, ApJ, 471, 822
- [11] Jones C. E., Basu S., Dubinski J., 2001, ApJ, 551, 387
- [12] Tassis K., 2007, MNRAS, 379, 50
- [13] Mouschovias T. Ch., 1976, ApJ, 206, 753
- [14] Nakano T., 1979, PASJ, 31, 697
- [15] Lizano S., Shu F. H., 1989, ApJ, 342, 834
- [16] Nejad-Asghar M., 2010, RAA, 10, 1275
- [17] Goodman A. A., Benson P. J., Fuller G. A., Myers P. C., 1993, ApJ, 406, 528
- [18] Tomisaka K., 1991, ApJ, 376, 190
- [19] Fiege J. D., Pudritz R. E., 2000, ApJ, 534, 291
- [20] Curry C. L., Stahler S. W., 2001, ApJ, 555, 160
- [21] Cai M. J., Taam R. E., 2009, ApJL, 709, 79.
- [22] Tomisaka K., Ikeuchi S., Nakamura T., 1988, ApJ, 326, 208
- [23] Shu F. H., Li Z. Y., Allen A., 2004, Star Formation in the Interstellar Medium, ASP Conference, 323, 37
- [24] Troland T. H., Crutcher R. M., 2008, ApJ, 680, 457

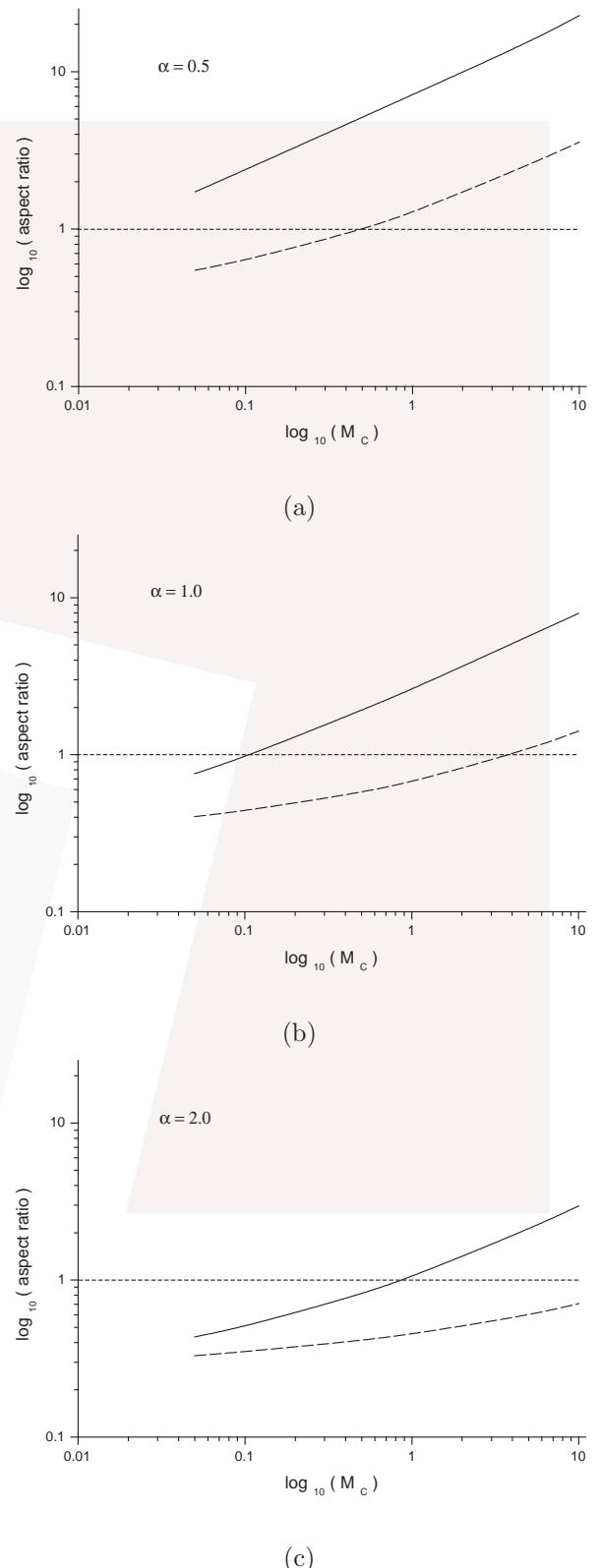


FIG. 1. Core aspect ratios versus mass for isothermal case with  $\gamma = 1$  (dash), and polytropic state with  $\gamma = 7/5$  (solid).

## Evidences to the Pulse Like Origin of Solar Spicules

Ebadie, H.<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Department of Astrophysics, Faculty of Physics, University of Tabriz, Tabriz, Iran

We analyzed Hiode/SOT observations of limb spicules and showed that there are double spicules which can be counted to the pulse like origin of them. We plotted length, height and the distance between double spicules during time. The observed values are in well agreement with recent observations of type I spicules. The double structures may arise when the up going chromospheric material produced by initial shock, coming back because of gravity while the second shock push up the material.

PACS numbers: 05.10.-a ,05.10.Gg, 98.70.Vc

### I. INTRODUCTION

The spicules were discovered almost 130 years ago but they still remain as one of Solar Physics mysteries [1]. They are observable in  $H_{\alpha}$ , D<sub>3</sub> and Ca II H chromospheric lines. The general properties of them can be found in some reviews [2], [3] and [4]. Although double spicules were observed by many authors [5] and [6]. but there are still no existing mechanisms that can explain them. [7] have proposed the magnetic reconnection as a possible mechanism of them. [8] by performing 2D numerical simulations of MHD waves and show that the 2D rebound shock model can explain double spicules. In this paper we will use Hinode/SOT observations in  $H_{\alpha}$  line. The height, length and the distance between two spicules will be plotted during time.

### II. OBSERVATIONS AND IMAGE PROCESSING

We used a series of time sequence which were obtained on 8 November 2007 around 15:49 to 16:01 UT with the solar optical telescope (SOT) onboard Hinode. The spatial resolution reaches 0.16 arc sec (120 km) and the pixel size is 0.16 arc sec ( $\sim 120$  km) in the  $H_{\alpha}$  line (656.3 nm). The images have a cadence of 16 seconds with an exposure time of 0.3 seconds. We used the routines of "fg-prep", "fgrigidalign" and "madmax" to reduce the images spikes and jitter effect and to align time series and to enhance the finest structures, respectively.

### III. RESULTS AND DISCUSSION

We analyzed the Hinode observations and the results are presented in FIG. 1. The white arrows show the two parts of the studied spicule. These two parts are presented in all time series and we may say that they are related to a one spicule. Height, length and the distance between them coincide with type I spicules.

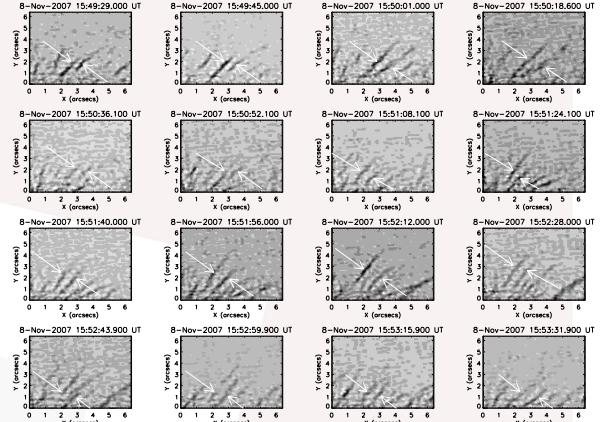


FIG. 1. 16 consecutive images of time sequence in  $H_{\alpha}$  line (from left to right and top to bottom). The white arrows show the two components of a spicule.

In Figs 2, 3 and 4 we plotted length and the mean distance between two spicule parts. The length of spicules are 4–10 arc sec which are longer than the values observed with Ca II H-line. The mean distance between two spicule parts firstly grows slowly but at the end of spicule lifetime it grows fast up to 6 arc sec. Their treatments are more or less periodic but their variations have very weak correlation with each other.

### IV. CONCLUSION

We used high resolution time series images of Hinode/SOT in  $H_{\alpha}$  (656.3 nm) line. The double structures lengths show quasi-periodic variation during time. They change from 4–8 arc sec during 700 s. Mean distance between two spicules also has quasi-periodic variations. Both length and the mean distance between two spicules observed in  $H_{\alpha}$  are higher than the values observed in Ca II H-line. Such structures may arise when the up going chromospheric material produced by initial shock, coming back because of gravity while the second shock push up the material. So, we suggest that this is the first sig-

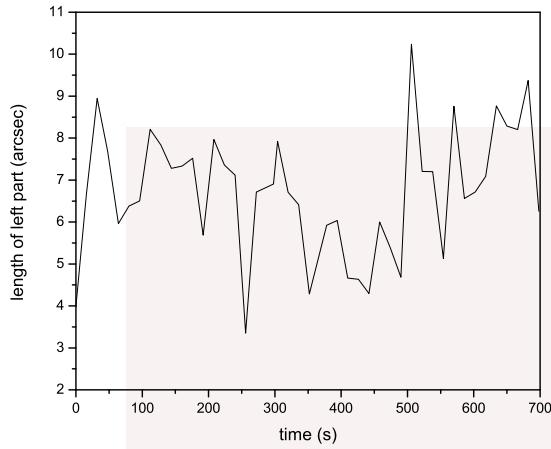


FIG. 2. The left part length variations of the spicule in the time sequence in Fig. 1 with time.

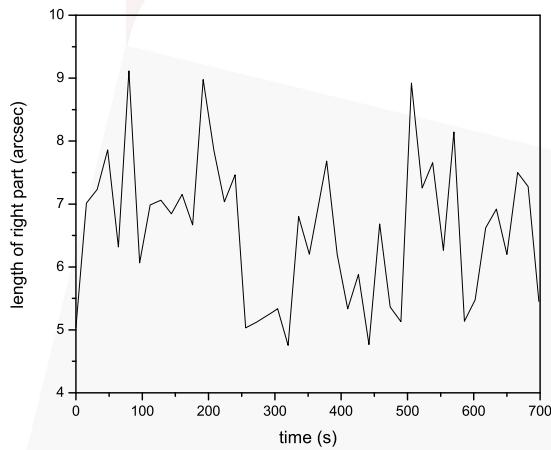


FIG. 3. The right part length variations of the spicule in the time sequence in Fig. 1 with time.

nature of pulse like origin of double spicules.

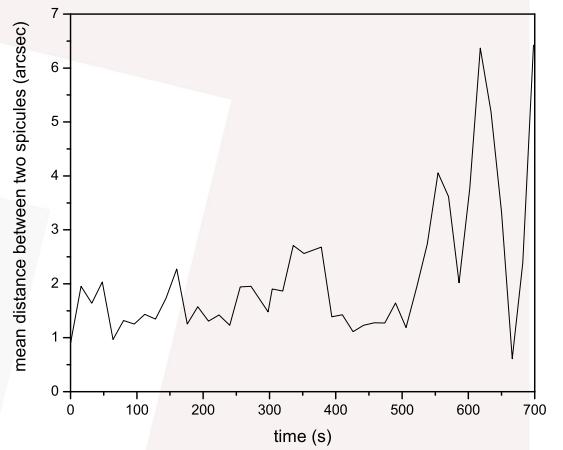


FIG. 4. The mean distance between two parts of the spicule which is illustrated in Fig 1.

- [1] Secchi P. A., 1977, *Le Soleil*, 2.
- [2] Beckers J. M., 1972, *ARA&A*, 10, 73.
- [3] Sterling A. C., 2000, *Sol. Phys.*, 196, 79.
- [4] Zaqrashvili T. V. *et al.*, 2009, *Space Sce. Rev.*, 149, 355.
- [5] Passachoff J. M. *et al.*, 2009, *Sol. Phys.*, 260, 59.
- [6] Tavabi E. *et al.*, 2011, *New Astronomy*, 16, 296.
- [7] Suematsu Y. *et al.*, 2008, *ASP Conf. Ser.*, 397, 27.
- [8] Zaqrashvili T. V. *et al.*, 2010, *A&A*, 519, 8.

## Gravitational Baryogenesis

Kh. Saaidi\* and A. Aghmohammadi†  
*Faculty of Science, Islamic Azad University,  
Sanandaj Branch, Sanandaj, Iran*

(Dated: April 5, 2011)

By using the interaction between derivative of Ricci scalar and baryon number current, a mechanism for generating a baryon asymmetry is introduced in [5]. We investigated this mechanism for a perfect cosmic fluid in the Bianchi type I universe. We find out the effect of anisotropy of the universe on the baryon asymmetry for the case which the equation of state parameter,  $\omega$ , is dependent to time.

**Keywords:** Baryon Asymmetry; Baryogenesis.

PACS numbers:

### I. INTRODUCTIONS

Theoretical prediction of antimatter is one of the most impressive discoveries of quantum field theory which made by Paul Dirac about 80 years ago [1]. Some scientist thought that "maybe there exists a completely new universe made of antimatter" because they believe that there is a symmetry between matter and antimatter. Our present point of view on being symmetry between matter and antimatter is very much different, even opposite. The absence of  $\gamma$  ray emission from matter- antimatter annihilation [2] and the theory of Big Bang nucleosynthesis [3], the measurements of cosmic microwave background [4], indicate that there is more matter than antimatter in the universe. So that, we sure that antimatter exists but believe that there is an asymmetry between matter and antimatter. The origin of the difference between the number density of baryons and anti-baryons is still an open problem in particle physics and cosmology. Observational results yield that the ratio of the baryon number to entropy density is approximately  $n_b/s \sim 10^{-10}$ . Similarly, in [5], a mechanism for baryon asymmetry was proposed. They introduced an interaction between Ricci scalar curvature and any current that leads to net  $B - L$  charge in equilibrium ( $L$  is lepton number) which dynamically violates CPT symmetry in expanding Friedmann Robertson Walker (FRW) universe. The proposed interaction shifts the energy of a baryon relative to an antibaryon, giving rise to a non-zero baryon number density in thermal equilibrium. The author of [6] studied the some mechanism of baryon asymmetry which was proposed in [5] for the case which the equation of state parameter of the universe,  $\omega$ , is dependent to time. Some of another investigations about gravitational baryogenesis are done in [6], [7], [8], [9], [10], [11], [12]. In this paper, we study the gravitational baryogenesis

in the Bianchi type I universe. We assume the universe is filled with two components of perfect fluid and study this model for different cases. We will study the effect of anisotropy and interaction between two different components of perfect fluid on  $\dot{R}$  and consequently on gravitational baryogenesis.

### II. PRELIMINARY

The gravitational field in our model is given by a Bianchi type I metric as

$$ds^2 = -dt^2 + A^2 dx^2 + B^2 dy^2 + C^2 dz^2, \quad (1)$$

where, the metric function, A, B, C, being the function of time, t, only.

We assume the matter is perfect fluid, then the energy momentum tensor is given by

$$T_{\mu\nu} = (\rho + p)u_\mu u_\nu + pg_{\mu\nu}, \quad (2)$$

where  $u^\nu$  is the four vector satisfying

$$u^\nu u_\nu = -1, \quad (3)$$

and  $\rho$  is the total energy of a perfect fluid and  $p$  is the corresponding pressure.  $p$  and  $\rho$  are related by an equation of state as

$$p = \omega\rho. \quad (4)$$

One can obtain the Einstein field equations form the BI space time as

$$8\pi Gp = -\frac{\ddot{B}}{B} - \frac{\ddot{C}}{C} - \frac{\dot{B}\dot{C}}{BC}, \quad (5)$$

$$8\pi Gp = -\frac{\ddot{A}}{A} - \frac{\ddot{C}}{C} - \frac{\dot{A}\dot{C}}{AC}, \quad (6)$$

$$8\pi Gp = -\frac{\ddot{B}}{B} - \frac{\ddot{A}}{A} - \frac{\dot{A}\dot{B}}{AB}, \quad (7)$$

\*Electronic address: [ksaaidi@uok.ac.ir](mailto:ksaaidi@uok.ac.ir)

†Electronic address: [a.aghamohamadi@iausdg.ac.ir](mailto:a.aghamohamadi@iausdg.ac.ir)

$$8\pi G\rho = \frac{\dot{A}\dot{B}}{AB} + \frac{\dot{A}\dot{C}}{AC} + \frac{\dot{B}\dot{C}}{BC}, \quad (8)$$

where  $G$  is the Newtonian gravitational constant and over-dot means differentiation with respect to  $t$ . Using Eqs. (5-8), we can obtain the Hubble parameter as

$$H = \frac{1}{3}\theta = \frac{1}{3}\left(\frac{\dot{A}}{A} + \frac{\dot{B}}{B} + \frac{\dot{C}}{C}\right) = \frac{\dot{a}}{a}, \quad (9)$$

$$H^2 = \frac{1}{3}(8\pi G\rho + \sigma^2), \quad (10)$$

$$\dot{H} = -4\pi G(\rho + p) - \sigma^2, \quad (11)$$

$$\dot{\sigma} + \sigma\theta = 0, \quad (12)$$

where  $a = (ABC)^{\frac{1}{3}}$  is the scale factor, and  $\sigma^2 = 1/2\sigma_{ij}\sigma^{ij}$  in which  $\sigma_{ij} = u_{i,j} + \frac{1}{2}(u_{i;k}u^k u_j + u_{j;k}u^k u_i) + \frac{1}{3}\theta(g_{ij} + u_i u_j)$  is the shear tensor, which describes the rate of distortion of the matter flow, and  $\theta = u_{;j}^j$  is the scalar expansion. The equation of state parameter,  $\omega$ , can be expressed in terms of the Hubble parameter and shear tensor as

$$\omega = -1 - \frac{2(\dot{H} + \sigma^2)}{3H^2 - \sigma^2}. \quad (13)$$

We obtain the Ricci scalar as

$$R = 3H^2(1 - 3\omega) + \sigma^2(3\omega - 1). \quad (14)$$

By derivating of  $R$  and use of Eq. (11) and (12), it is shown that

$$\dot{R} = \frac{\sqrt{3}}{M_p^3}(1 + \omega)(3\omega - 1)\rho\sqrt{\rho + \sigma^2 M_p^2} - \frac{3}{M_p^2}\rho\dot{\omega}, \quad (15)$$

where,  $M_p \simeq 1.22 * 10^{19} GeV$  is the Planck mass. If the space time will be isotropic,  $\sigma = 0$ , Eq. (15) reduce to the result of [6]. Also, if  $\dot{\omega} = 0$ , only the first term reminds and it is zero at  $\omega = 1/3$  and at  $\omega = -1$ . Therefore by taking into account  $\dot{\omega}$ , we have baryon asymmetry at  $\omega = 1/3$  and at  $\omega = -1$ , because  $R \neq 0$

### III. PERFECT FLUID WITH INTERACTION.

In the following we consider our study with universe dominated by two interacting perfect fluids with equation of states as

$$p_d = \gamma_d \rho_d, \quad (16)$$

$$p_m = \rho_m \gamma_m. \quad (17)$$

We assume that the conservation relation of energy for these two components are

$$\dot{\rho}_d + \theta(\rho_d + p_d) = \Gamma_1 \rho_d + \Gamma_2 \rho_m, \quad (18)$$

$$\dot{\rho}_m + \theta(\rho_m + p_m) = -\Gamma_1 \rho_d - \Gamma_2 \rho_m. \quad (19)$$

where  $\Gamma_1 \rho_d + \Gamma_2 \rho_m$  is the source term of interaction and  $\Gamma_1$  and  $\Gamma_2$  may be time dependent [14], [15], [16], [17], [18]. Although Eq. (18), and (19) do not satisfy the conservation equation, but we have

$$\dot{\rho} + \theta(1 + \omega)\rho = 0. \quad (20)$$

Here  $\rho = \rho_d + \rho_m$  and  $p = p_d + p_m$  and

$$\omega = \frac{\gamma_d + \gamma_m r}{1 + r}, \quad (21)$$

where  $r = \rho_m/\rho_d$ . Using Eqs. (16-20), we obtain

$$\dot{\omega} = \frac{\dot{\gamma}_d + r\dot{\gamma}_m}{1 + r} - \frac{(\gamma_m - \gamma_d)(\Gamma_1 + r\Gamma_2)}{1 + r} - \theta \frac{(\gamma_m - \gamma_d)^2 r}{(1 + r)^2}. \quad (22)$$

From the third term of Eq. (22), it is seen that even for constant equation of state,  $\omega$  varies with time. This is due to that the universe is supposed to be filled of components with different equation of state parameters. Substituting Eq. (22) into Eq. (15), give

$$\begin{aligned} \dot{R} = & -\frac{3\rho(\dot{\gamma}_d + \dot{\gamma}_m r)}{M_p^2(1 + r)} - \frac{\sqrt{3}}{M_p^3} \frac{\rho\sqrt{\rho + M_p^2\sigma^2}}{(1 + r)^2} \times \left[ (1 + \gamma_m)(1 - 3\gamma_m)r^2 + 2(1 - \gamma_m - \gamma_d - 3\gamma_m\gamma_d)r + (1 - 3\gamma_d)(1 + \gamma_d) \right] \\ & + \frac{3\rho}{M_p^2} \left( \frac{(\gamma_m - \gamma_d)(\Gamma_1 + \Gamma_2 r)}{(1 + r)} + \frac{\sqrt{3}r(\gamma_m - \gamma_d)^2\sqrt{\rho + M_p^2\sigma^2}}{M_p(1 + r)^2} \right). \end{aligned} \quad (23)$$

We want to check this result for some components.

#### A. Radiation Dominant

In this subsection we suppose one of the fluid components correspond to radiation. To do this, we take

$\gamma_m = 1/3$  so that  $\dot{\gamma}_m = 0$  and therefore Eq. (23) reduces to

$$\begin{aligned} \dot{R} = \frac{\sqrt{3}}{M_p^3(1+r)} \rho \sqrt{\rho + M_p^2 \sigma^2} (1+\gamma_d)(3\gamma_d-1) - \frac{3\rho\dot{\gamma}_d}{M_p^2(1+r)} \\ + \frac{\rho}{M_p^2} \frac{(1-3\gamma_d)(\Gamma_1 + \Gamma_2 r)}{1+r}, \end{aligned} \quad (24)$$

choosing,  $\Gamma_1 = \lambda_1 \theta$  and  $\Gamma_2 = \lambda_2 \theta$ ,  $\lambda_1, \lambda_2 \in \Re$  [15], [16], [17], [18] and one can achieve as

$$\begin{aligned} \dot{R} = \frac{\sqrt{3}}{M_p^3(1+r)} \rho \sqrt{\rho + M_p^2 \sigma^2} (1+\gamma_d)(3\gamma_d-1) - \frac{3\rho\dot{\gamma}_d}{M_p^2(1+r)} \\ + \frac{\rho\theta}{M_p^2} \frac{(1-3\gamma_d)(\lambda_1 + \lambda_2 r)}{1+r}. \end{aligned} \quad (25)$$

We assume that the other components which fill the universe, is a massive scalar field of mass  $m$ , with a time dependent equation of state parameter interacting with radiation. The time dependent equation of state parameter of the massive scalar field as an universe anisotropic universe is define as

$$\gamma_d = \frac{p_d}{\rho_d} = \frac{\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi)}{\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi)}. \quad (26)$$

Where  $V(\phi) = (1/2)m^2\phi^2$ . The interaction between scalar field and radiation is given by Eq. (18), and (19) with  $\gamma_m = 1/3$ . By defined  $z = (1-\gamma_d)\rho_d/2$  and using  $\dot{z} = m\rho_d\sqrt{1-\gamma_d^2}$ , which was defined in [19], we can obtain

$$\dot{\gamma}_d = -2m\sqrt{1-\gamma_d^2} + \theta(1-\gamma_d)[\lambda_1 + r\lambda_2 - (1+\gamma_d)]. \quad (27)$$

At last by substituting Eq. (27) into Eq. (25), we get

$$\dot{R} = \frac{6m\sqrt{1-\gamma_d^2}}{M_p^2(1+r)} + \frac{2\sqrt{3}}{M_p^3(1+r)} \rho \sqrt{\rho + M_p^2 \sigma^2} (\gamma_d - \lambda_1 - r\lambda_2 + 1). \quad (28)$$

For the scalar field dominant, which is equivalent with,  $r \rightarrow 0$ , we have

$$\dot{R}_\phi = \frac{6m\rho\sqrt{1-\gamma_d^2}}{M_p^2} + \frac{2\sqrt{3}}{M_p^3} \rho \sqrt{\rho + M_p^2 \sigma^2} (\gamma_d - \lambda_1 + 1). \quad (29)$$

For the case that  $\dot{\phi}^2 \gg m^2\phi^2$  ( $\dot{\phi}^2 \ll m^2\phi^2$ ) we have  $\gamma_d = 1(-1)$  so that  $\dot{\gamma}_d = 0$  therefore we have

$$\dot{R}_\phi = \frac{2\sqrt{3}}{M_p^3} \rho \sqrt{\rho + M_p^2 \sigma^2} (2 - \lambda_1), \quad (30)$$

or

$$\dot{R}_\phi = -\frac{2\sqrt{3}}{M_p^3} \rho \sqrt{\rho + M_p^2 \sigma^2} \lambda_1, \quad (31)$$

Eq.(31) shows that if there is no interaction source term with dark matter, i.e.  $\Gamma_1 = 0$ , then  $\dot{R}_\phi \simeq 0$  and in this case there is no any gravitational source for asymmetry in baryon number. On the other hand for the radiation dominant, i.e.,  $r \rightarrow \infty$  we obtain

$$\dot{R}_R = -\frac{2\sqrt{3}}{M_p^3} \rho_R \sqrt{\rho_R + M_p^2 \sigma^2} \lambda_2, \quad (32)$$

we see that,  $\dot{R} \neq 0$  if  $\lambda_2 \neq 0$ . It is seen that isotropic universe,  $\sigma = 0$ , Eq. (32) reduce to the result which is obtained in [6]. We can obtain  $\rho_R$  as a function of equilibrium temeperatur,  $T$ . The radiation energy density is related to the  $T$  as [12], [13].

$$\rho_R = K_R T^4, \quad (33)$$

where  $K_R$  is proportional to the total number of effectively degree of freedom. So we have

$$\dot{R}_R = -\frac{2\sqrt{3}}{M_p^3} K_R T^4 \lambda_2 \sqrt{K_R T + M_p^2 \sigma^2}. \quad (34)$$

#### IV. GRAVITATIONAL BARYOGENESIS IN ANISOTROPIC UNIVERSE

The author of [5] introduced a mechanism to generate baryon asymmetry. Their mechanism is based on an interaction between the derivative of the Ricci scalar and the baryon number current,  $J^\mu$ , as

$$\frac{\epsilon}{M_*^2} \int d^4x \sqrt{-g} (\partial_\mu R) J^\mu; \quad (35)$$

where  $M_*$  is a cut off characterizing the scale of the energy in the effective theory and  $\epsilon = \pm 1$ . This interaction violate CP. The baryon number density in the thermal equilibrium, has been worked out in detail in [5]. It lead to

$$n_b = n_B - n_{\bar{B}} = \frac{g_b T^3}{6\pi^2} \left( \frac{\pi^2 \mu_B}{T} + \left( \frac{\mu_B}{T} \right)^3 \right), \quad (36)$$

where  $\mu_B$  is a chemical potential and  $\mu_B = -\mu_{\bar{B}} = -\epsilon \dot{R}/M_*^2$  and  $g_b \simeq 1$  is the number of internal degrees of freedom of baryons. According to [12], the entropy density of the universe is given by  $S = (2\pi^2/45)g_s T^3$ , where  $g_s \simeq 106$ . The ratio  $n_b/S$  in the limit  $T \gg m_b$  and  $T \gg \mu_b$  is given by

$$\frac{n_b}{S} = -\epsilon \frac{15g_b}{4\pi^2 g_s} \frac{\dot{R}}{M_*^2 T} |_{T_D}, \quad (37)$$

where  $T_D$  is called the decoupled temperature and in the expanding universe the baryon number violation decouples at the  $T_D$  temperature. Therefore the baryon asymmetry in terms of temperature can be determined from Eq. (34) and (37) as

$$\frac{n_b}{S} \simeq 2.5 \frac{\lambda_2 g_b T_D^5}{\alpha^2 M_p^5} + 0.04 \frac{\lambda_2 g_b \sigma^2}{\alpha^2 (M_p T_D)^3}, \quad (38)$$

where  $\alpha = M_*/M_p$ .

## V. CONCLUSION

The main purpose of the present work has been to explore the consequences of using the anisotropy of metric, (1), as input in Einstein's equation, assuming that the cosmic fluid is endowed with a perfect fluid. The expression for the energy-momentum tensor  $T_{\mu\nu}$  is given in (2). The cosmological constant  $\Lambda$  has been set equal to zero. We have obtained the following result, for our studies.

1. We show that the universe which dominated by two interacting perfect fluids has a curvature that varied with time and the effect of anisotropic space time is remarkable.
2. We have obtained  $\dot{R}$  for radiation dominant regime and the effect of anisotropy of space time obviously is seen in it.

3. We assume one of the components which fill the universe, is a massive scalar field. We have shown that the effect of shear tensor in  $\dot{R}$  is notable and also for scalar field dominant and for the case which kinetic term is negligible with respect to potential term, have obtained  $\dot{R} = f(\rho_R, \sigma)\lambda_1$ . This result shows that in this case, if  $\Gamma_1 = 0$ , there is no any gravitational source for asymmetry in baryon number.
4. We have studied the gravitational baryogenesis in anisotropic universe and have obtained the quantity  $n_b/s$  for some typical example. We have shown that the baryon asymmetry in anisotropic universe is larger than the baryon asymmetry in Friedmann Robertson Walker (FRW) space time.

- [1] P. A. M. Dirac, Proceedings of the Royal Society of London, **A117** 610 (1928).
- [2] A. G. Cohen, A. D. Rujula and S. L. Glashow, *Astrophys. J.* **495**, 539 (1998).
- [3] S. Burles, K. M. Nollet and M. S. Turner, *Phys. Rev. D* **63**, 063512 (2001).
- [4] C. Bennett *et al.*, *Astrophys. J. Suppl.* **148**, 1 (2003).
- [5] H. Davoudiasl, R. Kitano, G. D. Kribs, H. Murayama and P. J. Steinhardt, *Phys. Rev. Lett.* **93**, 201301 (2004).
- [6] H. M. Sadjadi, *Phys. Rev. D* **76**, 123507 (2007).
- [7] G. Lambiase, *Phys. Lett. B* **642**, 9 (2006); G. Lambiase and S. Mohanty, *astro-ph/0611905*.
- [8] T. Shiromizu and K. Koyama, *J. Cosmol. Astropart. Phys.* **0407**, 011 (2004); B. Feng, H. Li, M. Li and X. Zhang, *Phys. Lett. B* **620**, 27 (2005).
- [9] G. L. Alberghi, R. Casadio and A. Tronconi, *Mod. Phys. Lett. A* **22**, 339 (2007); H. Li, M. Li and X. Zhang, *Phys. Rev. D* **70**, 047302 (2004).
- [10] M. C. Bento, R. G. Felipe and N. M. C. Santos, *Phys. Rev. D* **71**, 123517 (2005); S. va der Post and T. Prokopec, *hep-ph/0612313*.
- [11] G. Lambiase and G. Scarpetta, *Phys. Rev. D* **74**, 087504 (2006).
- [12] E. W. Kolb and M. S. Turner, *The Early Universe*, Westview Press, (1994).
- [13] K. C. Jacobs, thesis "Bianchi type I cosmological models" California Institute of technology, (1969).
- [14] E. W. Kolb, A. Notari and A. Riotto, *Phys. Rev. D* **68**, 123505 (2003).
- [15] H. Mohseni Sadjadi and M. Honardoost, *Phys. Lett. B* **647**, 231 (2007); H. Mohseni Sadjadi, *J. Cosmol. Astropart. Phys.* **02**, 026 (2007).
- [16] E. Majerotto, D. Sapone, and L. Amendola, *astro-ph/0410543*; Z. K. Guo, R. G. Cai and Y. Z. Zhang, *J. Cosmol. Astropart. Phys.* **05**, 002 (2005).
- [17] R. G. Cai and A. Wang, *J. Cosmol. Astropart. Phys.* **03**, 002 (2005); John D. Barrow and T. Clifton, *Phys. Rev. D* **73**, 103520 (2006).
- [18] W. Zimdahl and D. Pavon, *Phys. Lett. B* **521**, 133 (2001); L. P. Chimento, A. S. Jakubi, D. Pavon and W. Zimdahl, *Phys. Rev. D* **67**, 083513 (2003).
- [19] H. Mohseni Sadjadi and M. Alimohammadi, *Phys. Rev. D* **74**, 103007 (2006).

## شناسایی حلقه‌های تاج خورشید با استفاده از خواص ناوردایی ممان‌های تصویر

تاران، سمیه صفری، حسین

گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه زنجان

### چکیده

در این مقاله حلقه‌های میدان مغناطیسی مشابه تاج خورشید از تصاویر فرابنفش دور داده‌های  $SDO$  شناسایی می‌شوند. ابتدا با اعمال تبدیل موجکی پیوسته به عنوان یک صافی نویه‌های تصویر کاهش می‌باید. سپس با استفاده از روش نیمه‌خودکار بی‌اسپلاین، حلقه‌های شار بر چسب خورده و با تکیه بر پیشنه موضعی آنها، پهنای حلقه‌ها معلوم می‌گردد. با محاسبه‌ی ممان زرنیک تصاویر به عنوان خواص ناوردایی تصاویر تک حلقه‌ها از شبکه‌های عصبی مصنوعی برای شناسایی حلقه‌ها در تصاویر متوالی استفاده می‌شود. با استفاده از این روش هوشمند نیمه‌خودکار، حلقه‌های تاج در تصاویر فرابنفش دور به خوبی شناسایی می‌شوند.

### مقدمه

مطالعه‌ی میدان مغناطیسی خورشید پیش‌نیاز فهم فرآیندهای دینامیکی تاج خورشید است، به همین علت استخراج شکل حلقه‌ها از تصاویر فرابنفش دور تاج در شکل شناسی میدان مغناطیسی و استفاده از آن در بازسازی ساختار خطوط میدان تاج از جذابت بالایی برخوردار است [۱]. در این مقاله طرح مؤثری برای استخراج ساختار حلقه‌ها از تصاویر متوالی فرابنفش دور پیشنهاد می‌شود، که می‌تواند در بررسی نوسانات حلقه‌های تاج خورشید مفید واقع شود. این طرح روش استخراج حلقه‌ها بر پایه تبدیل موجکی پیوسته می‌باشد که متکی بر ابزار ریاضی مناسبی بوده و با توجه به اینکه نسبت به روش‌های دیگر کمتر مستعد تولید نویه در تصویر می‌باشد، می‌تواند اطلاعات مفیدی از ماهیت سیگنال‌های مختلف را آشکارنماید [۱]. سپس در تصاویر حاصل از تبدیل موجکی با تخمین پهنای حلقه‌ها و در نظر گرفتن خواص ناوردایی تصاویر [۴] از شبکه‌های عصبی مصنوعی برای شناسایی حلقه‌ها در تصاویر متوالی استفاده شده است [۵].

### کاربرد تحلیل موجکی پیوسته دو بعدی برای تصاویر حلقه‌های تاج

تبدیل موجکی پیوسته یکی از ابزارهای بنیادی برای آشکارسازی ناپیوستگی‌ها در یک سیگنال محسوب می‌شود. در یک تصویر به عنوان یک سیگنال دو بعدی از این خصوصیت تبدیل موجکی پیوسته می‌توان برای نمایش مرزهای دقیق بین دو منطقه با روشنایی متفاوت استفاده کرد، در این صورت ساختارهای خمیده در تصاویر، مثل حلقه‌های مغناطیسی تاج آشکار خواهد شد. اگر تصویر  $s \in L^2(\mathbb{R}^2, d^2x)$  را به صورت یک سیگنال دو بعدی با انرژی محدود در نظر بگیریم، که به صورت یکتابع مقدار مختلط روی صفحه‌ی  $\mathbb{R}^2$  قرار دارد. تبدیل موجکی پیوسته دو بعدی این تابع نسبت به یک موجک ثابت  $\Psi$  به صورت زیر تعریف می‌شود.

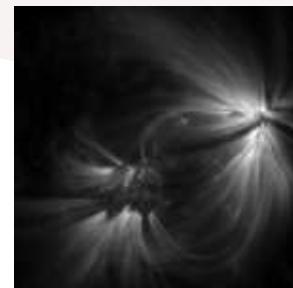
$$S_\psi(a, \theta, b) = \langle \Psi_{a, \theta, b} | s \rangle = a^{-1} \int_{\mathbb{R}^2} d^2x \psi^*(a^{-1}r_\theta(x - b)) s(x)$$

$$= a \int_{\mathbb{R}^2} d^2k e^{ib \cdot k} \psi^*(ar_\theta(k)) \hat{s}(k) \quad (1)$$

\*  $b \in \mathbb{R}^2$  به ترتیب نشانگر همیوغ مختلط و تبدیل فوریه تابع  $\psi$  و  $k$  نیز متغیر فضای فرکانس است. پارامتر  $a$  پارامتر تأخیر و  $\theta$  ماتریس چرخشی  $R$  معمولی است. در اجرای عملی، برای کاهش مؤثر نوافدها بیشترین مقدار مدولهای بخش حقیقی تبدیل موجکی پیوسته مورلت دو بعدی در نظر گرفته شده است [1]. تبدیل موجکی پیوسته دو بعدی مورلت روی تصاویر برش خوردهی فرابنفش دور خورشیدی که در طول موج ۱۷۱ آنگستروم توسط ماهواره SDO و در زمان ۲۲ اکتبر ۲۰۱۰ و با فاصله زمانی ۲ ثانیه تهیه شده‌اند، اعمال می‌شود (شکل ۱). این طول موج توسط یون‌های Fe IX تابش می‌شود که در ارتفاعات کم تاج و در دمای تقریبی یک میلیون درجه کلوین قرار دارند. در این قسمت  $a = 3/2$  انتخاب شده است.



ب) تصویر حاصل از اعمال تبدیل موجکی مورلت در مقیاس



الف) تصویر برش خوردهی ماهواره‌ی اس.دی.او

### شناسایی حلقه‌ها و محاسبه‌ی ممان تک حلقه‌ها

برای شناسایی تک به تک حلقه‌ها در تصاویر حاصل از تبدیل موجکی ابتدا از درونیابی بی اسپیلاین استفاده می‌شود. درونیابی بی اسپیلاین روشی نیمه خودکار برای برازش یک چند جمله‌ای به یک مجموعه از داده‌ها است. با این روش با انتخاب دستی نقاط کنترلی بر روی حلقه می‌توان یک منحنی متناسب با شکل حلقه به دست آورد. به این ترتیب حلقه‌های شار بر چسب خورده وبا تکیه بر بیشینه موضعی آنها می‌توان پهنای تقریبی حلقه‌ها را تعیین کرد. با محاسبه‌ی ممان زرنیک تصاویری که هر کدام شامل یک حلقه‌ی شناسایی شده هستند، یک نمونه از خواص ناورداری تصاویر را در نظر می‌گیریم. ممان‌های دایروی متعامد به صورت نگاشت یک تصویر به مجموعه‌ای از چند جمله‌ای‌های مختلط متعامد تعریف می‌شوند. ممان‌های متعامد زرنیک که در این کار استفاده شده‌اند، به طور ذاتی تحت چرخش ناوردا می‌باشند و با بهنجارش چند جمله‌ای‌های اصلی، تحت انتقال و مقیاس نیز ناوردا هستند. ممان‌های زرنیک دایروی متعامد با چند جمله‌ای‌های مختلط تعریف می‌شوند. این چند جمله‌ای‌ها در دایره منحصر به فرد،  $x^p + y^q$  و در مختصات قطبی بیان می‌شوند. چند جمله‌ای زرنیک با مرتبه  $p$  و تکرار  $q$  به صورت

$$V_{pq}(r,\Theta) = S_{pq}(r)e^{iq\Theta} \quad (2)$$

تعریف می شود به طوری که  $\sqrt{-1} = i$ ,  $i^2 = -1$ , ...,  $i^q = p$  و  $q$  نیز شامل مقادیر مثبت و منفی می باشد [۴]. ویژگی های متعامد در چند جمله ای های زرنیک این امکان را فراهم می کند تا توزیع هر ممان منحصر به فرد و مشخص کننده ای اطلاعات هر تصویر باشد. با استفاده از ممان های زرنیک، تصاویر به قرص منحصر به فردی نگاشت می شوند به طوری که همه سلول های تصاویر در ممان های زرنیک محاسبه می شوند. در این مقاله از کد مطلب برای ممان های زرنیک با  $q=31$  استفاده شده است.

در مرحله ای بعد از شبکه های عصبی مصنوعی استفاده شده است. یک شبکه عصبی مصنوعی نمونه ای از پردازش اطلاعات است که از سیستم های عصبی زیستی، شبیه مغز، الهام گرفته شده است. این نمونه از تعداد زیادی عناصر پردازش به هم پیوسته (نرون) ساخته شده است که به طور هماهنگی برای حل مسایل خاص با هم کار می کنند. شبکه عصبی مصنوعی، شبیه مغز آدمی، با مثال ها آموزش می بیند. یک شبکه عصبی برای کاربردهای خاصی مثل الگو شناسی یا طبقه بندی داده ها پیکربندی شده است. آموزش در سیستم های زیستی نیازمند تنظیم اتصالات سینپاپسی ای است که بین نرون ها وجود دارد. شبکه های عصبی با توانایی قابل توجه شان در شناسایی معنی دار داده های اشتباہ و یا پیچیده می تواند برای استخراج طرح ها و آشکارسازی روندهای بسیار پیچیده ای که توسط انسان و یا سیستم های کامپیوتری دیگر شناخته شده اند، مورد استفاده قرار گیرند. یک رشته شبکه عصبی می تواند در دسته اطلاعات مورد پردازش به عنوان یک ویژه گر معرفی شود.

در این مقاله ممان های زرنیک حلقه های یک تصویر به عنوان ویژه گر در اختیار شبکه عصبی مصنوعی قرار گرفته و شبکه حلقه های مشابه را تصاویر متواالی دیگر شناسایی می کند. در اینجا از شبکه عصبی PNN به عنوان شبیه ساز استفاده می گردد.

### نتیجه گیری

در این مقاله به منظور شناسایی ساختار حلقه ها از تصاویر تاج خورشید در ابتدا از تبدیل موجکی پیوسته مورلت دو بعدی به عنوان یک صافی در تصاویر استفاده می شود. این روش از این نظر که در تصویر ایجاد نویه نکرده و در زمان بسیار کوتاهی قابل اجرا است، بسیار قوی و حائز اهمیت می باشد. در ادامه با استفاده از روش نیمه خودکار بی اسپلاین حلقه های شار بر چسب خورده و با تکیه بر بیشینه موضوعی آنها تک تک حلقه های هر تصویر شناسایی می شود. سپس با در نظر گرفتن خواص ناوردایی تصاویر و با استفاده از ممان های زرنیک و به کمک شبکه عصبی مصنوعی حلقه های مشترک در تصاویر متواالی شناسایی می شود. در این مقاله از تصاویر SDO/AIA روز ۲۲ اکتبر ۲۰۱۰ استفاده شده است. در این تصاویر پس از یک شراره بزرگ حلقه های میدان مغناطیسی قابل رویت می باشند. تعداد چهار تصویر متواالی از ناحیه پسا شراره ای مورد نظر انتخاب شده و جهت پردازش آماده سازی می گردد. حلقه های تصویر اول به عنوان مجموعه آموزش به شبکه معرفی می شوند. بدین منظور به تعداد ۱۸ حلقه از تصویر اول

آموزش داده می‌شود. روند مشابهی در سه تصویر بعدی از ناحیه‌ی یاد شده اعمال می‌گردد. تصاویر حلقه‌ها برای شبیه‌سازی توسط شبکه شبیه‌سازی می‌گردند. در این کار ۸۳ درصد حلقه‌ها بدرستی شناسایی می‌شوند. در ادامه این کار، با استفاده از روش ارائه شده می‌توان نوسانات حلقه‌های تاج را در تصاویر فرابنفش دور خورشیدی مورد مطالعه قرار داد.

## مرجع‌ها

1. Biskri, S., Antoine, J. P., Inhester, B., & Mekideche, F.; “Extraction of Solar Coronal Magnetic Loops with the Directional 2D Morlet Wavelet Transform”; *Solar Physics*, 2010, **385**, 262-373.
2. Antoine, J.P., Carrette, P., Murenzi, R., Piette, B.; “ Image analysis with two-dimensional continuous wavelet transform”. *Signal Process*, ۱۹۹۳, **۳۱**, ۲۴۱ –۲۷۲.
3. Antoine, J.P.,Murenzi, R., Vandergheynst, P., Ali, S.T.; “Two-dimensional Wavelets and Their Relatives”; *Cambridge University Press, Cambridge.Chapter 1*, ۲۰۰۴.
4. Khalid M. Hosny; “ A systematic method for efficient computation of full and subsets Zernike moments ”. *Information Sciences* **180** (2010) 2299–2313
5. M. Bazarghan, H. Safari, D. E. Innes, E. Karami, and S. K. Solanki; “ A nanoflare model for active region radiance: application of artificial neural networks”. *Astronomy & Astrophysics*, **492**, L13-L16 (2008)

## تعیین نسبت بار میون با استفاده از تلسکوپ پرتوهای کیهانی و کد کورسیکا

عبدالهی<sup>۱</sup>، سهیلا<sup>۲</sup>، مرتضوی مقدم، صبا<sup>۳</sup> بهمن‌آبادی، محمود<sup>۴</sup> پورمحمد، داوود<sup>۱</sup>

<sup>۱</sup>گروه فیزیک، دانشگاه بین المللی امام خمینی (ره)

<sup>۲</sup>دانشکده فیزیک، دانشگاه صنعتی شریف

### چکیده

به منظور بررسی شار میون‌های جوی در زاویه‌های سمتی و سرسویی مختلف، با استفاده از تلسکوپ پرتوهای کیهانی آزمایش‌هایی را در رصدخانه‌ی دانشگاه صنعتی شریف تهران ( $35^{\circ}43'N$ ,  $51^{\circ}20'E$ ) و در ارتفاع  $140\text{ g cm}^{-2}$  انجام دادیم. با اندازه‌گیری شار میون‌ها در زاویه‌های سمتی مختلف، ناهمسانگردی توزیع میون‌ها در راستای شرق و غرب را مشاهده کرد و همچنین توزیع سرسویی شار میون‌ها را به صورت  $I(\theta) = I(0)\cos^n\theta$  بدست آوردیم. در ادامه نسبت بار میون‌های جوی ( $\mu R$ ) را با استفاده از روش همزمانی تأثیرگیری اندازه‌گیری کردیم. سپس با تعیین  $\mu R$  در بازه‌های زمانی مختلف، مدت زمان مناسب برای برآورد این نسبت را بدست آوردیم. در آخر با استفاده از کد کورسیکا، به شبیه‌سازی بهمن‌های هوایی گسترده در محدوده انرژی  $10^{11}\text{ eV} \leq T \leq 10^{12}\text{ eV}$  پرداختیم و از یک مدل برهمکنش در انرژی-های بالا ( $QGSJET$ ) و دو مدل برهمکنش در انرژی‌های پایین ( $UrQMD$  و  $GHEISHA$ ) استفاده کردیم.  $R$  را در محل آزمایش ( $T = 27\text{ GeV}$ ) و در محدوده زاویه‌ی سرسویی و بازه‌ی انرژی قابل آشکارسازی توسط تلسکوپ  $\theta \leq 17^\circ$ ,  $E \leq 176\text{ GeV}$ ,  $\theta \leq 17^\circ$  برآوردیم.

### مقدمه

پرتوهای کیهانی اولیه که اساساً پروتون‌ها و هسته‌های اتمی سنگین‌تر هستند، با جو زمین برخورد کرد و منجر به تولید ذرات ثانویه زیادی می‌شوند که بهمن هوایی گسترده نامیده می‌شود. اکثر این ذرات مزون‌های ناپایداری هستند که به سرعت به میون‌ها واپاشیده می‌شوند. میون‌ها به دلیل اثر اتساع زمان می‌توانند به سطح زمین برستند و بعد از نوترون (~10min) دارای طولانی‌ترین طول عمر میانگین ( $\sim 2\text{ }\mu\text{s}$ ) هستند.

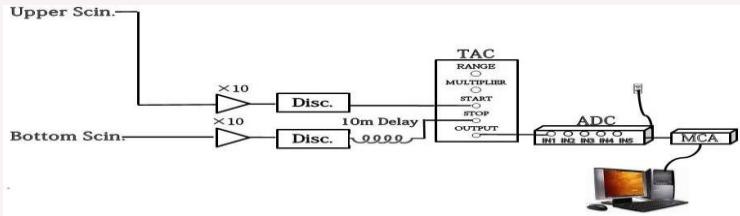
بررسی شار میون‌ها در زوایای سمتی مختلف یک ناهمسانگردی در راستای شرق و غرب را نشان می‌دهد که به اثر شرق-غرب معروف است و علت آن، تأثیر میدان مغناطیسی زمین بر روی ذرات بهمن‌های هوایی است. همچنین بستگی شار میونی به زوایه سرسویی به صورت تابع توانی از  $\cos\theta$  است. علاوه بر این نسبت بار میون‌های جوی ( $\mu R$ ) اطلاعات مهمی در زمینه "شار نوتريون‌های جوی" فراهم می‌آورد. در محدوده میون‌های کم انرژی ( $1\text{ GeV}$ ),  $\mu R$  مستقیماً به تعداد نوتريون‌ها و آنتی نوتريون‌های الکترونی  $\frac{\mu^+}{\mu^-} = \frac{v_e}{v_{\bar{e}}}$  مربوط شده است و چون برهمکنش نوتريون‌ها و آنتی نوتريون‌ها با ماده به گونه‌ای متفاوت انجام می‌گیرد،  $\mu R$  می‌تواند برای پاسخ آشکارسازهای نوتريون مهم باشد.

ما به منظور بررسی توزیع سمتی و سرسویی شار میون‌های جوی و همچنین تعیین  $\mu R$  آزمایش‌هایی را با استفاده از تلسکوپ پرتوهای کیهانی در دانشکده فیزیک دانشگاه صنعتی شریف ترتیب دادیم و سپس با استفاده از کد کورسیکا و با اعمال شرایط حاکم بر آزمایش‌ها، به شبیه‌سازی بهمن‌های هوایی گسترده پرداخته و  $\mu R$  را تعیین کردیم.

### چیدمان آزمایش همزمانی و تحلیل داده‌ها

یک تلسکوپ پرتوهای کیهانی، شامل دو سوسوزن ( $10 \times 30 \text{ cm}^2$ ) است که به فاصله  $1\text{ m}$  از یکدیگر و به صورت موازی با هم قرار گرفته‌اند. در انتهای هر سوسوزن یک لامپ تکثیر کننده‌ی نوری (PMT) با قطر  $5\text{ cm}$  قرار دارد. این تلسکوپ قابلیت چرخش در زوایای سمتی و سرسویی را داشته و گشودگی دهانه‌ی آن در زاویه‌ی سرسویی  $34^\circ$  است. به منظور مطالعه‌ی شار میون‌ها در زاویه‌های سمتی و سرسویی مختلف، از طریق همزمان کردن سوسوزن بالای

و پایینی، شار ذرات باردار ثانویه را در ۴ جهت سمتی شمال ( $\theta=0^\circ$ ،  $\varphi=90^\circ$ )، غرب ( $\theta=90^\circ$ ،  $\varphi=180^\circ$ ) و شرق ( $\theta=180^\circ$ ،  $\varphi=270^\circ$ ) و زاویه‌های سرسویی  $\theta=20^\circ \pm 17^\circ$ ،  $\theta=40^\circ \pm 17^\circ$  و  $\theta=60^\circ \pm 17^\circ$  اندازه‌گیری کردیم. هر یک از اندازه‌گیری‌ها در بازه‌ی زمانی ۲۴ ساعت انجام گرفت. راهاندازی الکترونیک مدار آزمایش همزمانی (شکل ۱) به این صورت است که تپ ناشی از برخورد ذره به سوسوزن بالایی پس از عبور از تقویت‌کننده ( $10\times$ ) و مجزاکننده (مدل CAEN N413A)، وارد مبدل زمان به دامنه (TAC)، با پنجره زمانی  $200\text{ ns}$  شده و زمان سنج به کار می‌افتد. سپس تپ ناشی از ذره فرودی به سوسوزن پایینی، پس از عبور از مجزاکننده، با سیم تأخیری  $10\text{ m}$  به TAC رسیده و زمان سنج را متوقف می‌کند (هر متر سیم  $RG58$   $5\text{ ns}$  تأخیر ایجاد می‌کند).



شکل ۱: چیدمان آزمایش همزمانی.

در نهایت TAC پالسی با دامنه‌ی متناسب با این بازه‌ی زمانی، تولید و به مبدل آنالوگ به دیجیتال (ADC) می‌فرستد. سپس تحلیل‌گر چندکاناله (MCA) پالس را در کanal مربوطه ذخیره می‌سازد. در جدول ۱، شار فرودی از آزمایش‌های همزمانی در  $12$  زاویه‌ی سمتی و سرسویی مختلف، نشان داده شده است. از آنجا که بستگی شار میون‌ها به زاویه سرسویی، به صورت  $I(\theta) = I(0) \cos^n \theta$  است، می‌توان مقدار  $n$  را از طریق برآذش داده‌های آزمایش همزمانی در زاویه‌های سرسویی مختلف با این تابع بدست آورد. مقدار  $n$  و رگرسیون برآذش در جدول ۲ آورده شده است.

جدول ۱: شار ذرات فرودی از آزمایش‌های همزمانی در  $12$  وضعیت مختلف تلسکوپ

زاویه سرسویی زاویه سمتی	$\theta = 0^\circ$	$\theta = 20^\circ$	$\theta = 40^\circ$	$\theta = 60^\circ$
$\varphi = 0^\circ$ (شمال)	$219 \pm 1$ ر $28 \pm 1$ ر $64$	$196 \pm 1$ ر $11 \pm 1$ ر $56$	$128 \pm 1$ ر $32 \pm 1$ ر $26$	$61 \pm 0$ ر $58 \pm 0$ ر $87$
$\varphi = 90^\circ$ (غرب)	$219 \pm 1$ ر $28 \pm 1$ ر $64$	$195 \pm 1$ ر $27 \pm 1$ ر $55$	$128 \pm 1$ ر $40 \pm 1$ ر $26$	$61 \pm 0$ ر $24 \pm 0$ ر $87$
$\varphi = 180^\circ$ (جنوب)	$219 \pm 1$ ر $28 \pm 1$ ر $64$	$195 \pm 1$ ر $72 \pm 1$ ر $55$	$128 \pm 1$ ر $47 \pm 1$ ر $26$	$61 \pm 0$ ر $12 \pm 0$ ر $87$
$\varphi = 270^\circ$ (شرق)	$219 \pm 1$ ر $28 \pm 1$ ر $64$	$186 \pm 1$ ر $9 \pm 1$ ر $52$	$125 \pm 1$ ر $51 \pm 1$ ر $24$	$60 \pm 0$ ر $65 \pm 0$ ر $86$

جدول ۳: طول عمر میانگین و احتمال واپاشی میون منفی در برخی عناصر

عناصر	طول عمر میانگین(ns)	احتمال واپاشی(%)
خلاء	$2197 \pm 0.3$ ر $40.4$	۱۰۰
کربن	$2026 \pm 1$ ر $3$	۹۲ ر $15$
آلومینیوم	$864 \pm 1$ ر $30.1$	۳۹ ر $0.5$
سرب	$75 \pm 1$ ر $4$	۲ ر $75$

جدول ۲: مقدار  $n$  و رگرسیون برآذش در ۴ جهت سمتی شمال، غرب، جنوب و شرق

زاویه سمتی ( $\varphi$ )	$n$	$r^2$
$\varphi = 0^\circ$ (شمال)	$1.6 \pm 0.1$ ر $90$	۰.۹۹۸۴
$\varphi = 90^\circ$ (غرب)	$1.15 \pm 0.1$ ر $91$	۰.۹۹۸۵
$\varphi = 180^\circ$ (جنوب)	$1.14 \pm 0.1$ ر $90$	۰.۹۹۸۷
$\varphi = 270^\circ$ (شرق)	$1.27 \pm 0.1$ ر $92$	۰.۹۹۵۵

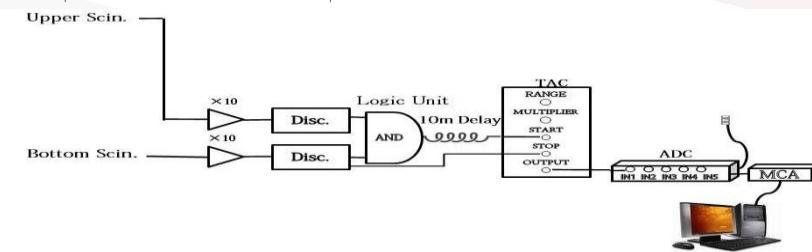
### چیدمان آزمایش واپاشی

از آنجا که برهم‌کش میون‌های مثبت و منفی با ماده متفاوت است، می‌توان به روش همزمانی تأخیری آنها را از یکدیگر تفکیک نمود. میون‌های مثبت در برهم‌کش با ماده پس از توقف، با طول عمر  $ns = 2197 \pm 0.3$  ر $40.4$  (طول عمر میون

آزاد) و اپاشیده می‌شوند در حالیکه میون‌های منفی در مدار اتمی گرفتار شده، ممکن است و اپاشیده و یا توسط هسته اتمی جذب شوند. احتمال رباش میون منفی توسط هسته اتم با  $Z^4$  متناسب است که عدد اتمی اتم میزبان است. بدین ترتیب طول عمر میون منفی با توجه به نوع ماده‌ی میزبان به طور قابل ملاحظه‌ای کاهش می‌یابد [۱]. جدول ۳ طول عمر میانگین و احتمال و اپاشی میون منفی در برخی عناصر را نشان می‌دهد. بدین ترتیب ما با چیدمانی به صورت شکل (۲)، و اپاشی میون‌ها را ثبت کردیم. برای اطمینان از اینکه ذره‌ای که در سوسوزن پایینی و اپاشیده می‌شود، همان ذره‌ای است که از سوسوزن بالایی نیز عبور کرده، از مدار منطقی AND استفاده کردیم. پنجره‌ی زمانی TAC،  $10\mu s$  است. آزمایش‌های و اپاشی را هفت مرتبه و هر یک در بازه‌ی زمانی یک هفته انجام دادیم. در تمام آزمایش‌های و اپاشی، تلسکوپ به صورت عمودی ( $\theta = 0^\circ$ ) قرار گرفته بود.تابع توزیع و اپاشی کل میون‌ها در سوسوزن شامل برهمنهی چندین و اپاشی به صورت زیر است [۱]:

$$\frac{dN}{dt} = \frac{N_{\mu^+}}{\tau_{\mu^+}} e^{-\frac{(t+\tau_{delay})}{\tau_+}} + \frac{N_{\mu^-}}{\tau_{\mu^-}} P_{decay} e^{-\frac{(t+\tau_{delay})}{\tau_-}} + C_{bg} e^{-\frac{(t+\tau_{delay})}{\tau_{bg}}} + \epsilon_{bg} \quad (1)$$

که جمله‌های اول و دوم، مربوط به و اپاشی میون‌های مثبت و منفی و جمله‌های سوم و چهارم مربوط به تابش زمینه‌ی و اپاشی است که به صورت نوفه در این آزمایش‌ها وارد می‌شود. در این رابطه،  $P_{decay}$  احتمال و اپاشی میون منفی در سوسوزن،  $\tau_{delay}$  تأخیر زمانی در مدار آزمایش و اپاشی و  $\tau_{bg}$  ثابت زمانی تابش زمینه است. اما به منظور تعیین نسبت بار میون، قبل از برآش رابطه (۱) با منحنی‌های و اپاشی میون لازم است  $\tau_{bg}$  را بدست آوردم.



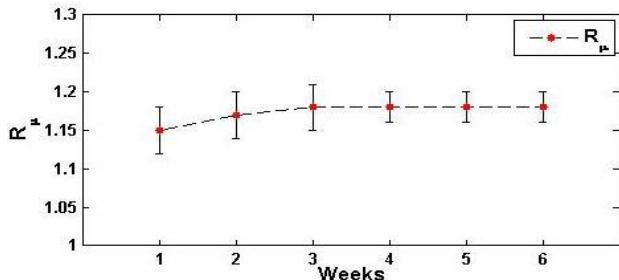
شکل ۲: چیدمان آزمایش و اپاشی.

اگرچه به کارگیری مدار منطقی AND در مدار آزمایش و اپاشی این اطمینان را می‌دهد که کسر قابل توجهی از رویداد‌های ثبت شده، مربوط به و اپاشی تک ذرات هستند اما در این بین، رویدادهایی نیز ثبت می‌شوند که مربوط به تک ذره نیستند. این رویدادها به عنوان تابش زمینه‌ی و اپاشی در رابطه (۱) وارد می‌شوند. برای تعیین ثابت زمانی تابش زمینه ( $\tau_{bg}$ )، آزمایش‌هایی را با یک سوسوزن ترتیب دادیم. این آزمایش‌ها ۱۴ مرتبه و هر یک در بازه‌ی زمانی ۱ ساعت انجام گرفت. سپس از طریق برآش داده‌های آزمایش تابش زمینه با رابطه‌ای مشابه با رابطه (۱)،  $\tau_{bg}$  را بدست آوردم. مقدار متوسط ثابت زمانی  $\tau_{bg}$  از برآش داده‌های آزمایش تابش زمینه با رابطه (۱)،  $284\text{ ns}$  بدست آمد. در تمام موارد رگرسیون برآش بیش از ۹۹٪ بود.

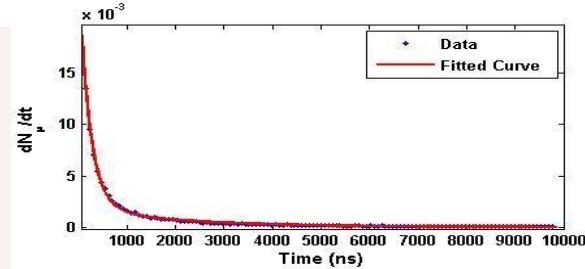
### تحلیل داده‌های آزمایش و اپاشی

اکنون با بدست آوردن  $\tau_{bg}$  می‌توان از طریق برآش رابطه (۱) با منحنی‌های و اپاشی یک هفته‌ای، نسبت بار میون ( $R_\mu$ ) را تعیین کرد. شکل (۳) یک نمونه از منحنی‌های و اپاشی را نشان می‌داند که تابع توزیع و اپاشی میون روی آن برآش شده است. مقدار  $R_\mu$  از منحنی‌های و اپاشی در بازه‌ی زمانی یک هفته،  $150 \pm 30$  را بدست آمد. برای بررسی  $R_\mu$  در بازه‌های زمانی مختلف، داده‌های آزمایش‌های و اپاشی را با جایگشت‌های مختلف به یکدیگر افزوده و فایل‌های

با بازه‌های زمانی دو هفته‌ی شش هفته می‌سازیم. مقادیر  $\bar{R}_\mu$  که از تحلیل این فایل‌ها بدست آمده به همراه خطای استاندارد میانگین (SEM)، در شکل(۴) آورده شده است. مقادیر بدست آمده برای نسبت بار میون در بازه‌های زمانی مختلف نشان می‌دهد که روند تغییرات  $R_\mu$  بسیار آهسته است و به ازای بازه‌ی زمانی سه هفته و بیشتر، مقادیر  $R_\mu$  به مقدار ثابت ۱۸۱ را می‌کنند.



شکل ۴: مقادیر  $\bar{R}_\mu$  و SEM در بازه‌های زمانی ۱ تا ۶ هفته



شکل ۳: برآش رابطه (۱) با منحنی واپاشی میون

شبیه‌سازی بهمن‌های هوایی گسترده به منظور تعیین نسبت بار میون‌های جوی ما شبیه‌سازی‌های خود را با کد کورسیکا و یک مدل برهم‌کنش در انرژی‌های بالا (QGSJET) و دو مدل برهم‌کنش در انرژی‌های پایین (GHEISHA و UrQMD) انجام دادیم. این شبیه‌سازی‌ها با ذره‌ی اولیه‌ی پروتون در ۱۶ گام در محدوده‌ی انرژی انرژی  $eV$   $10^{10}$  تا  $10^{12} eV$  انجام گرفت. در این شبیه‌سازی‌ها مولفه‌ی X و Z میدان مغناطیسی زمین در محل آزمایش،  $B_x = ۲۷\mu T$  و  $B_z = ۳۸\mu T$  و ارتفاع سطح مشاهده نیز ارتفاع از سطح دریا برای محل آزمایش یعنی  $1200 m$  قرار داده شد. برای بررسی میون‌ها، برنامه‌ای نوشته‌ی تا با استفاده از ۳مولفه‌ی تکانه‌ی میون‌ها، انرژی و همچنین زاویه‌ی سرسوی آن‌ها را محاسبه کند. چنانچه انرژی میون در محدوده‌ی انرژی آشکارسازی تلسکوپ،  $GeV \leq E \leq 76 GeV$  و همچنین زاویه‌ی سرسوی آن در محدوده‌ی گشودگی تلسکوپ،  $\theta \leq 17^\circ$  بود، آن میون به عنوان یک رویداد قابل مشاهده در تلسکوپ ثبت می‌شود. بدین ترتیب نسبت بار میون در مدل-QGSJET-URQMD،  $R_\mu = 1.0^{+0.6}_{-0.4}$  و در مدل GHEISHA،  $R_\mu = 1.0^{+0.4}_{-0.6}$  بدست آمد.

### نتیجه‌گیری

بررسی شار میون‌ها در زاویه‌های سمتی و سرسوی مختلف نشان می‌دهد که شار دریافتی در جهت غرب نسبت به شرق بیشتر است؛ که با افزایش زاویه‌ی سرسوی تلسکوپ و کاهش شار دریافتی با  $\cos\theta$ ، این اختلاف کاهش می‌یابد. همچنین به منظور تعیین نسبت بار میون ( $R_\mu$ )، آزمایش‌هایی را به روش همزمانی تأخیری انجام دادیم و به دلیل وجود تابش زمینه به صورت نوافه در داده‌های آزمایش‌های واپاشی، آزمایش‌هایی را برای ثبت تابش زمینه‌ی واپاشی ترتیب دادیم. در نهایت ثابت زمانی تابش زمینه ( $\tau_{bg}$ ) را  $284 \pm 8 ns$  بدست آوردیم و با جایگذاری  $\tau_{bg}$  درتابع توزیع واپاشی میون (رابطه‌ی ۱) و برآش آن با منحنی‌های واپاشی،  $R_\mu$  را در بازه‌ی زمانی یک هفته،  $1.0^{+0.3}_{-0.2}$  بدست آوردیم. بررسی تغییرات  $R_\mu$  در بازه‌های زمانی مختلف، نشان داد که روند تغییرات  $R_\mu$  بسیار آهسته است و به ازای بازه‌ی زمانی سه هفته و بیشتر، مقادیر  $R_\mu$  به ۱۸۱ میل می‌کند. در آخر در شبیه‌سازی با کد کورسیکا، نسبت بار میون در مدل QGSJET-URQMD،  $R_\mu = 1.0^{+0.6}_{-0.4}$  و در مدل QGSJET-GHEISHA،  $R_\mu = 1.0^{+0.4}_{-0.6}$  بدست آمد.

### مرجع‌ها

1. I.M Brancus et.al, WILLI, a Detector for Measuring the Charge Ratio of Cosmic Muons, 26th International Cosmic Ray Conferences, 1999

## رفتار دینامیکی قرص‌های خودگرانش عمودی تحت غلبه‌ی پهن رفت در حضور میدان

### مغناطیسی چنبره‌ای

مصلی نژاد، امین<sup>۱</sup> عباسی، شهرام<sup>۲</sup> شادمهری، محسن<sup>۳</sup> قنبری، جمشید<sup>۴</sup> و<sup>۵</sup>

<sup>۱</sup> گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه دامغان، دامغان

<sup>۲</sup> پژوهشکده نجوم، پژوهشگاه دانشهای بنیادی (IPM)، تهران

<sup>۳</sup> گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه گلستان، گرگان

<sup>۴</sup> گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد

<sup>۵</sup> موسسه آموزش عالی خیام، مشهد

### چکیده

ما در این تحقیق به بررسی اثر خودگرانش عمودی در ساختار دینامیکی قرص‌های برافزایشی پهن رفت غالب در حضور میدان مغناطیسی چنبره‌ای پرداختیم و به جواب‌های خودمشابه برای معادلات مغناطیسی رودینامیک در دستگاه مختصات استوانه‌ای دست یافتیم. همچنین نشان دادیم که سرعت‌های شعاعی و زاویه‌ای و نیز ضخامت قرص تحت تاثیر خودگرانش و میدان مغناطیسی تغییر میکند.

### مقدمه

امروزه قرص‌های برافزایشی، از جمله علل اصلی اکثر پدیده‌های اختوفیزیکی فعال در عالم محسوب می‌شوند. برافزایش ماده به جرم فشرده مرکزی می‌تواند عامل تولید انرژی بالا در اجرام اختوفیزیکی مختلف از قبیل متغیرهای کاتاکلیسمیک، دوتایی‌های پرتوی ایکس و هسته‌های کهکشانی فعال باشد. نظریه قرص‌های برافزایشی نوین به لحاظ تاریخی به مدل ارائه شده توسط شاکورا-سانیو (1973) برمی‌گردد. این مدل می‌تواند بسیاری از خصوصیات رصدی هسته‌های کهکشانی فعال (AGN) و دوتایی‌های پرتو ایکس را توجیه کند. در مدل استاندارد (SSD)، حرکت توده ماده در قرص برافزایشی نزدیک به حرکت کپلری است و انرژی گرانش آزاد شده در قرص به بیرون تابش می‌شود. مدل دیگری که برای قرص‌های برافزایشی اطراف سیاهچاله پیشنهاد شده، مدل تحت غلبه پهن رفت است (Ichimaru 1977, Narayan & Yi 1994). در مدل ADAFs، تنها قسمتی از انرژی گرانشی شده در اثر برافزایش به بیرون تابش می‌شود و اکثر انرژی درون قرص به دام افتاده و به سمت جسم مرکزی پهن رفت می‌کند، در نتیجه، قرص‌های ADAFs در مقایسه با قرص‌های استاندارد به لحاظ اپتیکی باریکتر و داغتر می‌باشند. این مدل نیز می‌تواند توصیف کننده برخی خصوصیات دوتایی‌های پرتوی ایکس و هسته‌های کهکشانی فعال با درخشندگی پایین باشد. عوامل مهمی از قبیل وشکسانی، میدان مغناطیسی و... در دینامیک قرص‌های برافزایشی تاثیر دارند. خودگرانش قرص نیز می‌تواند به عنوان عاملی مهم در دینامیک قرص‌های برافزایشی در نظر گرفته شود. زمانی که فرایند شکل-گیری اجرام اختوفیزیکی از قبیل کهکشان‌ها، ستاره‌ها و یا حتی سیاره‌ها در نظر گرفته می‌شود، خودگرانش نقش بسیار مهمی پیدا می‌کند. در حقیقت با اضافه کردن فرض خودگرانش در قرص، بررسی تحول دینامیکی قرص کار آسانی نخواهد بود.

در این کار ما به بررسی خودگرانش عمودی در ساختار دینامیکی قرص های ADAFs پرداخته ایم، یعنی حالتی را در نظر گرفته ایم که در راستای عمودی تنها پتانسیل گرانشی ناشی از قرص غالب باشد و از پتانسیل جسم مرکزی در این راستا صرفنظر شده است و به حل هایی خود مشابه برای این رده از قرص های خودگرانش نیز دست یافتیم. همچنین با در نظر گرفتن میدان مغناطیسی چنبره ای برای این گونه قرص ها نشان دادیم که میدان مغناطیسی نیز می تواند تاثیر بسزایی در ضخامت قرص های برافراشی داشته باشد.

### روابط اساسی

در این تحقیق، ما قرص گازی را که در حال چرخش به دور سیاهچاله فشرده مرکزی به جرم  $M_s$  است، در نظر می گیریم. فرض می شود قرص در حالت پهن رفت غالب باشد. شاره برافراشی، پایا و دارای تقارن محوری است ( $r, \theta, \varphi$ ) و قرص به لحاظ هندسی نازک در نظر گرفته می شود. در دستگاه مختصات استوانه ای از گرانش از معادلات شاره در راستای  $z$  انتگرال گیری می کنیم. در این کار از اثرات نسبیتی صرفنظر شده است. از گرانش نیوتونی برای جسم مرکزی در راستای شعاعی استفاده شده است و خودگرانش قرص را تنها در راستای عمودی در نظر می گیریم (قرص خودگرانش کپلری). همه متغیرها تنها تابعی از فاصله شعاعی،  $r$ ، در نظر گرفته می شوند. در این کار مدل پذیرفته شده برای وشکسانی مدل آلفاست و میدان مغناطیسی را چنبره ای در نظر می گیریم، یعنی میدان مغناطیسی تنها در راستای  $\varphi$  مولفه دارد.

معادلات ما شامل معادله پیوستگی، معادله تکانه، معادله انرژی، معادله القا و معادله حالت است:

$$\frac{\partial \rho}{\partial r} + \vec{V} \cdot (\rho \vec{v}) = \dot{\rho} \quad (1)$$

$$\rho \left( \frac{D\vec{v}}{Dt} \right) = -\vec{V}\rho + \rho \vec{V}\psi + \vec{j} \times \vec{B} + \rho \vec{N} \quad (2)$$

$$\rho T \frac{D\vec{s}}{Dt} = \vec{q}^+ - \vec{q}^- \quad (3)$$

$$\vec{V} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (4)$$

$$p = \rho c_s^2 \quad (5)$$

با در نظر گرفتن فرضیات ذکر شده و همچنین انتگرال گیری از معادلات بالا در راستای  $z$  به معادلات زیر دست خواهیم یافت :

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r \Sigma v_r) = 2\rho H \quad (6)$$

$$v_r \frac{du_r}{dr} = \frac{v_\theta^2}{r} - \frac{GM_s}{r^2} - \frac{1}{2} \frac{d}{dr} (\Sigma c_s^2) - \frac{c_A^2}{r} - \frac{1}{2} \frac{d}{dr} (\Sigma c_A^2) \quad (7)$$

$$r \Sigma v_r \frac{d}{dr} (rv_\varphi) = \frac{d}{dr} (r^2 v_\varphi \frac{d\alpha}{dr}) \quad (8)$$

$$H = \frac{(1+\beta)c_s^2}{2\pi G \Sigma} \quad (9)$$

$$\frac{2\pi r}{r-1} \frac{dc_A^2}{dr} + \frac{c_A^2}{r} \frac{d}{dr} (rv_r) = f v r^2 \left( \frac{du}{dr} \right)^2 \quad (10)$$

$$\frac{d}{dr} (v_r B_\varphi) = B_\varphi \quad (11)$$

در روابط بالا،  $v_r$  سرعت شعاعی،  $B_\varphi$  آهنگ برافراش جرمی در واحد حجم،  $H$  نیم ضخامت قرص،  $\Sigma$  چگالی سطحی (که توسط رابطه  $\Sigma = 2\rho H$  تعریف می شود)،  $v_\varphi$ ،  $c_s$  و  $c_A$  به ترتیب سرعت چرخشی قرص گازی، سرعت صوت و سرعت آلفن در سیال (سرعت صوت به صورت  $c_s^2 = \frac{P_{gas}}{\rho}$  و سرعت آلفن توسط رابطه  $\Omega = \frac{v_\varphi}{r}$  تعریف می شود)،  $\Omega$  سرعت زاویه ای کپلری،  $f$  نسبت گرمای ویژه،  $f$  پارامتر پهن -

رفت و  $B_\varphi$ . آهنگ تغییر میدان مغناطیسی چنبرهای است. همچنین  $\nu$  ضریب وشکسانی است و با فرض مدل آلفا خواهیم داشت:

$$\nu = \alpha c_s H \quad (12)$$

که  $\alpha$  ثابت وشکسانی است.

اکنون ما مجموعه از معادلات (MHD) را در اختیار داریم که توصیف کننده رفتار دینامیکی شاره برافرایشی پهن رفت غالب است. با حل این معادلات می توان رفتار قرص برافرایشی را که وابسته به پارامترهای وشکسانی، میدان مغناطیسی، خودگرانش و پارامتر پهن رفت انرژی است را توصیف کرد.

### جواب های خودمشابه

فرض می کنیم همه کمیت های فیزیکی تابعی توانی از فاصله شعاعی باشند،  $r^n$ ، که  $n$  ثابتی است که برای هر کمیت فیزیکی بدست می آید. جواب های خودمشابه ما برابرند با:

$$v_r(r) = C_1 v_R(r) \quad (13)$$

$$v_\varphi(r) = C_2 v_R(r) \quad (14)$$

$$c_s^2(r) = C_3 v_R^2(r) \quad (15)$$

$$c_A^2(r) = \frac{B_\varphi(r)}{4\mu_B(r)} = 2\beta C_3 v_R^2(r) \quad (16)$$

$$\Sigma = \Sigma_0 r^{-\frac{1}{2}} \quad (17)$$

$$\rho = \rho_0 r^{-\frac{3}{2}} \quad (18)$$

$$B_\varphi = B_0 r^{-\frac{n}{4}} \quad (19)$$

در روابط بالا،  $v_R(r) = \sqrt{\frac{GM}{r}}$  سرعت کپلری و  $C_1$ ،  $C_2$  و  $C_3$  ثابت های سرعت اند که در ادامه تعیین خواهند شد.

از معادله تعادل هیدروستاتیکی، ضخامت قرص به صورت زیر محاسبه خواهد شد:

$$\frac{H}{r} = \frac{C_3(1+\beta)}{2\frac{B_\varphi}{M_*}} = \frac{C_3(1+\beta)}{D} \quad (20)$$

در رابطه بالا،  $M_*$ ، جرمی از قرص است که در شعاع  $r$  محصور شده است و به طور تقریب برابر با  $M_* = \pi r^2 \Sigma$  در نظر گرفته شده است. با به کار بردن جواب های خودمشابه در معادلات و انجام محاسبات جبری به معادله درجه ششمی

بر حسب ضریب سرعت شعاعی،  $C_1$ ، دست خواهیم یافت:

$$A^3 C_1^6 + 3A^2 C C_1^4 + (3AC^2 + B^3) C_1^2 + C^3 = 0 \quad (21)$$

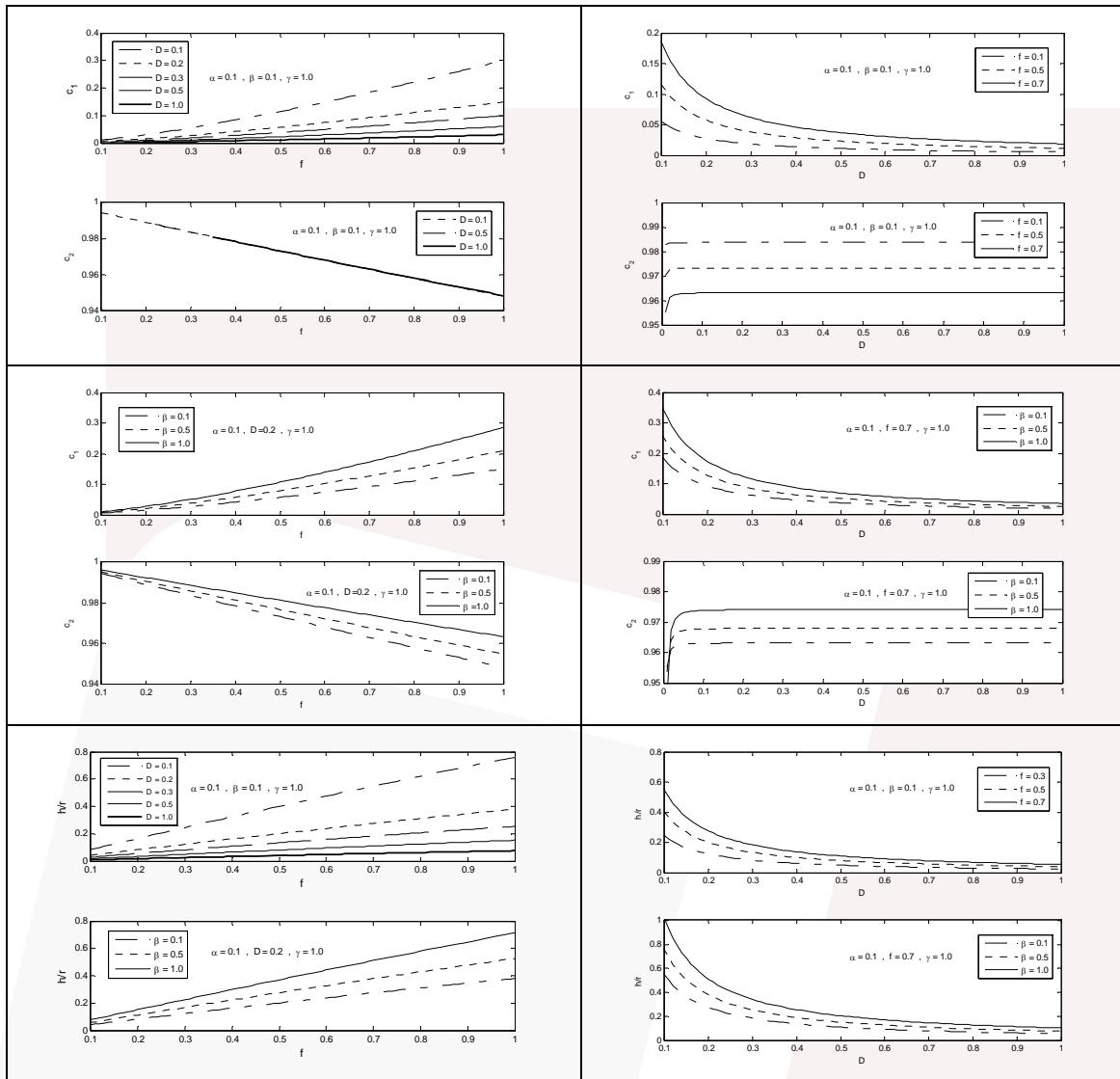
$$C_2 = \sqrt{\epsilon} C_1^{\frac{1}{2}} \quad (22)$$

$$C_3 = \left[ \frac{2D}{3(1+\beta)} \right]^{\frac{1}{2}} C_1^{\frac{3}{2}} \quad (23)$$

$$\frac{H}{r} = \frac{(1+\beta) C_3}{D} \quad (24)$$

$$\begin{cases} A = \frac{1}{2} \alpha^2 \\ B = \epsilon + \frac{1}{2} (3 - \beta) \left[ \frac{2D}{3(1+\beta)} \right]^{\frac{1}{2}} \\ C = -1 \\ \epsilon = \frac{1}{2} \left[ \frac{2D}{3(1+\beta)} \right]^{\frac{1}{2}} \left( \frac{3-\beta}{\gamma-1} \right) \end{cases} \quad (25)$$

## نتیجه گیری



## مرجع ها

- Abbassi S., Ghanbari J., Najjar S., 2008, MNRAS, 388, 663
- Abbassi S., Ghanbari J., Salehi F., 2006, A&A, 460, 357A
- Akizuki C., Fukue J., 2006, PASJ, 58, 461
- Ichimaru S., 1977, APJ, 214, 840
- Duschl W. J., Stritmatter P. A., Bierman, P. L., 2000, A&A, 357, 1123
- Ghanbari J., Abbassi S., 2004, MNRAS, 350, 1437
- Narayan R., Yi I., 1994, APJL, 428, L13
- Shakura N. I., & Sanyev R., 1973, A&A, 24, 337

## Cyclic universe with new agegraphic dark energy

Kh. Saaidi\* and H. Sheikhahmadi†  
*Department of Physics, Faculty of Science,  
University of Kurdistan, Sanandaj, Iran*

(Dated: March 14, 2011)

In this work, new agegraphic dark energy in the cyclic universe has investigated. Our main goal is considering this model in the high energy regime. Since, cyclic universe is explained by a phantom phase ( $\omega < -1$ ), it is shown when there is no interaction between matter and dark energy, new agegraphic dark energy can not produce a phantom phase, so it can not describe cyclic universe. Therefore, we study interacting models of new agegraphic dark energy. We find out that, in the high energy regime, which it is a necessary part of cyclic universe evolution, agegraphic dark energy can not create a phantom phase, but in special case, new agegraphic dark energy can describe this phantom phase era for cyclic universe.

PACS numbers:

### I. INTRODUCTIONS

Recent cosmological and Astrophysical observations indicate that our universe is in accelerate expansion phase. For instance these observations such as supernovae type Ia observational data [1] and Wilkinson Microwave Anisotropic Probe (WMAP) [2] imply that the universe is undergoing a period of accelerated expansion as a result of dark energy component with negative pressure. Whereas normal matter can not give rise to accelerated expansion of the universe, these observations lead to a vigorous search using for unusual form of matter which it is called dark energy [3].

The theoretical and experimental analysis suggest that the universe consist of %73 dark energy, %23 cold dark matter (CDM), and remanent matter is baryons [4]. Unfortunately the nature and origin of dark energy are ambiguous up to now, but people have proposed some candidates to describe dark energy. Amongst the various candidates of dark energy to describe accelerated expansion of the universe, cosmological constant (vacuum energy),  $\Lambda$ , with equation of state (EoS)  $\omega = -1$  is located in central position. However, as it is well known, the cosmological constant proposal has two famous problems, fine-tuning problem and the cosmic coincidence problem [5]. Most of dark energy models suggest that dark energy component can treat as scalar field with dynamical EoS. In this scenario the evolution of the field is very slow, so that kinetic energy density is less than the potential energy density, and this give us a negative pressure, responsible to the cosmic acceleration [6]. Some of scalar field models are as chameleon field [7], quintessence (Q-field) [8], tachyon field [9], K-essence [10] (associated with earlier work of K-inflation [11]), dilatonic ghost condensate field [12], quintom field [13] (where it is a mix-

ture of Q-field and phantom field [14]) and so on. In the phantom field scenario, the parameter of EoS is as  $\omega < -1$ , due to existence of a negative kinetic energy density of scalar field. It is well known that the phantom dark energy model suffers from two kind of problems, "Big Bang" singularity and "Big Rip" singularity, where big bang is related to initial epoch of universe and big rip is related to a finite future singularity. So far, several proposal have been introduced to avoid these two singularity, which mentioned above. For instance, cyclic universe or oscillating universe are an attractive ideas to avoid these two singularities by providing an infinitely oscillating universe [15]. In the cyclic universe scenario, where is based on the phantom dark energy model, the universe oscillates through a series of expansion and contraction. Universe in this scenario has a very high energy density at the beginning an ending of the expansion, so quantum gravity can not be ignored in these stages [16]. This evolution can be result from the modified Friedmann equation in the loop quantum cosmology (LQC). In LQC, the Friedmann equation has been modified to

$$H^2 = \frac{\rho}{3m_p^2} \left( 1 - \frac{\rho}{\rho_c} \right), \quad (1)$$

where  $H$  is the Hubble parameter,  $m_p^2$  is the reduced planck mass ( $m_p^2 = \frac{1}{8\pi G} = 2.44 \times 10^{18} \text{GeV}$ ),  $\rho$  is the total of energy density,  $\rho_c$  is the critical energy density as  $\rho_c = 4\sqrt{3}\gamma^{-3}m_p^4 = 0.82\rho_p$ , where  $\rho_p = 2.22 \times 10^{76} \text{GeV}$ , and  $\gamma$  is the dimensionless Barbero-Immirizi parameter [17]. We notice, this correction can solve the singularity problems as follow, when the dark energy density reaches the critical density, the universe reaches the maximum that is called "turnaround point", and when matter density reaches the critical density, universe arrives at smallest size, then we have a bounce there [18]. We emphasize the idea of cyclic universe was first introduced by Tolman [19].

An interesting attempt for probing the nature of dark energy, in the framework of quantum gravity, is the holo-

\*Electronic address: [ksaaidi@uok.ac.ir](mailto:ksaaidi@uok.ac.ir)

†Electronic address: [h.sh.ahmadi@uok.ac.ir](mailto:h.sh.ahmadi@uok.ac.ir)

graphic dark energy (HDE). In the HDE model, dark energy is a dynamical evolving vacuum energy density that can satisfy the phantom behavior. Authors of [20] have investigated the cyclic universe by HDE (and some interesting work about HDE have been done [21–23]). Another attractive model to describe the nature of dark energy, within the framework of a fundamental theory originating from some considerations of the feature of quantum gravity theory, is called agegraphic dark energy (ADE) model [24]. The ADE assumes that the dark energy comes from the universe components fluctuation such as space-time and matter fluctuation (for further discussion we refer the reader to [25, 26]). In this model, the age of universe is taken as the length measure instead of the horizon distance, therefore the causality problem which appears in the HDE model can be avoided. The ADE model suffers from the difficulty to describe the matter dominant epoch. The authors of [27] have introduced a new mechanism to overcome that problem, which it is called new agegraphic dark energy (NADE) model, and its energy density is defined by  $\rho_\Lambda = 3n^2 m_p^2 \eta^{-2}$ , where  $3n^2$  is introduced to parameterized some uncertainties and  $\eta$  is conformal time and can be written as

$$\eta = \int_0^a \frac{da}{a^2 H},$$

where  $a$  is scale factor and  $H$  is well-known as Hubble parameter. Cyclic model of universe, due to avoiding singularity, and ADE and NADE, due to estimating a good approximate of dark energy value and solving causality problem of HDE, have received a lot of interest. These attractive features have motivated us to investigate ADE and NADE in the cyclic universe and consider its results.

The plan of paper is as following: In section 2, we consider ADE and NADE in the high energy regime. It is shown when there is no interaction between matter and dark energy, both of these models can not explain phantom phase, so we study the interacting model of ADE and NADE in high energy regime. In section 3, we summarized our result.

## II. HIGH ENERGY REGIME

In this section we focus on the high energy regime. In this stage the quadratic term of energy density on the right hand side of Friedmann equation can not be ignored longer, this term can play a very impressive role in the evolution of universe. The modified Friedmann equation is as

$$3H^2 = \rho \left( 1 - \frac{\rho}{\rho_c} \right), \quad (2)$$

in this regime, dark energy is dominated, and above equation can be rewritten as

$$3H^2 \approx \rho_\Lambda \left( 1 - \frac{\rho_\Lambda}{\rho_c} \right), \quad (3)$$

so, according to this relation the parameter of dark energy may be estimated as

$$\Omega_\Lambda^\natural \approx \frac{\rho_c}{\rho_c - \rho_\Lambda}. \quad (4)$$

$\Omega_\Lambda^\natural$  is always larger than one, and it can be very large when the universe approaches to the turnaround point. However,  $\Omega_\Lambda^\natural$  can not be infinite because we have  $\rho_m$  in this regime, although this term is very small. This small value of  $\rho_m$  does not allow  $\rho_\Lambda$  to reach the exact value of  $\rho_c$ , then the presence of  $\rho_m$  can prevent the infinite value of  $\Omega_\Lambda^\natural$ .

In the first step we assume that there is no interaction between  $\rho_\Lambda$  and  $\rho_m$ . So, from conservation equation of dark energy and supposing agegraphic dark energy as component of dark energy,  $\omega_\Lambda$  is obtained as

$$\omega_\Lambda = -1 + \frac{2}{3n} \sqrt{\Omega_\Lambda^\natural}. \quad (5)$$

Since the second term on the right hand side of this relation is always positive,  $\omega_\Lambda$  never can be smaller than  $-1$ . For cyclic universe we need phantom model of dark energy in the late time, because phantom energy density is getting larger with increasing scale factor, and causes the total energy density reaches the critical energy density,  $\rho_c$ . Therefore, because  $\omega_\Lambda$  can not be smaller than  $-1$ , it seems agegraphic model and cyclic universe are not compatible.

Indeed if we use new agegraphic dark energy as component of dark energy, the parameter of EoS is expressed as

$$\omega_\Lambda = -1 + \frac{2}{3n} \frac{\sqrt{\Omega_\Lambda}}{a}, \quad (6)$$

as we see, the new agegraphic model can not behaves like phantom in the high energy regime, so it is not compatible with cyclic universe.

### A. Interacting ADE and NADE

An alternative way, which may solve this problem, is the assumption of presence of interaction between  $\rho_\Lambda$  and  $\rho_m$ . With this assumption the conservation equations can be rearrange as

$$\dot{\rho}_m + 3H(1 + \omega_m)\rho_m = Q \quad (7)$$

$$\dot{\rho}_\Lambda + 3H(1 + \omega_\Lambda)\rho_\Lambda = -Q, \quad (8)$$

where  $Q$  indicate interaction.  $Q$  is taken as  $Q = \Gamma\rho_\Lambda$ , with  $\Gamma > 0$ , which means there is transfer of energy from  $\rho_\Lambda$  to  $\rho_m$  [28]. We take  $Q$  as  $Q = 3b^2H(1+r)\rho_\Lambda$ , where  $r = \frac{\rho_m}{\rho_\Lambda}$ .

First, we take ADE as the component of dark energy. With the help of conservation relation (7), we obtain  $\omega_\Lambda$  as

$$\omega_\Lambda = -1 + \frac{2}{3n} \sqrt{\Omega_\Lambda^\natural} - b^2(1+r). \quad (9)$$

$\Omega_\Lambda^\natural$  is always larger than one, and it become very large at turnaround point, so for having  $\omega_\Lambda < -1$ , we should have  $b^2(1+r) > \frac{2\sqrt{\Omega_\Lambda^\natural}}{3n}$ . This predicts a large value for coupling constant  $b$ . Since  $b$  is a constant, it should be as same as low energy. If we study another papers, such as [30, 31], the obtained value for  $b$  is very small, so it is incompatible. Now, we take NADE as  $\rho_\Lambda$ , because we use conformal time,  $\eta$ , instead of  $T$ , scale factor appear in our relation, namely

$$\omega_\Lambda = -1 + \frac{2}{3na} \sqrt{\Omega_\Lambda^\natural} - b^2(1+r). \quad (10)$$

To have  $\omega_\Lambda < -1$ , the coupling constant  $b$  should obey following relation

$$b^2 > \frac{2}{3na} \sqrt{\Omega_\Lambda^\natural}, \quad (11)$$

here,  $r$  has been ignored because of  $\rho_m \ll \rho_\Lambda$ . If  $\Omega_\Lambda^\natural$  be in order of  $a^2$ , we may obtain a convenient value for  $b$  in order it could give us phantom dark energy in this regime.

Now, we want to obtain differential equation for  $\Omega_\Lambda^\natural$ . In the NADE,  $\rho_\Lambda$  is given as

$$\rho_\Lambda = \frac{3n^2}{\eta^2}. \quad (12)$$

From the definition of dark energy density parameter, namely  $\Omega_\Lambda^\natural = \frac{\rho_\Lambda}{3H^2}$ , The differential equation for  $\Omega_\Lambda^\natural$  is acquired as

$$\Omega_\Lambda^\natural' = -2\Omega_\Lambda^\natural \left( \frac{\dot{H}}{H^2} + \frac{\sqrt{\Omega_\Lambda^\natural}}{an} \right), \quad (13)$$

where prime denote derivative with respect to  $\mathcal{N} = \ln a$ . Taking the time derivative of modified Friedmann equation, and substituting that in the above equation, we obtain

$$\frac{\dot{H}}{H^2} = \frac{-3}{2} \left( (1+\omega_m)\Omega_m^\natural + (1+\omega_\Lambda)\Omega_\Lambda^\natural \right) \left( 1 - \frac{2\rho}{\rho_c} \right), \quad (14)$$

since, in the high energy regime,  $\Omega_m^\natural$  can be ignored against to  $\Omega_\Lambda^\natural$ , therefore one can estimate

$$\frac{\dot{H}}{H^2} \approx \frac{-3}{2}(1+\omega_\Lambda)\Omega_\Lambda^\natural \left( 1 - \frac{2\rho}{\rho_c} \right), \quad (15)$$

(for driving above equation we have used  $\frac{H^2}{\rho_c} = \frac{\Omega_\Lambda^\natural - 1}{3\Omega_\Lambda^\natural^2}$ , see ref.[32]). The differential equation, which governs the NADE evolution of universe in high energy regime, can be attained as

$$\Omega_\Lambda^\natural' = -2\Omega_\Lambda^\natural \left\{ \frac{\sqrt{\Omega_\Lambda^\natural}}{na} (\Omega_\Lambda^\natural - 1) - 3b^2(1+r) \left( \frac{1}{2}\Omega_\Lambda^\natural - 1 \right) \right\} \quad (16)$$

If  $\Omega_\Lambda^\natural$  be in order of  $a^\alpha$ , where  $\alpha < 2$ , equation (11) can be valid in good approximate. Now suppose  $\Omega_\Lambda^\natural$  is in order of  $a^2$ , for instance  $\Omega_\Lambda^\natural = \alpha a^2$ . From equation (11) we have  $\frac{\sqrt{\Omega_\Lambda^\natural}}{na} - \frac{3}{2}b^2(1+r) = -\gamma < 0$ . Since  $\Omega_\Lambda^\natural$  should be positive to indicate increasing in time, we arrive at  $\gamma > \frac{\sqrt{\alpha}}{n(\alpha a^2 - 2)} + \frac{3}{2}$ . In this area, scale factor is very large, so the first term on the right hand side is very small, in which we take  $\gamma = 2$  as a example. Therefore one can obtain  $b^2 = \frac{2}{3} \left( \frac{\sqrt{\alpha}}{n} - 2 \right)$ . Note that  $b^2$  is always positive. If we chose the value of [20] for  $b$ , namely  $b^2 = 0.25$ , we obtain the value of  $\alpha$  as  $\sqrt{\alpha} = \frac{19}{8}n$ . It means the dark energy parameter behaves as  $\Omega_\Lambda^\natural = \left( \frac{19}{8}na \right)^2$ .

Another useful cosmological parameter is deceleration parameter. One can acceleration of universe by obtaining this quantity. Deceleration parameter is given by

$$q = -1 - \frac{\dot{H}}{H^2}, \quad (17)$$

substituting  $\frac{\dot{H}}{H^2}$  term in the above relation, we arrive at

$$\begin{aligned} q &= -1 + \frac{3}{2} \left( (1+\omega_m)\Omega_m^\natural + (1+\omega_\Lambda)\Omega_\Lambda^\natural \right) \left( 1 - \frac{2\rho}{\rho_c} \right) \\ &= -1 + \frac{3}{2}(1+\omega_\Lambda)\Omega_\Lambda^\natural \left( 1 - \frac{2\rho}{\rho_c} \right). \end{aligned} \quad (18)$$

Since,  $\omega_\Lambda < -1$ , one find out that, while  $\rho < \frac{1}{2}\rho_c$ , there is a negative value for deceleration parameter, namely we have an acceleration expanding universe, whereas for  $\rho > \frac{1}{2}\rho_c$ , we have a decelerating universe. Also when  $\rho = \frac{1}{2}\rho_c$  deceleration parameter is equal to  $q = -1$ . It means that by increasing dark energy density parameter, the universe moves from an acceleration expanding phase to a decelerating phase, which can describe cyclic universe. In the turnaround point we have minimum value of acceleration(with negative sign), and  $\dot{a}$  vanish, hence universe starts to reconstruction.

### III. CONCLUSION

During this consideration, we investigated NADE in the cyclic universe model. Our main purpose was investigation of these two models of dark energy, ADE and NADE, in the high energy regime. When there is no interaction between the matter and dark energy, which had been selected as two components fluid of universe, we found out that both of ADE and NADE can not ex-

plain a phantom phase (as we know, phantom phase area is a necessary part of evolution in the cyclic universe model). Hence we supposed an interacting between matter and dark energy to solve phantom phase problem of the models. Since the density parameter of dark energy is always larger than one in the high energy area, and even very large near the turnaround point, so for ADE model, the coupling constant of interaction should be very large value to generate a phantom phase.

- 
- [1] A. G. Riess *et al* Astron. J. **116**, 1009 (1998).
- [2] S. Perlmutter *et al* Astrophys. J **517**, 565 (1999).
- [3] S. Bridle, O. Lahav, J. p. Ostriker and P. J. Steinhardt, Scince **299**, 1532 (2003).
- [4] Y. Fujii, and K. Maeda, The scalar -tensor theory of gravitation, Cam-bridge University Press (2003).
- [5] S. Weinberg, Rev. Mod. Phys. **61**, 1 (1989); P. J. E. Peebles and B. Ratra , Rev. Mod. Phys. **75**, 559 (2003).
- [6] J. A. Frieman, C. T. Hill, A. Stebbins and I. Waga, Phys. Rev. Lett. **75**, 2077 (1995).
- [7] David F. Mota and John D. Barrow, Phys. Lett. B **581**, 141 (2004); Justin Khoury, and Amanda Weltman, [astro-ph/0309300].
- [8] P. J. E. Peebles and B. Ratra, Astrophys. J. **325**, L 17 (1988).
- [9] A. Sen, JHEP **0207**, 065 (2002), [hep-th/0203265]; M. R. setare, Phys. Lett. B **653**, 116 (2007), [hep-th/0705.3517];
- [10] C. A. Picon, V. F. Mukhanov and P. J. Steinhardt, Phys.Rev. Lett. **85**, 4438 (2000).
- [11] C. A. Picon, T. Damour and V. Mukhanov, Phys. Lett. B **458**, 209 (1999).
- [12] N. Arkani-Hamed *et al* JHEP **0405**, 074 (2004); F. Pi-azza and S. Tusjikawa, JCAP **0407**, 004 (2004).
- [13] B. Feng, X. L. Wang, X. Zhang, Phys. Lett. B **607**, 35 (2005).
- [14] E. Elizalde, S. Nojiri and S.D. Odinstov, Phys. Rev. D **70**, 043539 (2004).
- [15] M. G. Brown, K. Freese and W. H. Kinney, JCAP **0803**, 002 (2008).
- [16] A. Ashtekar, T. Pawłowski and P. Singh, Phys. Rev. D **73**, 124038 (2006).
- [17] A. Ashtekar, Gravity, AIP Conf. Proc. **861**, 3 (2006), [gr-qc/0605011].
- [18] J. Khoury, B. A. Ovrut, P. J. Steinhardt and N. Turok, Phys. Rev. D **64**, 123522 (2001) [hep-th/0103239].
- [19] R.C. Tolman, Phys. Rev. **38**, 1758 (1931); R.C. Tolman, Relativity, Thermodynamics and Cosmology, Oxford University Press (1934).
- [20] J. Zhang, X. Zhang and H. Liu, Eur. Phys. J.C **52**:693-699, (2007).
- [21] M. Li, Phys. Lett. B **603**, 1 (2004); M. R. Setare, Phys. Lett. B **648**, 329 (2007).
- [22] K. Enqvist and M. S. Sloth, Phys. Rev. Lett. **93**,221302 (2004), [hep-th/0406019]; A. Cohen, D. Kaplan, A. Nelson, Phys. Rev. Lett. **82**, 4971, (1999).
- [23] J. Dutta, S. Chakraborty and M. Ansari. Mod. Phys. Lett. A **25**, 3069 (2010), [gr-qc/1005.5321]; A. G. Cohen, D. B. Kaplan, and A. E. Nelson, Phys. Rev. Lett. **82**,4971 (1999).
- [24] R. G. cai, Phys. Lett. B **657**, 228 (2007), [hep-th/0501055].
- [25] K. Nozari and T. Azizi, Phys. Lett .B **680**, 205 (2009); H. Wei and R. G. Cai, Phys. Lett. B **660**, 113, (2008).
- [26] J. P. Wu, D. Z. Ma and Y. Ling, Phys. Lett. B **663**, 152 (2008).
- [27] H. Wei and R. G. Cai, Phys. Lett. B **663**, 1, (2008), [arxiv: 0707.4094].
- [28] A. Sheykhi, A. Bagheri, M. M. Yazdanpanah, JCAP **1009**:017, (2010).
- [29] K. Karami, A. Sheykhi, M. Jamil, Z. Azarmi, M. M. Soltanzadeh, Gen. Relativ. Gravit. **43** (2010).
- [30] J. Dutta, S. Chakraborty and M. Ansari, Mod. Phys. Lett. A **25**:3069-3079, (2010).
- [31] G. Izquierdo and D. Pavon, Phys. Lett. B **633**, 420, (2006).
- [32] H. Mohseni Sadjadi, Phys.Rev. D **73**, 063525, (2006).

## میرایی امواج مغناطیو آکوستیک آرام در پلاسمای تاج

عابدینی، عباس<sup>۱</sup> صفری، حسین<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> دانشگاه تحصیلات تکمیلی در علوم پایه زنجان

<sup>۲</sup> گروه فیزیک دانشگاه زنجان

### چکیده

در این مقاله وجود نوسانی آرام و میرایی نوسانات پلاسمای بسیار داغ (با دمای بیشتر از شش میلیون درجه کلوین) مورد مطالعه و بررسی قرار می‌گیرد. بدین منظور، مدل لوله‌های شار با سطح مقطع یکنواخت که دما بطور خطی از راس تا پایه کم می‌شود، در نظر گرفته می‌شوند. همچنین اثرات اتلاف انرژی از طریق رسانش، تابش و ویسکوزیته بر وجود نوسانی لوله‌های تاج داغ بالایه بنای چگالی ناشی از جاذبه توضیح داده شده و نتایج باهم مقایسه می‌شوند.

### مقدمه

امواج ایستاده و امواج در حال انتشار باعث نوسان لوله‌های تاج هستند. عواملی باعث میرایی قوی ( $T_d / p = 1$ ) و میرایی ضعیف ( $T_d / p \geq 2$ ) می‌شوند [۱].  $T_d$  و  $p$  به ترتیب زمان میرایی و پریود نوسان نامیده می‌شوند. نتایج حاصل از دادهای سومر (SUMER) یک میرایی قوی در تاج داغ را نشان می‌دهد [۲]. همچنین مشاهدات نشان می‌دهند که پریود نوسانات یک تاج داغ بین  $8/6 - 32/3$  دقیقه و زمان میرایی بین  $42/3 - 3/1$  دقیقه می‌باشند [۳]. در این مقاله، تاج خورشید به صورت یک محیط مغناطیده با میدان مغناطیسی یکنواخت و دارای چگالی لایه‌ای در امتداد میدان مغناطیسی و موازی با گرانش که در آن دما بطور خطی از بالا به پایین تغییر می‌کند، نظر گرفته می‌شود. معادلات مغناطیو هیدرولیکی خطی شده (یک بعدی در امتداد طول لوله) در حضور تابش و ویسکوزیته به یک معادله دیفرانسیل مرتبه دو با ضرایب متغیر و در حضور رسانش به یک معادله دیفرانسیل مرتبه چهار سرعت بر حسب طول لوله شار ساده می‌گردد. معادله دیفرانسیل با در نظر گرفتن شرایط مختلف و شرایط مرزی مناسب بصورت تحلیلی حل و نتایج آن مورد مطالعه و بررسی قرار گرفته و درجه اهمیت هریک از کمیت ذکر شده روی وجود نوسانی و میرای توضیح داده شده‌اند.

### توصیف مدل و معادلات

معادلات MHD برای تاج با درنظر گرفتن تابش، ویسکوزیته و رسانش بصورت زیر است

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} + \rho v \frac{\partial v}{\partial z} = - \frac{\partial p}{\partial z} + \rho g + \frac{4\eta}{3} \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \quad (2)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + v \frac{\partial p}{\partial z} + \gamma p \frac{\partial v}{\partial z} = (\gamma - 1)(E_{oH} - E_R - E_C) \quad (3)$$

$$P = \frac{\rho k_B T}{m} \quad (4)$$

در اینجا  $E_C$  و  $E_R$  در اینجا آهنگ اتلاف انرژی گرمایشی، آهنگ اتلاف انرژی از طریق تابش و آهنگ اتلاف انرژی از طریق رسانش در واحد حجم می باشند. در حالت تعادل  $E_{0H} = E_{0C} + E_{0R}$  است. معادله آهنگ رسانش گرمایی و تابش بصورت زیر تعریف می شوند [۴].

$$E_C = -\frac{\partial}{\partial z} (k_{\parallel} \frac{\partial T}{\partial z}), \quad E_R = \chi_R \rho^{a_R} T^{b_R} \quad (5)$$

که در اینجا  $k_{\parallel} = 10^{-11} T^{2.5} (wm^{-1} k^{-1})$  و  $\eta = 10^{-17} T^{2.5} (kgm^{-1} s^{-1})$ ,  $\chi_R = 10^{28} (Jm^{-3} s^{-1})$  و مقادیر

$a_R$  و  $b_R$  بستگی به دمای تاج دارد [۳]. ضرایب بدون بعد را بصورت زیر تعریف می کنیم

$$\varepsilon = \frac{\eta_0(0)\tau}{\rho_0(0)L^2}, d = \frac{(\gamma-1)k_0(0)\rho_0(0)T_0(0)}{\gamma^2 p_0^2(0)\tau}, r = \frac{(\gamma-1)\chi_R \rho_0^{b_R}(0)T_0^{b_R}(0)\tau}{\gamma p_0(0)} \quad (6)$$

که در اینجا  $r, d, \varepsilon$  و  $L/C_s(0)$  به ترتیب ضرایب بدون بعد ویسکوزیته، رسانش، تابش و طول لوله و

که در آن  $C_s(0) = \sqrt{\gamma P_0(0) / \rho_0(0)}$  سرعت صوت در حالت بی درواست. فرض می کنیم کمیت ها بصورت زیر

مختل شوند

$$f = f_0 + f_1(z, t) e^{i\omega t} \quad (7)$$

معادلات MHD با تعريف کمیت های بدون بعد  $\bar{z} = z/L, \bar{T} = T/T_{apex}, \bar{\rho} = \rho/\rho_{apex}, \bar{p} = P/P_{apex}, \bar{V} = v/C_s(0)$

خطی شده بدون بعد بدست می آیند. با انتخاب مبدأ در راس و با فرض اینکه دما تعادلی بدون بعد بصورت زیر از راس به پایه تغییر می کند

$$T_0 = 1 - \alpha z \quad (8)$$

در اینجا  $\lambda = T_{apex} / T_{base}$  و  $\alpha = (\lambda - 1) / \lambda$  نسبت دمای راس به دمای پایه می باشد. از معادله حالت، فشار و چگالی تعادلی بصورت زیر بدست می آیند

$$\rho_0 = (1 - \alpha z)^{-\frac{N}{\alpha}}, \quad p_0 = (1 - \alpha z)^{-\frac{N+1}{\alpha}} \quad (9)$$

در اینجا  $N = L/\Lambda_0$  که در آن  $\Lambda_0$  ارتفاع مقیاس فشار در راس تاج است. با ترکیب معادلات MHD خطی شده یک معادله دیفرانسیل مرتبه چهار با ضرایب متغیر برای سرعت بدست می آید ( که در اینجا از نوشتن آن اجتناب شده است). این معادله با در نظر گرفتن شرایط مختلف و شرایط مرزی مناسب حل و نتاج آن توضیح داده می شود.

## ۱- میرایی در حضور تابش

در حضور تابش معادله دیفرانسیل مرتبه چهار ذکر شده به معادله دیفرانسیل مرتبه دو تبدیل می شود.

شکل (۱) نتایج حل عددی معادله دیفرانسیل با شرایط مرزی  $v_1(0)=v_1(1)=0$  برای وجود فرد

و  $v_1'(0)=v_1'(1)=0$  برای وجود زوج برای  $T=10(MK)$ ،  $\lambda=100$  را نمایش می دهد. برای تاج همدما و

همگن وجود نوسانی بصورت زیر بدست آیند.

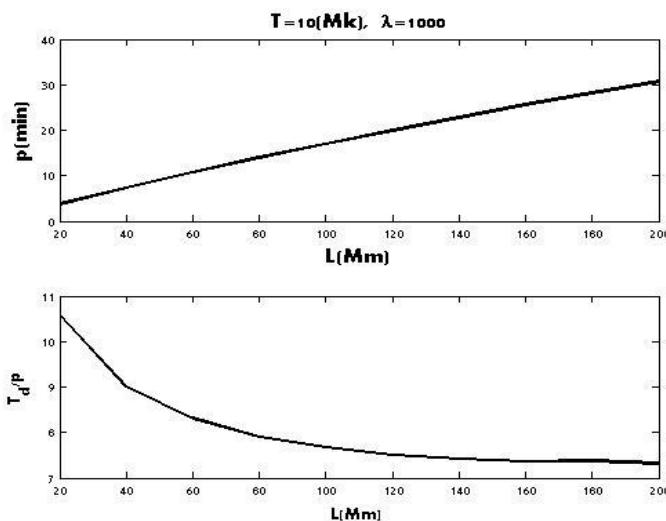
$$\omega_n = n\pi + i \frac{r[(\gamma-1)b_R + a_R]}{2} \quad (10)$$

$$n = 2k, 2k+1, \quad a_R = 2, b_R = -1, k = 1, 2, 3, \dots$$

مقدار  $T$  با دما رابطه عکس دارد. برای مثال در دمای  $T=10(MK)$  مقدار آن  $1/00000$  است [۳]. از شکل

(۱) و معادله (۱۰) می توان نتیجه گرفت در حضور تابش میرایی ضعیف و تابش بر پریود نوسان تاثیر بسیار

کمی دارد.



شکل ۱: بالا) پریود نوسانات، پایین) نسبت زمان میرایی به پریود بر حسب طول لوله در حضور تابش رسم شده است.

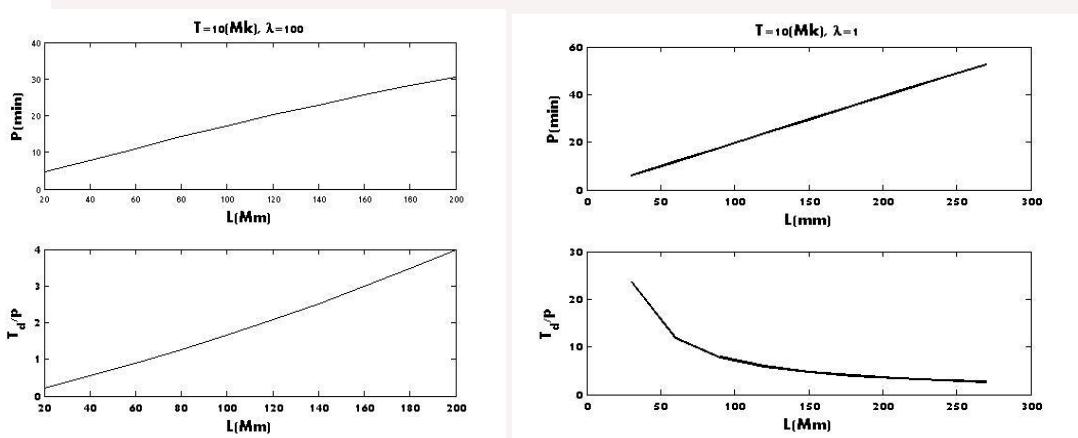
## ۲- میرایی در حضور ویسکوزیته

در حضور ویسکوزیته معادله حاکم بر سرعت مثل تابش معادله دیفرانسیل درجه دو با ضرایب متغیر است. نتیجه حل عددی معادله زمانی که فقط ویسکوزیته وجود دارد در شکل (۲) نشان داده است. برای حالت خاص محیط همدما و همگن با  $\epsilon \ll 1$  با در نظر گرفتن شرایط مرزی بالا وجود نوسانی زوج و فرد به بصورت زیر بدست می آید

$$\omega_n = n\pi \left(1 - \frac{2\pi^2 n^2}{9} \varepsilon^2\right) + i \frac{2\pi^2 n^2}{3} \varepsilon \quad (11)$$

$$n = 2k, n = 2k+1, \quad k = 1, 2, 3, \dots$$

از شکل (۲) و معادله (۱۱) نتیجه می شود ویسکوزیته اولا پریود نوسانات حلق تاج را افزایش می دهد. ثانیا باعث میرای قوی در لوله های با طول کمتر از (۲۰۰) (Mm) می شود.



شکل ۲: بالا: پریود نوسانات، پایین: نسبت زمان میرای به پریود بر حسب طول لوله در حضور ویسکوزیته (شکل سمت چپ) و رسانش (شکل سمت راست) رسم شده است.

### ۳ - میرایی در حضور رسانش

نتیجه حل عددی حاصل از معادله دیفرانسیل در حضور رسانش در شکل (۲) نشان داده شده است. از شکل (۲) نتیجه می شود رسانش باعث میرایی ضعیف و افزایش پریود نوسانات حلقه تاج شده است.

#### نتیجه گیری

- ۱- در حضور تابش، ویسکوزیته و رسانش فرکانس نوسانات طبیعی و میرایی نوسانات حلقه های تاج بررسی شد.
- ۲- اثر تابش در میرایی و پریود نوسانات حلقه های تاج (در دما های بالا) بسیار کم است.
- ۳- ویسکوزیته بیشترین تاثیر را در میرایی حلقه های تاج داغ داشته و پریود نوسانات را افزایش می دهد.
- ۴- رسانش بیشترین تاثیر را در افزایش پریود نوسانات حلقه های تاج داشته و تاثیر کمی روی میرایی دارد.

#### مرجع ها

- [1] V. S. Pandy and B. N. Dwivedi; *Sol. Phys.*, **236**:127-136, 2006.
- [2] T. J. Wang , S. K. Solankil , D. E. Innes , W. Curdt , and I. E. Dammasch, *Astrophys. J.* **574** , L101, 2002a.
- [3] L. DIG. Sigaloty and C. A. Mendoza ; *Sol. Phys.*, **246**:187-212, 2007.
- [4] De Mortel and A. W. Hood; *A&A*, **415**:705-715, 2004.

## بررسی گذار فاز فرومغناطیسی القایی در ماده نوترونی پلاریزه

بردبار، غلامحسین<sup>۱</sup> رضایی، زینب<sup>۱</sup>

<sup>۱</sup> بخش فیزیک دانشگاه شیراز

<sup>۲</sup> مرکز تحقیقات نجوم و اخترفیزیک مراغه

### چکیده

در این بررسی، با استفاده از روش وردشی پایین ترین مرتبه مقید (*LOCV*) و بهره گیری از پتانسیل  $AV_{18}$ ، خواص مغناطیسی ماده نوترونی پلاریزه در حضور میدان مغناطیسی قوی در دمای صفر استخراج گردیده است. نتایج حاصل نشان‌های وجود گلار فاز فرمغناطیسی القایی به وسیله میدانهای مغناطیسی بزرگتر از  $G^{18} 10^{10}$  در ماده نوترونی می‌باشد.

### مقدمه

به احتمال قوی می‌توان گفت که میدان مغناطیسی ستاره نوترونی، از تراکم شار مغناطیسی ستاره رشته اصلی پدر ایجاد می‌شود [۱]. با بکارگیری این دیدگاه، ولتجز بزرگی میدان مغناطیسی ستاره نوترونی را  $G^{15} 10^{15}$  پیش‌بینی نمود [۲]. بر طبق نظریه ویریال اسکالار که بر اساس گرانش نوتونی است، وجود میدانهای مغناطیسی با بزرگی حداقل  $G^{18} 10^{10}$  در داخل یک مگنتار مجاز می‌باشد [۳]. از طرف دیگر نسبیت عام مقدار ماکزیمم مجاز میدان مغناطیسی ستاره نوترونی را  $G^{20} 10^{18} - 10^{18}$  پیش‌بینی می‌نماید [۴].

میدان مغناطیسی قوی می‌تواند تأثیرات مهمی بر ساختار داخلی ستاره نوترونی داشته باشد. مطالعات بسیاری، خواص مغناطیسی و معادله حالت ماده ستاره نوترونی را در حضور میدان مغناطیسی قوی مورد بررسی قرار داده اند. در برخی از تحقیقات انجام شده، ماده ستاره نوترونی به صورت یک ماده نوترونی تقریب زده شده است. در تحقیقات به عمل آمده توسط گروه حاضر، ماده نوترونی پلاریزه [۵]، ماده هسته ای متقارن پلاریزه [۶]، ماده هسته ای نامتقارن [۷] و ماده ستاره نوترونی پلاریزه [۷] در دمای صفر با استفاده از روش *LOCV* در غیاب میدان مغناطیسی بررسی شده اند. همچنین خواص ترمودینامیکی ماده نوترونی پلاریزه [۸]، ماده هسته ای متقارن پلاریزه [۹] و ماده هسته ای نامتقارن پلاریزه [۱۰] در دمای معین در غیاب میدان مغناطیسی محاسبه گردیده اند. در بررسی حاضر، با استفاده از روش *LOCV* و پتانسیل  $AV_{18}$  به مطالعه گذار فاز فرمغناطیسی القایی در ماده نوترونی پلاریزه در دمای صفر و در حضور میدان مغناطیسی قوی می‌پردازم.

### محاسبات ماده نوترونی پلاریزه در حضور میدان مغناطیسی

سیستم ماده نوترونی پلاریزه همگنی مشکل از نوترونهاست با اسپین-بالا (+) و اسپین-پایین (-) را در نظر می‌گیریم. چگالی تعداد نوترونهاست اسپین-بالا و اسپین-پایین را به ترتیب با  $\rho^+$  و  $\rho^-$  نشان می‌دهیم و پارامتر قطبش اسپینی ( $\delta$ ) را به صورت زیر تعریف می‌کنیم

$$\delta = \frac{\rho^+ - \rho^-}{\rho} \quad (1)$$

به طوریکه  $\delta \leq 1 - \rho^- = \rho^+ + \rho$  چگالی کل سیستم می باشد. با در نظر گرفتن میدان مغناطیسی یکنواخت در راستای  $\mathbf{z}$ ,  $B = B\hat{k}$ , ذرات با اسپین بالا و پایین متناظر با اسپینهای موازی و پادموازی نسبت به میدان مغناطیسی خواهند بود. جهت محاسبه انرژی این سیستم با استفاده از روش LCOV به صورت زیر عمل می نماییم:

در ابتداتابع موج بس ذره ای آزمایشی را به فرم زیر در نظر می گیریم

$$\psi = F\phi, \quad (2)$$

که در آن  $\phi$  تابع موج حالت پایه  $N$  نوترون بدون برهمکنش و  $F$  تابع همبستگی  $N$ -ذره ای مناسب می باشد. در تقریب جاسترو [۱۱]، تابع  $F$  به صورت زیر در نظر گرفته می شود

$$F = S \prod_{i>j} f(ij), \quad (3)$$

که در آن  $S$  عملگری متقارن کننده می باشد. بسط خوشه ای تابعی انرژی این سیستم تا جمله دو-جسمی به صورت زیر خواهد بود

$$E([f]) = E_1^{(B=0)} + E_2^{(B=0)} + E_M. \quad (4)$$

در رابطه بالا انرژی تک-جسمی  $E_1^{(B=0)}$  با رابطه زیر داده می شود

$$E_1^{(B=0)} = \sum_{i=+, -} \frac{3}{5} \frac{\hbar^2 k_F^{(i)2}}{2m} \frac{\rho^{(i)}}{\rho}, \quad (5)$$

$k_F^{(i)}$  تکانه فرمی نوترون با جهت اسپینی  $i$  می باشد. انرژی دو-جسمی  $E_2^{(B=0)}$  عبارت است از

$$E_2^{(B=0)} = \frac{1}{2N} \sum_{ij} \langle ij | \nu(12) | ij - ji \rangle, \quad (6)$$

که در این رابطه داریم

$$\nu(12) = -\frac{\hbar^2}{2m} [f(12), [\nabla_{12}^2, f(12)]] + f(12)V(12)f(12). \quad (7)$$

در معادله بالا  $f(12)$  و  $V(12)$  به ترتیب تابع همبستگی دو-جسمی و پتانسیل هسته ای می باشند. در این محاسبات پتانسیل دو-جسمی  $AV_{18}$  را که یکی از بهترین پتانسیلهای مطرح شده به شمار می رود به کار می بریم. با استفاده از تابع همبستگی دو-جسمی و پتانسیل  $AV_{18}$  می توان انرژی دو-جسمی را با محاسبات جبری به دست آورد. در رابطه (۴)،  $E_M$  معرف انرژی مغناطیسی ماده نوترونی بر واحد ذره بوده و به صورت زیر بیان می شود

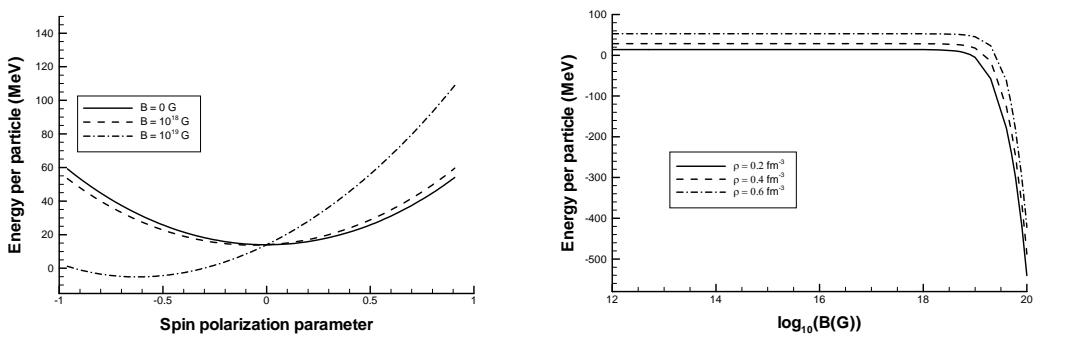
$$E_M = -\mu_n B \delta. \quad (8)$$

در این رابطه (۵)  $\mu_n = -1.9130427$  ممان مغناطیسی نوترون (در واحد مگتون هسته ای) می باشد.

اکنون انرژی دو-جسمی را با وردش توابع  $f^{(k)}$  و با توجه به قید بهنجارش مورد استفاده در روش LCOV [۱۲]، کمینه می نماییم. با کمینه نمودن انرژی دو-جسمی، مجموعه ای از معادلات دیفرانسیل کوپل شده و غیرکوپل شده حاصل خواهد شد. با حل این معادلات، تابع همبستگی برای محاسبه انرژی دو-جسمی به دست خواهد آمد.

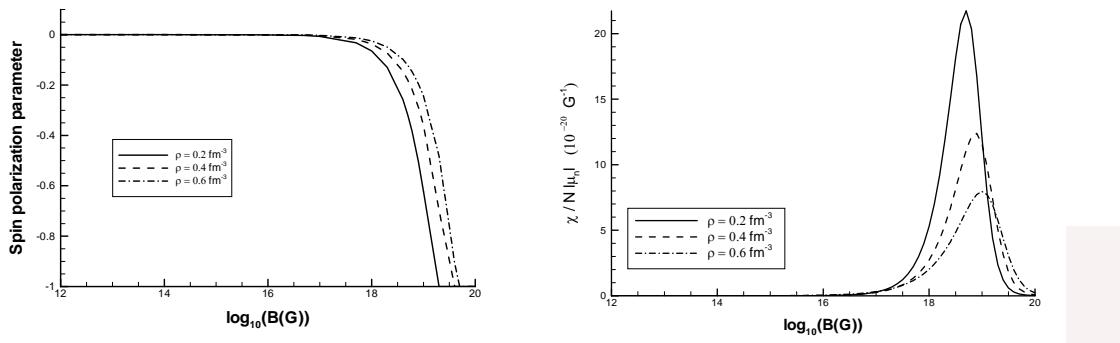
## نتایج و بحث

شکل ۱-الف، انرژی بر ذره را بر حسب پارامتر قطبش اسپینی نشان می‌دهد. با اعمال میدان مغناطیسی، تقارن انرژی نسبت به قطبش اسپینی شکسته شده و انرژی کمینه ای با  $0 \leq \delta < 1$ - را نشان می‌دهد. با افزایش میدان مغناطیسی، محل این کمینه به مقدار ۱- نزدیک شده و انرژی متناظر با آن کاهش می‌یابد. شکل ۱-ب، انرژی حالت پایه سیستم را بر حسب میدان مغناطیسی نمایش می‌دهد. با افزایش میدان مغناطیسی تا مقدار  $G = 10^{18}$ ، انرژی بر ذره به آرامی کاهش می‌یابد. اما در میدانهای بالاتر، این کمیت سریعاً "کاهش خواهد داشت. این کاهش ناگهانی نتیجه تأثیر مهم میدان مغناطیسی بر انرژی ماده نوترونی پلاریزه در میدانهای بزرگتر  $G = 10^{18}$  می‌باشد.



شکل ۱-الف (سمت راست): انرژی بر ذره بر حسب پارامتر قطبش اسپینی. شکل ۱-ب (سمت چپ): انرژی حالت پایه سیستم بر حسب میدان مغناطیسی.

تغییرات پارامتر قطبش اسپینی ماده نوترونی در حالت تعادل بر حسب میدان مغناطیسی، در شکل ۲-الف، ترسیم شده است. از این شکل می‌توان دریافت که در میدانهای کمتر از  $G = 10^{18}$ ، هیچگونه رفتار غیر متعارفی ظاهر نمی‌گردد و ماده نوترونی تنها به صورت جزئی قطبیه است. در میدانهای مغناطیسی بزرگتر از  $G = 10^{18}$ ، بزرگی قطبش اسپینی به سرعت با افزایش میدان افزایش می‌یابد. این افزایش ناگهانی گویای وجود یک گذار فاز مغناطیسی القایی در حضور میدان مغناطیسی می‌باشد. در شکل ۲-ب، پذیرفتاری مغناطیسی سیستم بر حسب میدان مغناطیسی رسم شده است. در هر چگالی، این کمیت در میدان مغناطیسی خاصی به یک ماکزیمم دست می‌یابد. این نتیجه وجود گذار فاز القایی به وسیله میدان مغناطیسی را تأیید می‌نماید. بزرگی میدان مغناطیسی که در آن گذار فاز القایی رخ می‌دهد، با افزایش چگالی سیستم افزایش می‌یابد.



شکل ۲-الف (سمت راست): قطبش اسپینی ماده نوترونی در حالت تعادل بر حسب میدان مغناطیسی. شکل ۲-ب (سمت چپ): پذیرفتاری مغناطیسی بر حسب میدان مغناطیسی.

### نتیجه گیری

در این مقاله خواص مغناطیسی ماده نوترونی پلاریزه در حضور میدان مغناطیسی در دمای صفر مورد محاسبه قرار گرفته است. نتایج نشان می دهند که در حضور میدان مغناطیسی، تقارن سیستم شکسته شده و سیستم در حالت تعادل دارای قطبش خالصی می گردد. نتایج به دست آمده بیانگر این مطلب است که در میدانهای مغناطیسی بزرگتر از  $G^{10^{18}}$ ، سیستم ماده نوترونی، تحت گذار فاز فرومغناطیسی القایی قرار می گیرد. بزرگی میدان مغناطیسی گذار فاز، وابسته به چگالی سیستم می باشد [۱۳].

### مرجع ها

- [۱] A. Reisenegger, *Astron. Nachr.* **328**, 1173 (2007).
- [۲] L. Woltjer, *Astrophys. J.* **140**, 1309 (1964).
- [۳] D. Lai and S. L. Shapiro, *Astrophys. J.* **383**, 745 (1991).
- [۴] S. Shapiro and S. Teukolsky, *Black Holes, White Dwarfs and Neutron Stars*, (Wiley-New York, 1983).
- [۵] G. H. Bordbar and M. Bigdeli, *Phys. Rev. C* **75**, 045804 (2007).
- [۶] G. H. Bordbar and M. Bigdeli, *Phys. Rev. C* **76**, 035803 (2007).
- [۷] G. H. Bordbar and M. Bigdeli, *Phys. Rev. C* **77**, 015805 (2008).
- [۸] G. H. Bordbar and M. Bigdeli, *Phys. Rev. C* **78**, 054315 (2008).
- [۹] M. Bigdeli, G. H. Bordbar and Z. Rezaei, *Phys. Rev. C* **80**, 034310 (2009).
- [۱۰] M. Bigdeli, G. H. Bordbar and A. Poostforush, *Phys. Rev. C* **82**, 034309 (2010).
- [۱۱] J. C. Owen, R. F. Bishop, and J. M. Irvine, *Nucl. Phys. A* **277**, 45 (1977).
- [۱۲] G. H. Bordbar and M. Modarres, *Phys. Rev. C* **57**, 714 (1998).
- [۱۳] G. H. Bordbar, Z. Rezaei and Afshin Montakhab *Phys. Rev. C* (2011) in press.

## اعتبار کیهان شناختی گرانش القایی از نوع هو-ساویکی

کیانی، فائزه؛ نوذری، کورش

گروه فیزیک، دانشگاه مازندران

### چکیده

در این کار اعتبار و مقبولیت کیهانشنختی گرانش اصلاح شده بر روی شاخه‌ی غیر خود شتاب (نرمال)  $DGP$  به روش سیستم‌های دینامیکی در فضای فاز مورد بررسی قرار گرفته است. یک فاز دوستیه‌ی استاندارد متناظر بالانساط شتابدار عالم در این مدل‌ها وجود دارد که پایداری آن وابسته به پارامتر معادله حالت مؤثر سیال انجنا،  $W_{curv}$  است: اگر سیال انجنا بطور مؤثر رفتاری فانتوم گونه از خود نشان دهد، منجر به یک فاز دوستیه‌ی پایدار خواهد شد. ما در مورد گرانش اصلاح شده‌ی هو-ساویکی نشان داده ایم که این مدل بر روی شاخه‌ی نرمال  $DGP$  به طور مؤثر مانند یک میدان فانتومی عمل می‌کند و برای این اساس قابلیت توضیح فاز شتابدار فعلی عالم را دارد.

### مقدمه

شواهد رصدی زیادی بر این نکته که عالم ما در حال حاضر در فاز شتابدار انبساط به سر می‌برد، دلالت دارند [1]. منشأ این پدیده که در نسبیت عام استاندارد توضیحی برای آن وجود ندارد، در مدل‌های نظری گوناگونی مورد بررسی قرار گرفته است. این مدل‌ها را می‌توان به دو رده طبقه‌بندی کرد: ۱) مدل‌های مبتنی بر مفهوم انرژی تاریک [2] و ۲) مدل‌های مبتنی بر ایده‌ی هندسه‌ی تاریک [3]. در این گزارش دینامیک کیهان شناختی نظریه‌ای ترکیبی شامل گرانش اصلاح شده ( $f(R)$ ) بر روی شاخه‌ی غیر خود شتاب  $DGP$  مورد بررسی قرار می‌گیرد. ما دینامیک کیهان شناختی این مدل‌ها را در فضای فاز مورد بررسی قرار می‌دهیم و نشان می‌دهیم که یک فاز دوستیه‌ی استاندارد در این نظریه‌ها وجود دارد که خاصیت پایداری آن به پارامتر معادله حالت مؤثر سیال انجنا بر روی شامه بستگی دارد. برای این اساس، مقبولیت کیهان شناختی مدل هو-ساویکی را بر مبنای پایداری فاز دوستیه استاندارد و وجود فازهای تابش غالب و ماده غالب بررسی می‌نماییم.

### گرانش القایی اصلاح شده

کنش نظریه‌ی  $f(R)$ - $DGP$  را می‌توان به شکل زیر نوشت [4]

$$S = \frac{1}{2\kappa_5^3} \int d^5x \sqrt{-g} \mathfrak{R} + \int d^4x \sqrt{-q} \left( \frac{f(R)}{2\kappa^2} + L_m \right) \quad (1)$$

در این مدل معادلات میدان اینشتین القا شده بر روی شامه به صورت زیر بدست می‌آیند:

$$G_{\mu\nu} = \kappa_5^4 \left[ -\frac{\tau_{\mu\alpha}\tau_{\nu}^{\alpha}}{4} + \frac{\tau\tau_{\mu\nu}}{12} + \frac{\tau_{\alpha\beta}}{8} g_{\mu\nu} - \frac{\tau^2}{24} g_{\mu\nu} \right] - E_{\mu\nu} \quad (2)$$

$E_{\mu\nu}$  تansور وایل القا شده از توده بر روی شامه است.  $\tau_{\alpha\beta}$  که به شکل یک تصحیح مرتبه‌ی دوم در معادلات میدان اینشتین ظاهر شده است به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\tau_{\mu\nu} = -\frac{1}{\kappa^2} f_{,R} G_{\mu\nu} + \frac{1}{2\kappa^2} \{f(R) - R f_{,R}\} g_{\mu\nu} + \frac{1}{\kappa^2} (\nabla_\mu \nabla_\nu f_{,R} - g_{\mu\nu} \square f_{,R}) + T_{\mu\nu} \quad (3)$$

$T_{\mu\nu}$  تانسور انرژی-تکانه ماده‌ی معمولی است. معادله‌ی فریدمن از مولفه‌ی صفر-صفر معادله (2) و با فرض سیال کامل بودن انرژی-تکانه بدست می‌آید:

$$H^2 = \frac{8\pi G}{3} (\rho^{(m)} + \rho^{(rad)} + \rho^{(curv)}) - \frac{H}{r_c} \quad (4)$$

$G = G_{eff} = \frac{1}{8\pi m_p^2 f'(R)}$  مقیاس گذار اصلاح شده‌ی DGP است و بصورت  $\bar{r}_c = \frac{\kappa_5^2}{2f'(R)\kappa^2}$  تعریف می‌شود. در این رابطه است. چگالی انرژی سیال احنا بصورت زیر می‌باشد:

$$\rho^{(curv)} = m_p^2 \left( \frac{1}{2} [f(R) - R f'(R)] - 3H \dot{R} f''(R) \right) \quad (5)$$

برای تحلیل فضای فاز مدل، معادله فریدمن را بصورت بدون بعد می‌نویسیم:

$$E^2 = \Omega_m (1+z)^3 + \Omega_{rad} (1+z)^4 + \Omega_{curv} (1+z)^{3(1+w_{curv})} - 2\sqrt{\Omega_{r_c}} E \quad (6)$$

که طبق تعریف  $\Omega_{r_c} = \frac{1}{4[r_c f'_0(R)]^2 H_0^2}$  و  $\Omega_{curv} = \frac{8\pi G}{3H_0^2} \rho_{0_{curv}}$  پارامتر معادله حالت سیال احنا نیز از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید

$$w_{curv} = -1 + \frac{\ddot{R} f''(R) + \dot{R} [\dot{R} f'''(R) - H f''(R)]}{\frac{1}{2} [f(R) - R f'(R)] - 3H \dot{R} f''(R)} \quad (7)$$

### تحلیل فضای فاز مدل

روش سیستم‌های دینامیکی ابزار مفیدی در بررسی دینامیک یک مدل کیهان شناختی و رفتار مجانبی آن است [5]. در گام نخست، معادله‌ی تحولی (6) را با تعریف متغیرها‌ی بدون بعد زیر به شکل یک سیستم دینامیکی در می‌آوریم

$$p = \frac{\sqrt{\Omega_m}}{a^{3/2} E}, r = \frac{\sqrt{\Omega_{rad}}}{a^2 E}, s = \frac{\sqrt{\Omega_{curv}}}{a^{\frac{3(1+w_{curv})}{2}} E}, u = \frac{\sqrt{\Omega_{r_c}}}{E} \quad (8)$$

در اینجا معادله‌ی فریدمن،  $1 + 2r = p^2 + s^2 + r^2$ ، به شکل یک قید عمل می‌کند و بنابراین پارامترهای بی بعد (8)، سیستم دینامیکی ۳بعدی زیر را می‌سازند

$$p' = \frac{3p[2p^2 + (1+2w_{curv})r^2 + \frac{5}{3}s^2 - 1]}{2(p^2 + r^2 + s^2 + 1)}, \quad r' = \frac{3r[2p^2 + (1+w_{curv})(r^2 - p^2 - s^2 - 1) + \frac{8}{3}s^2]}{2(p^2 + r^2 + s^2 + 1)} \\ s' = \frac{s[2s^2 + p^2 + (1+3w_{curv})r^2 - 2]}{p^2 + r^2 + s^2 + 1} \quad (9)$$

در جدول ۱ سه نقطه‌ی بحرانی فضای فاز (ریشه‌های سیستم (9)) و پایداری آنها آورده شده است. نقطه‌ای متناظر با فاز دو سیته ( نقطه C ) در این مدل‌ها وجود دارد که متناظر با فاز انبساط شتابدار عالم است. پس مدل‌های  $f(R)$ -DGP در شاخه‌ی نرمال، این پتانسیل را دارند تا انبساط شتابدار عالم (خواه تورم اولیه خواه فاز شتابدار فعلی) را توضیح دهند. طبق جدول، فاز‌های تابش غالب و ماده غالب عالم مستقل از اینکه سیال احنا چه نقش مؤثری در نظریه ایفا می‌کند، نقاط ناپایدار در فضای فاز مربوطه می‌باشند. در

حالی که فاز شتابدار دوستیه در مدل‌های  $f(R)$ -DGP در صورتی پایدار است که سیال انحصار بطور مؤثر رفتار فانتوم گونه از خود نشان دهد. بر این اساس می‌توان مقبولیت کیهان شناختی مدل‌های گرانش اصلاح شده‌ی القایی را بررسی نمود.

points	$(p, r, s)$	character	eigenvalues	$w_{curv} < -1$	$w_{curv} > -1$
$A$	$(0, 0, 1)$	radiation	$[2, \frac{1}{2}(1 - 3w_{curv}), \frac{1}{2}]$	unstable	unstable
$B$	$(1, 0, 0)$	matter	$[-\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}w_{curv}, \frac{3}{2}]$	unstable	unstable
$C$	$(0, 1, 0)$	de Sitter	$[\frac{3w_{curv}-1}{2}, \frac{3(1+w_{curv})}{2}, \frac{3(1+4w_{curv})}{8}]$	stable	unstable

### اعتبار کیهان شناختی گرانش القایی هو-ساویکی

هو و ساویکی در مرجع [6] نشان دادند که در انتقال به سرخ‌های زیاد، تاریخچه‌ی انبساط گرانش اصلاح شده‌ی هو-ساویکی در ۴ بعد رفتاری شبیه به مدل  $\Lambda CDM$  از خود نشان می‌دهد. از این منظر، انتظار داریم که مدل ما بر روی شاخه‌ی نرمال DGP و در حد انتقال به سرخ‌های زیاد رفتاری مشابه با مدل  $\Lambda DGP$  داشته باشد. در این حال به دلیل استثمار دینامیکی "A" توسط جمله‌ی  $\frac{H}{\bar{r}_c}$  یک رفتار فانتوم گونه موثر بر روی شامه حاصل می‌شود. گرانش هو-ساویکی به صورت زیر داده شده است [5] :

$$f(R) = R - m^2 \frac{c_1 \left(\frac{R}{m^2}\right)^n}{c_2 \left(\frac{R}{m^2}\right)^n + 1} \quad (10)$$

پارامتر های  $m^2$ ,  $c_1$ ,  $c_2$  و  $n$  پارامتر های آزاد و مثبتی می باشند که بر حسب پارامتر های چگالی بیان می شوند [6]. ما در ادامه نقش شامه ای بودن مدل را از طریق وابستگی این پارامتر ها به  $\Omega_{r_c}$  نشان می دهیم. ابتدا رد معادله (2) را به دست می آوریم:

$$R = \frac{11}{6M_5^6} \left[ m_p^2 [2f(R) - Rf'(R) - 3\Box f'(R)] - (\rho^{(m)} + \rho^{(rad)}) \right]^2 \quad (11)$$

به منظور پرنگ نمودن مشخصه‌ی DGP در این مجموعه، بهتر است نتایج را بر حسب مقیاس گذار  $r_c$  بیان کنیم. رابطه‌ی (11) را به عنوان معادله‌ی حرکتی برای  $f'(R)$  در نظر می‌گیریم و آن را برای  $\Box f'(R)$  حل می‌کنیم:

$$\Box f'(R) = [2f(R) - Rf'(R)] - \frac{\rho^{(m)} + \rho^{(rad)}}{2M_5^3 r_c} \pm \sqrt{8 \left( \frac{1}{3} [2f(R) - Rf'(R)] - \frac{\rho^{(m)} + \rho^{(rad)}}{6M_5^3 r_c} \right)^2 + \frac{R}{66r_c^2}} \quad (12)$$

یک پتانسیل مؤثر که در شرط  $\Box f'(R) = \frac{\partial V_{eff}}{\partial f'(R)}$  صدق می‌کند، کمینه یا بیشینه‌ای دارد که در رابطه‌ی زیر صدق می‌کند

$$[Rf'(R) - 2f(R)] + \frac{\rho^{(m)} + \rho^{(rad)}}{2M_5^3 r_c} = \pm \frac{1}{r_c} \sqrt{\frac{3}{22} R} \quad (13)$$

در حد انحنای زیاد، شرط  $1 \approx f'(R) \approx \frac{f(R)}{R}$ ، مدل DGP استاندارد را از رابطه‌ی فوق بدست می‌دهد:

$$R \pm \frac{1}{r_c} \sqrt{\frac{3}{22} R} = \frac{1}{m_p^2} [\rho^{(m)} + \rho^{(rad)}] \quad (14)$$

علامت مثبت و منفی در این رابطه بترتیب شاخه‌ی خودشتاب و نرمال DGP می‌باشند.تابع هو-ساویکی (11) را در حد  $R \gg m^2$  داد:

$$\lim_{(m^2/R) \rightarrow 0} f(R) \approx R - \frac{c_1}{c_2} m^2 + \frac{c_1}{c_2^2} m^2 \left(\frac{R}{m^2}\right)^n \quad (15)$$

از طرفی در دوره‌ی انبساط شتابدار اخیر عالم که  $1 \approx f'_0(R) \gg m^2$  است می‌توان از تقریب فوق استفاده نمود (در این دوره جمله‌ی تصحیحی هو-ساویکی یعنی جمله‌ی دوم در رابطه‌ی (10) شبیه به یک ثابت کیهانشناسی رفتار می‌کند و می‌توان از جمله‌ی سوم در رابطه‌ی (15) چشمپوشی نمود). همچنین در این دوره، میدان  $\frac{df}{dR}$  در مینیمم پتانسیل قرار دارد [6]. در این صورت رابطه‌ی (13) به شکل زیر در می‌آید

$$R \pm \frac{1}{r_c} \sqrt{\frac{3}{22}} R = \frac{1}{m_p^2} [\rho^{(m)} + \rho^{(rad)}] + 2 \frac{c_1}{c_2} m^2 \quad (16)$$

هو و ساویکی در مرجع [6] نشان دادند که در حد انحنای زیاد  $R_c = k^2 \rho_{0m} \equiv 3m^2$  است، در حالی که ما در این حد انحنا، رابطه (14) را بدست آورديم. بر این اساس،  $R_c \equiv 3m^2$  رابطه‌ای به شکل زیر با مقدار کنونی چگالی انرژی دارد

$$R_c \pm \frac{1}{r_c} \sqrt{\frac{3}{22}} R_c = \frac{1}{m_p^2} [\rho_0^{(m)} + \rho_0^{(rad)}] \quad (17)$$

این رابطه را برای  $R_c \equiv 3m^2$  حل می‌کیم. ضمن اینکه جمله‌ی دوم در سمت راست رابطه (16) رفتاری شبیه به "Λ" دارد  $\left(2 \frac{c_1}{c_2} m^2 \approx \rho_\Lambda\right)$ ، عبارت زیر را برای  $\frac{c_1}{c_2}$  بدست می‌آوریم

$$\frac{c_1}{c_2} = \frac{6\Omega_\Lambda}{0.085\Omega_{rc} + \Omega_m + \Omega_{rad} \pm 0.4 \sqrt{\Omega_{rc}(0.045\Omega_{rc} + \Omega_m + \Omega_{rad})}} \quad (20)$$

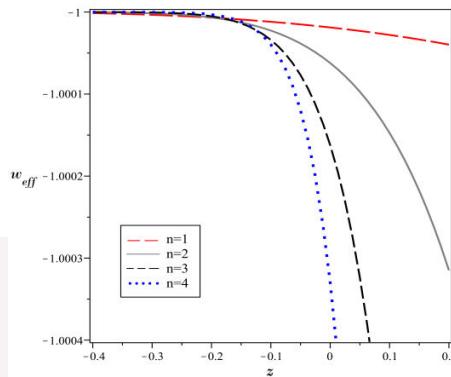
از طرف دیگر یک رابطه‌ای نیز برای  $\frac{c_1}{c_2}$  داریم:

$$\frac{c_1}{c_2^2} = \frac{1-f'_0(R)}{n} \left(\frac{R_0}{m^2}\right)^{n+1} \quad (21)$$

درنهایت با استفاده از روابط (20)-(21)، می‌توان  $c_1$  و  $c_2$  را بر حسب پارامترهای چگالی بیان کرد. مقدار  $f'_0$  با داده‌های رصدی محدود می‌شود [6]:  $-1 < 10^{-6} < f'_0(R)$ . شکل ۲، برای مدل  $Z$ ، بر حسب  $w_{curv}$  را بر حسب مدل هو-ساویکی نشان می‌دهد. رفتار فانتوم گونه مؤثر در انتقال به سرخ‌های بالا از ویژگی‌های بارز این مدل است.

## نتیجه‌گیری

در این پژوهش، ما دینامیک کیهانشناسی مدل هو-ساویکی را در چارچوب تحلیل فضای فاز مورد بررسی قرار دادیم. نشان دادیم که این مدل قابلیت توضیح فاز شتابدار کنونی عالم را دارد، زیرا پایداری فاز دوسيته موجود در فضای فاز این مدل به رفتار سیال انحنا بر روی شامه بستگی دارد: در حالتی که سیال انحنا بگونه‌ای مؤثر به مانند یک میدان فانتومی رفتار کند، این فاز پایدار خواهد بود و ما نشان دادیم که مدل هو-ساویکی این پتانسیل را دارد.



شکل ۲. نمودار  $w_{\text{curv}}$  برای مدل هو-ساویکی با مقادیر  $\Omega_m = 0.9$ ,  $\Omega_{r_c} = 0.01$ ,  $\Omega_{\text{rad}} = 0.3$ ,  $\Omega_m = 0.27$

## مرجع ها

- [1] S. Perlmutter et al, *Astrophys. J.* **517**(1999) 565; A. G. Riess et al, *Astron. J.* **116**(1998) 1006; P. Astier et al, *Astron. Astrophys.* **447**(2006) 31; W. M. Wood-Vasey et al, *Astrophys. J.* **666**(2007) 694
- [2] V. Sahni and A. A. Starobinsky, *Int. J. Mod. Phys. D* **9**(2000) 373; T. Padmanabhan, *Phys. Rept.* **380**(2003) 235; E. J. Copeland, M. Sami and S. Tsujikawa, *Int. J. Mod. Phys. D* **15**(2006) 1753.
- [3] S. Capozziello, V. F. Cardone, S. Carloni and A. Troisi, *Int. J. Mod. Phys. D* **12**(2003)1969; S. Nojiri and S. D. Odintsov, *Int. J. Geom. Meth. Mod. phys.* **4**(2007) 115; T. P. Sotiriou and V. Faraoni, *Rev. Mod. Phys.* **82**, (2010) 451;
- [4] K. Nozari and M. Pourghassemi, *JCAP* **10**(2008) 044; K. Atazadeh, M. Farhoudi and H. R. Sepangi, *Phys. Lett. B* **660**(2008) 275; J. Saavedra and Y. Vasquez, *JCAP* **04**(2009) 013; K. Atazadeh and H. R. Sepangi, *Phys. Lett. B* **643**(2006) 76; K. Nozari and F. Kiani, *JCAP* **07**(2009) 010
- [5] L. Amendola, D. Polarski and S. Tsujikawa, *Phys. Rev. Lett.* **98**(2007) 131302; K. Nozari and F. Kiani, [arXiv:1008.4240]
- [6] W. Hu and I. Sawicki, *Phys. Rev. D* **76** (2007) 064004;

## Reconstructing $f(R)$ modified gravity from ordinary and entropy-corrected versions of the holographic and new agegraphic dark energy models

K. Karami, M.S. Khaledian

*Department of Physics, University of Kurdistan, Pasdaran Street, Sanandaj, Iran*

Here, we peruse cosmological usage of the most promising candidates of dark energy in the framework of  $f(R)$  theory [1]. We reconstruct the different  $f(R)$  modified gravity models in the spatially flat FRW universe according to the ordinary and entropy-corrected versions of the holographic and new agegraphic dark energy models, which describe accelerated expansion of the universe. We also obtain the equation of state parameter of the corresponding  $f(R)$ -gravity models. We conclude that the holographic and new agegraphic  $f(R)$ -gravity models can behave like phantom or quintessence models. Whereas the equation of state parameter of the entropy-corrected models can transit from quintessence state to phantom regime as indicated by recent observations.

PACS numbers: 04.50.Kd, 95.36.+x

### I. THE THEORY OF $f(R)$ MODIFIED GRAVITY

The general  $f(R)$ -gravity action is given by [2,3]

$$S = \int \sqrt{-g} d^4x \left[ \frac{R + f(R)}{2k^2} + L_{\text{matter}} \right], \quad (1)$$

where  $k^2 = M_P^{-2} = 8\pi G$  and  $\hbar = c = 1$ . Also  $G$ ,  $g$ ,  $R$  and  $L_{\text{matter}}$  are the gravitational constant, the determinant of metric  $g_{\mu\nu}$ , the Ricci scalar and the lagrangian density of the matter inside the universe, respectively. Here like [4] we use the metric formalism.

Taking the variation of the action (1) with respect to the metric  $g_{\mu\nu}$ , one can obtain the field equations as [2,3]

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = k^2 \left( T_{\mu\nu}^{(R)} + T_{\mu\nu}^{(m)} \right), \quad (2)$$

where

$$k^2 T_{\mu\nu}^{(R)} = \frac{1}{2} g_{\mu\nu} f(R) - R_{\mu\nu} f'(R) + (\nabla_\mu \nabla_\nu - g_{\mu\nu} \square) f'(R). \quad (3)$$

Here  $R_{\mu\nu}$  and  $T_{\mu\nu}^{(m)}$  are the Ricci tensor and the energy-momentum tensor of the matter, respectively. Also the prime denotes a derivative with respect to  $R$ .

Now if we consider the spatially flat FRW metric for the universe as

$$ds^2 = -dt^2 + a^2(t) \sum_{i=1}^3 (dx^i)^2, \quad (4)$$

and taking  $T_\nu^{\mu(m)} = \text{diag}(-\rho_m, p_m, p_m, p_m)$  for the energy-momentum tensor of the matter in the perfect fluid form, then the set of field equations (2) reduce to the modified Friedmann equations in the framework of  $f(R)$ -gravity as

$$\frac{3}{k^2} H^2 = \rho_m + \rho_R, \quad (5)$$

$$\frac{1}{k^2} (2\dot{H} + 3H^2) = -(p_m + p_R), \quad (6)$$

where

$$\rho_R = \frac{1}{k^2} \left[ -\frac{1}{2} f(R) + 3(\dot{H} + H^2) f'(R) - 18(4H^2 \dot{H} + H \ddot{H}) f''(R) \right], \quad (7)$$

$$\begin{aligned} p_R = & \frac{1}{k^2} \left[ \frac{1}{2} f(R) - (\dot{H} + 3H^2) f'(R) + 6(8H^2 \dot{H} + 6H \ddot{H} + 4\dot{H}^2 + \ddot{H}) f''(R) + \right. \\ & \left. 36(\ddot{H} + 4H \dot{H})^2 f'''(R) \right], \end{aligned} \quad (8)$$

and

$$R = 6(\dot{H} + 2H^2). \quad (9)$$

Here  $H = \dot{a}/a$  is the Hubble parameter and the dot denotes a derivative with respect to cosmic time  $t$ . Also  $\rho_R$  and  $p_R$  are the curvature contribution to the energy density and pressure.

The energy conservation laws are still given by

$$\dot{\rho}_m + 3H(\rho_m + p_m) = 0, \quad (10)$$

$$\dot{\rho}_R + 3H(\rho_R + p_R) = 0. \quad (11)$$

In the case of  $f(R) = 0$ , from Eqs. (7) and (8) we have  $\rho_R = 0$  and  $p_R = 0$ . Therefore Eqs. (5) and (6) transform to the usual Friedmann equations in GR.

The equation of state (EoS) parameter due to the curvature contribution is defined as [5]

$$\omega_R = \frac{p_R}{\rho_R}, \quad (12)$$

where  $\rho_R$  and  $p_R$  given with (7) and (8) respectively.

For a given  $a = a(t)$ , by the help of Eqs. (7) and (8) one can reconstruct the  $f(R)$ -gravity according to any DE model given by the EoS  $p_R = p_R(\rho_R)$  or  $\rho_R = \rho_R(a)$ . There are two classes of scale factors which usually people consider them for describing the accelerating universe in  $f(R)$ ,  $f(\mathcal{G})$  and  $f(R, \mathcal{G})$  modified gravities [6].

The first class of scale factor is given by [6,7]

$$a(t) = a_0(t_s - t)^{-h}, \quad t \leq t_s, \quad h > 0. \quad (13)$$

Using Eqs. (9) and (13) one can obtain

$$H = \frac{h}{t_s - t} = \left[ \frac{h}{6(2h+1)} R \right]^{1/2}, \quad \dot{H} = H^2/h. \quad (14)$$

For the second class of scale factor defined as [6]

$$a(t) = a_0 t^h, \quad h > 0, \quad (15)$$

one can obtain

$$H = \frac{h}{t} = \left[ \frac{h}{6(2h-1)} R \right]^{1/2}, \quad \dot{H} = -H^2/h. \quad (16)$$

In sections 2 to 5 using the two classes of scale factors (13) and (15), we reconstruct the different  $f(R)$ -gravities according to the HDE, ECHDE, NADE and ECNADE models.

## II. $F(R)$ RECONSTRUCTION FROM HDE MODEL

Following Li [8] the HDE density in a spatially flat universe is given by

$$\rho_\Lambda = \frac{3c^2}{k^2 R_h^2}, \quad (17)$$

where  $c$  is a numerical constant. Recent observational data, which have been used to constrain the HDE model, show that for the flat universe  $c = 0.818_{-0.097}^{+0.113}$  [9]. Also  $R_h$  is the future event horizon defined as

$$R_h = a \int_t^\infty \frac{dt}{a} = a \int_a^\infty \frac{da}{Ha^2}. \quad (18)$$

For the first class of scale factor (13), the differential equation (7), i.e.  $\rho_R = \rho_\Lambda$ , gives the following solution

$$f(R) = \lambda_+ R^{m_+} + \lambda_- R^{m_-} + \gamma_c R, \quad (19)$$

where

$$m_\pm = \frac{3 + h \pm \sqrt{h^2 - 10h + 1}}{4}, \quad (20)$$

and

$$\gamma_c = -\frac{c^2(h+1)^2}{h^2}. \quad (21)$$

Also  $\lambda_\pm$  are the integration constants that can be determined from the necessary boundary conditions. Following [10] the accelerating expansion in the present universe could be generated, if one consider that  $f(R)$  could be a small constant at present universe, that is

$$f(R_0) = -2R_0, \quad (22)$$

$$f'(R_0) \sim 0, \quad (23)$$

where  $R_0 \sim (10^{-33}\text{eV})^2$  is the current curvature. Applying the above boundary conditions to the solution (19) one can obtain

$$\lambda_+ = \frac{\gamma_c(m_- - 1) + 2m_-}{(m_+ - m_-)R_0^{m_+-1}}, \quad (24)$$

$$\lambda_- = \frac{\gamma_c(m_+ - 1) + 2m_+}{(m_- - m_+)R_0^{m_--1}}. \quad (25)$$

Replacing Eq. (19) into (12) and using (14) one can get the EoS parameter of the holographic  $f(R)$ -gravity model as

$$\omega_R = -1 - \frac{2}{3h}, \quad h > 0, \quad (26)$$

which corresponds to a phantom accelerating universe, i.e.  $\omega_R < -1$ . Recent observational data indicates that the EoS parameter  $\omega_R$  at the present lies in a narrow strip around  $\omega_R = -1$  and is quite consistent with being below this value [11].

For the second class of scale factor (15), the result for  $f(R)$  is same as (19) where now

$$m_\pm = \frac{3 - h \pm \sqrt{h^2 + 10h + 1}}{4}, \quad (27)$$

$$\gamma_c = -\frac{c^2(h-1)^2}{h^2}. \quad (28)$$

Also the EoS parameter is obtained as

$$\omega_R = -1 + \frac{2}{3h}, \quad h > 1, \quad (29)$$

which describes an accelerating universe with the quintessence EoS parameter, i.e.  $-1 < \omega_R < -1/3$ .

## III. $F(R)$ RECONSTRUCTION FROM ECHDE MODEL

Using the corrected entropy-area relation [12]

$$S_{\text{BH}} = \frac{A}{4G} + \tilde{\alpha} \ln \frac{A}{4G} + \tilde{\beta}, \quad (30)$$

the energy density of the ECHDE can be obtained as [13]

$$\rho_\Lambda = \frac{3c^2}{k^2 R_h^2} + \frac{\alpha}{R_h^4} \ln \left( \frac{R_h^2}{k^2} \right) + \frac{\beta}{R_h^4}, \quad (31)$$

where  $\alpha$  and  $\beta$  are dimensionless constants of order unity. In the special case  $\alpha = \beta = 0$ , the above equation yields the well-known HDE density (17). Since the last two terms in Eq. (31) can be comparable to the first term only when  $R_h$  is very small, the corrections make sense only at the early stage of the universe. When the universe becomes large, ECHDE reduces to the ordinary HDE [13].

For the first class of scale factor (13), we find

$$f(R) = \lambda_+ R^{m_+} + \lambda_- R^{m_-} + \gamma_c R + \frac{k^2(h+1)^4}{54h^2(2h+1)} \times \left\{ \alpha \left[ \left( \frac{h-5}{3} \right) - \ln \left( \frac{6h(2h+1)}{k^2(h+1)^2 R} \right) \right] - \beta \right\} R^2, \quad (32)$$

one can get the EoS parameter of the entropy-corrected holographic  $f(R)$ -gravity model as

$$\omega_R = -1 - \frac{2}{3h} \times \left\{ 1 + \frac{-\alpha + 2\alpha \ln \left( \frac{h}{k(h+1)H} \right) + \beta}{3c^2 \left( \frac{h}{k(h+1)H} \right)^2 + 2\alpha \ln \left( \frac{h}{k(h+1)H} \right) + \beta} \right\}, \quad (33)$$

where  $m_\pm$  and  $\gamma_c$  are given by Eqs. (20) and (21), respectively.

For the second class of scale factor (15), the result of  $f(R)$  is obtained as

$$f(R) = \lambda_+ R^{m_+} + \lambda_- R^{m_-} + \gamma_c R + \frac{k^2(h-1)^4}{54h^2(2h-1)} \times \left\{ \alpha \left[ \left( \frac{h+5}{3} \right) + \ln \left( \frac{6h(2h-1)}{k^2(h-1)^2 R} \right) \right] + \beta \right\} R^2. \quad (34)$$

Also the EoS parameter is obtained as

$$\omega_R = -1 + \frac{2}{3h} \times \left\{ 1 + \frac{-\alpha + 2\alpha \ln \left( \frac{h}{k(h-1)H} \right) + \beta}{3c^2 \left( \frac{h}{k(h-1)H} \right)^2 + 2\alpha \ln \left( \frac{h}{k(h-1)H} \right) + \beta} \right\}, \quad (35)$$

where  $m_\pm$  and  $\gamma_c$  are given by Eqs. (27) and (28), respectively. Also  $\lambda_\pm$  are determined from the boundary conditions (22), (23).

#### IV. $F(R)$ RECONSTRUCTION FROM NADE MODEL

Following [14], the energy density of the NADE is given by

$$\rho_\Lambda = \frac{3n^2}{k^2 \eta^2}, \quad (36)$$

where the numerical factor  $3n^2$  is introduced to parameterize some uncertainties. The joint analysis of the astronomical data for the NADE model in flat universe gives the best-fit value (with  $1\sigma$  uncertainty)  $n = 2.716^{+0.111}_{-0.109}$  [15]. Also  $\eta$  is the conformal time of FRW universe, and given by

$$\eta = \int \frac{dt}{a} = \int \frac{da}{Ha^2}. \quad (37)$$

For the first class of scale factor (13), the differential equation (7), i.e.  $\rho_R = \rho_\Lambda$ , gives the following solution

$$f(R) = \lambda_+ R^{m_+} + \lambda_- R^{m_-} + \gamma_n R^{h+1}, \quad (38)$$

where

$$\gamma_n = -\frac{n^2 a_0^2 (h+1)^2}{h^2 (h+2) (6h(2h+1))^{-h}}. \quad (39)$$

Replacing Eq. (38) into (12) one can get the EoS parameter of the new agegraphic  $f(R)$ -gravity model as

$$\omega_R = -1 - \frac{2(h+1)}{3h}, \quad h > 0, \quad (40)$$

which like the EoS parameter of the holographic  $f(R)$ -gravity model (26), it always crosses the phantom-divide line, i.e.  $\omega_R < -1$ .

For the second class of scale factor (15), The result of  $f(R)$  is

$$f(R) = \lambda_+ R^{m_+} + \lambda_- R^{m_-} + \gamma_n R^{1-h}, \quad (41)$$

where

$$\gamma_n = \frac{n^2 a_0^2 (h-1)^2}{h^2 (h-2) (6h(2h-1))^{-h}}, \quad (42)$$

and the parameters  $m_\pm$  are given by Eq. (27).

Also the EoS parameter is obtained as

$$\omega_R = -1 + \frac{2(1-h)}{3h}, \quad \frac{1}{2} < h < 1, \quad (43)$$

which shows a quintessence-like EoS parameter with  $-1 < \omega_R < -1/3$ .

## V. $F(R)$ RECONSTRUCTION FROM ECNADE MODEL

The energy density of the ECNADE is given by [13]

$$\rho_\Lambda = \frac{3n^2}{k^2\eta^2} + \frac{\alpha}{\eta^4} \ln\left(\frac{\eta^2}{k^2}\right) + \frac{\beta}{\eta^4}, \quad (44)$$

which closely mimics to that of ECHDE density (31) and  $R_h$  is replaced with the conformal time  $\eta$ . Here  $\alpha$  and  $\beta$  are dimensionless constants of order unity. In the special case  $\alpha = \beta = 0$ , the above equation yields the well-known NADE density (36).

For the first class of scale factor (13), solving the differential equation (7) for the energy density (44) yields

$$f(R) = \lambda_+ R^{m+} + \lambda_- R^{m-} + \gamma_n R^{h+1} - \frac{k^2 a_0^4 (h+1)^4 R^{2h+2}}{3h(3+10h+6h^2)(6h(2h+1))^{2h+1}} \times \left\{ \alpha \left[ \frac{(7h+5)(h+1)}{3+10h+6h^2} + \ln \left( \frac{(6h(2h+1))^{h+1}}{k^2 a_0^2 (h+1)^2 R^{h+1}} \right) \right] + \beta \right\}. \quad (45)$$

Replacing Eq. (45) into (12) yields the EoS parameter of the entropy-corrected new agegraphic  $f(R)$ -gravity model as

$$\omega_R = -1 - \frac{2(h+1)}{3h} \left\{ 1 + \frac{-\alpha + 2\alpha \ln X + \beta}{3n^2 X^2 + 2\alpha \ln X + \beta} \right\}, \quad (46)$$

where  $X := \frac{1}{ka_0(h+1)} \left( \frac{h}{H} \right)^{h+1}$  and  $h > 0$ . The above EoS is time-dependent and in contrast with constant EoS parameter (40), it can justify the transition from  $\omega_R > -1$  to  $\omega_R < -1$ . Note that if we set  $\alpha = \beta = 0$  then Eqs. (45) and (46) reduce to (38) and (40), respectively.

For the second class of scale factor (15), the result of  $f(R)$  yields

$$f(R) = \lambda_+ R^{m+} + \lambda_- R^{m-} + \gamma_n R^{1-h} + \frac{k^2 a_0^4 (h-1)^4 R^{2-2h}}{3h(3-10h+6h^2)(6h(2h-1))^{1-2h}} \times \left\{ \alpha \left[ \frac{(7h-5)(h-1)}{3-10h+6h^2} + \ln \left( \frac{(6h(2h-1))^{1-h}}{k^2 a_0^2 (h-1)^2 R^{1-h}} \right) \right] + \beta \right\}. \quad (47)$$

Also the EoS parameter is obtained as

$$\omega_R = -1 + \frac{2(1-h)}{3h} \left\{ 1 + \frac{-\alpha + 2\alpha \ln Y + \beta}{3n^2 Y^2 + 2\alpha \ln Y + \beta} \right\}, \quad (48)$$

where  $Y := \frac{1}{ka_0(1-h)} \left( \frac{h}{H} \right)^{1-h}$  and  $\frac{1}{2} < h < 1$ . Contrary to the constant EoS parameter (43), the dynamical EoS parameter (48) can accommodate the transition from  $\omega_R > -1$  to  $\omega_R < -1$  at recent stage.

## VI. CONCLUSIONS

We investigated the HDE, ECHDE, NADE and ECNADE in the framework of  $f(R)$ -gravity. We reconstructed the different theories of modified gravity based on the  $f(R)$  action in the spatially flat FRW universe for the two classes of scale factors containing i)  $a = a_0(t_s - t)^{-h}$ , ii)  $a = a_0(t_s - t)^h$  and according to the original and entropy-corrected versions of the HDE and NADE scenarios. Furthermore, we obtained the EoS parameters of the corresponding  $f(R)$ -gravity models. Our calculations show that for the first class of scale factor, the EoS parameter of the holographic and new agegraphic  $f(R)$ -gravity models always crosses the phantom-divide line. Whereas for the second class, the EoS parameter of the mentioned models behaves like the quintessence EoS parameter. The EoS parameter of the entropy-corrected holographic and new agegraphic  $f(R)$ -gravity models for the both of first and second classes of scale factors can accommodate the transition from quintessence state,  $\omega_R > -1$ , to the phantom regime,  $\omega_R < -1$ , as indicated by recent observations.

- 
- [1] K. Karami, M.S. Khalidian, JHEP **03**, 086 (2011).
  - [2] S. Nojiri, S.D. Odintsov, Phys. Rev. D **74**, 086005 (2006).
  - [3] A.A. Starobinsky, Phys. Lett. B **91**, 99 (1980);  
R. Kerner, Gen. Relativ. Gravit. **14**, 453 (1982);  
J. Barrow, A. Ottewill, J. Phys. A **16**, 2757 (1983);  
V. Faraoni, Phys. Rev. D **74**, 023529 (2006);  
H.J. Schmidt, Int. J. Geom. Math. Phys. **4**, 209 (2007).
  - [4] X. Wu, Z.H. Zhu, Phys. Lett. B **660**, 293 (2008).
  - [5] K. Nozari, T. Azizi, Phys. Lett. B **680**, 205 (2009).
  - [6] S. Nojiri, S.D. Odintsov, Int. J. Geom. Meth. Mod. Phys. **4**, 115 (2007).
  - [7] H.M. Sadjadi, Phys. Rev. D **73**, 063525 (2006).
  - [8] M. Li, Phys. Lett. B **603**, 1 (2004).
  - [9] M. Li, X.D. Li, S. Wang, X. Zhang, JCAP **06**, 036 (2009).
  - [10] S. Nojiri, S.D. Odintsov, Phys. Lett. B **657**, 238 (2007);  
S. Nojiri, S.D. Odintsov, Phys. Rev. D **77**, 026007 (2008).
  - [11] E.J. Copeland, M. Sami, S. Tsujikawa, Int. J. Mod. Phys. D **15**, 1753 (2006).
  - [12] R. Banerjee, S.K. Modak, JHEP **05**, 063 (2009);  
B.R. Majhi, Phys. Rev. D **79**, 044005 (2009);  
S.K. Modak, Phys. Lett. B **671**, 167 (2009);  
M. Jamil, M.U. Farooq, JCAP **03**, 001 (2010);  
H.M. Sadjadi, M. Jamil, EPL, **92**, 69001 (2010).
  - [13] H. Wei, Commun. Theor. Phys. **52**, 743 (2009).
  - [14] H. Wei, R.G. Cai, Phys. Lett. B **660**, 113 (2008).
  - [15] H. Wei, R.G. Cai, Phys. Lett. B **663**, 1 (2008).

## ناپایداری حرارتی در ابرهای مولکولی با حضور پخش دوقطبی و اثر هال

قریشی، سیده معصومه خصالی، علیرضا نژاداصغر، محسن<sup>۱</sup>

<sup>۱</sup> گروه فیزیک، دانشگاه مازندران، بابلسر

### چکیده

تأثیر همزمان پخش دوقطبی و اثر هال را بر ملاک پایداری یا ناپایداری حرارتی ابرهای مولکولی مورد بررسی قرار دادیم. در این بررسی، پخش دوقطبی و اثر هال را بر معادلات حاکم بر یک ابر مولکولی با یونیدگی جزئی اعمال نموده و با وارد نمودن اختلال، پایداری و ناپایداری حرارتی سیستم را بررسی کردیم. نهایتاً به یک معادله مشخصه درجه هفتم رسیدم، که با بررسی عددی این معادله، دریافتیم زمانی که بردار موج با میدان مغناطیسی زاویه  $\pi/4$  ایجاد می‌کند، افزایش تأثیر اثر هال سبب می‌شود که ناحیه‌ی پایدار به سمت مذکور پی می‌کند. بنابراین در این شرایط و در حالت اختلالات هم آشتوپی، ناپایداری حرارتی اجازه تراکم را در امتداد میدان مغناطیسی می‌دهد و زمانی که تأثیر اثر هال بیشتر گردد، تراکمی را به ازای زاویه  $\pi/4$  با میدان مغناطیسی خواهیم داشت.

### مقدمه

می‌دانیم که ستارگان در ابرهای مولکولی متولد می‌شوند؛ ولی چه عواملی سبب شکل‌گیری ستارگان می‌گردد؟ می‌توان چگالش‌های حرارتی را به عنوان مراحل اولیه برای ایجاد رمبش‌های گرانشی در ابرهای مولکولی دانست. به همین دلیل بررسی‌های بسیاری در زمینه‌ی ناپایداری حرارتی صورت پذیرفته است. (Parker 1953) بیان نمود که پدیده چگالش می‌تواند ناشی از ناپایداری حرارتی باشد و (Field 1965) نشان داد که این ناپایداری می‌تواند منجر به رشد سریع اختلالات چگالی از  $5\text{ cm}$  بسیار کوچک تا دامنه‌های غیر خطی در یک مقیاس زمانی سرمایشی  $\tau$  گردد، که این مقیاس زمانی در مقایسه با مقیاس زمانی دینامیکی  $\tau$  کوچکتر است. بنابراین می‌توان چگالش‌های حرارتی را به عنوان مراحل اولیه‌ی رمبش گرانشی در ابرهای مولکولی دانست.

اثر پخش دوقطبی روی مدهای چگالشی حرارتی یک پلاسمای هیدروژنی یونیده ضعیف توسط (Birk 2000) مورد بررسی قرار گرفت. (Nejad-Asghar et al. 2003) نیز به بررسی این اثر بر روی ناپایداری حرارتی پرداختند. آنان با درنظر گرفتن اثر پخش دوقطبی، به بررسی ناپایداری حرارتی پرداختند و نواحی پایدار و ناپایدار را مورد مطالعه قرار دادند و دریافتند که ناپایداری حرارتی سبب تراکم ابر در راستای میدان مغناطیسی می‌شود. (Shadmehri et al. 2010) به مطالعه ناپایداری حرارتی پلاسماهای یونیده در حضور اثرات پخش اهمی، دوقطبی و هال پرداختند و مدهای چگالشی را در رژیم‌های مختلف مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها نشان دادند که ضریب رشد مدهای چگالشی در حضور این مکانیسم‌های پخشی، به آهنگ شکل‌گیری ساختار سرعت می‌بخشد.

در این مقاله، با درنظر گرفتن همزمان پخش دوقطبی و اثر هال، به بررسی ناپایداری حرارتی ابرهای مولکولی پرداختیم و سپس نواحی پایدار و ناپایدار را مورد مطالعه قرار دادیم. بدین منظور، ابتدا معادلات حاکم بر یک چنین سیستمی را بیان نموده و با وارد نمودن اختلالات کوچکی به این معادلات، آن‌ها را حل نمودیم. سپس تجزیه و تحلیلی از پاسخ‌های بدست آمده را ارائه دادیم.

## فرمول بندی

در ابتدا، پلاسمایی با یونیدگی جزئی و صرفاً هیدروژنی در نظر گرفته، که شامل الکترون‌ها، یون‌ها و ذرات خشی می‌باشد. سیستم را از حالت سه شاره‌ای، به حالت تک شاره‌ای تبدیل کرده و برای سادگی از تأثیر جملات یونشی و بازترکیبی صرف نظر می‌کنیم. در این صورت معادلات حاکم بر مسئله به صورت

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (1)$$

$$\rho \left( \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} \right) = -\nabla P + \frac{1}{4\pi} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} \quad (2)$$

$$\frac{1}{\gamma-1} \left( \frac{\partial P}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \nabla P \right) + \frac{\gamma}{\gamma-1} P (\nabla \cdot \mathbf{u}) + \rho \Omega - \nabla \cdot (\mathbf{K} \nabla T) \quad (3)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times [(\mathbf{u} \times \mathbf{B}) + \frac{1}{B^2} \eta_A ((\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} - \eta (\nabla \times \mathbf{B}) - \frac{1}{B} \eta_H (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}] \quad (4)$$

$$P - \frac{R}{\mu} \rho T = 0 \quad (5)$$

خواهد بود. در اینجا  $\rho_i + \rho_n \approx \rho$  چگالی جرمی شاره،  $\mathbf{u} = (\rho_i \mathbf{u}_i + \rho_n \mathbf{u}_n) / \rho$  سرعت شاره،  $T = T_i = T_e$  دمای شاره و  $P = P_i + P_e + P_n$  فشار شاره می‌باشد (اندیس  $i$ ،  $e$  و  $n$  به ترتیب مربوط به یون‌ها الکترون‌ها و ذرات خشی است).  $\gamma$  نسبت ظرفیت‌های گرمایی ویژه،  $\Omega$  تابع خالص سرمایش ( $\Omega$  برای پلاسماهای هیدروژنی تابعی از چگالی ذرات و دما است)،  $c$  سرعت نور،  $\mathbf{B}$  میدان مغناطیسی،  $R$  ثابت جهانی گازها و  $\mu$  جرم اتمی میانگین هر ذره است.  $\eta = c^2 / 4\pi\sigma$ ،  $\eta_A = \rho_n^2 / 4\pi\rho^2 \rho_i v_m$  و  $\eta_H = c / 4\pi e n$  به ترتیب ضریب پخش اهمی، هال و پخش دوقطبی می‌باشند، که در آن  $\sigma = e^2 n_e / m_e (v_{en} + v_{ei})$  رسانندگی الکتریکی،  $n_e$  چگالی عددی الکترون‌ها،  $v_{kj}$  فرکانس برخورد ذره  $k$  با ذره  $j$  و  $e$  بار الکترون می‌باشد.

فرض کنید  $L$  طول مشخصه‌ای باشد که به ازای آن میدان مغناطیسی  $\mathbf{B}$  تغییر می‌کند. اگر کمیت  $\sigma L^2 / c^2$  بسیار بزرگ‌تر از هر مقیاس زمانی دیگری باشد، آنگاه اتلاف اهمی قابل صرف نظر کردن است (Stahler et al. 2004). چنین حالتی، برای بسیاری از ابرهای مولکولی روی می‌دهد. به عنوان مثال، کپه‌ای را درون یک ابر مولکولی غول با مشخصات  $L \approx 1\text{ pc}$  و  $n \approx 10^3 \text{ cm}^{-3}$  در نظر بگیرید. برای یک چنین چگالی عددی، رابطه‌ی زیر برقرار است

$$\frac{n_e}{n} \approx 4 \times 10^{-7}$$

در این صورت مقدار  $\sigma L^2 / c^2$  برابر با  $10^{17}$  سال خواهد بود، که در مقایسه با عمر دینامیکی ابر، زمان بسیار بزرگی است. بنابراین در ابرهای مولکولی مورد نظر، می‌توان از اتلاف اهمی صرف نظر نمود. در این صورت معادله (4) برای ابرهای مولکولی به معادله زیر تبدیل می‌شود

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times [(\mathbf{u} \times \mathbf{B}) + \frac{1}{B^2} \eta_A ((\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B} - \frac{1}{B} \eta_H (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}] \quad (6)$$

در حالت تعادلی که به صورت موضعی همگن می‌باشد، داریم

$$\rho = \rho_0, \quad P = P_0, \quad T = T_0, \quad \mathbf{B} = \mathbf{B}_0, \quad \Omega(\rho_0, T_0) = 0, \quad \mathbf{u}_0 = 0$$

حال اختلالی را به صورت  $\varphi = \varphi_1 \exp(i\omega t + i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$  در نظر بگیرید، که در آن  $\varphi_1$  دامنه اختلال،  $\omega$  آهنگ رشد اختلال و  $\mathbf{k}$  عدد موج اختلال می‌باشد. بنابراین معادلات اساسی با اعمال این اختلال تا مرتبه‌ی نخست اختلال به صورت زیر خواهند بود

$$\omega \rho_1 + i \rho_0 (\mathbf{k} \cdot \mathbf{u}_1) = 0 \quad (7)$$

$$\omega \rho_0 \mathbf{u}_1 + i \mathbf{k} P_1 - \frac{i}{4\pi} (\mathbf{k} \cdot \mathbf{B}_0) \mathbf{B}_1 + \frac{i}{4\pi} (\mathbf{B}_0 \cdot \mathbf{B}_1) \mathbf{k} = 0 \quad (8)$$

$$\frac{\omega}{\gamma-1} P_1 + \frac{i\gamma}{\gamma-1} P_0 (\mathbf{k} \cdot \mathbf{u}_1) + \rho_0 (\Omega_\rho \rho_1 + \Omega_T T_1) + K_0 k^2 T_1 = 0 \quad (9)$$

$$\omega \mathbf{B}_1 + i \mathbf{B}_0 (\mathbf{k} \cdot \mathbf{u}_1) - i \mathbf{u}_1 (\mathbf{k} \cdot \mathbf{B}_0) + \frac{1}{B_0^2} \eta_A \mathbf{k} \times [((\mathbf{k} \times \mathbf{B}_1) \times \mathbf{B}_0) \times \mathbf{B}_0] - \frac{1}{B_0} \eta_H (\mathbf{k} \cdot \mathbf{B}_0) (\mathbf{k} \times \mathbf{B}_1) = 0 \quad (10)$$

$$\frac{P_1}{P_0} - \frac{\rho_1}{\rho_0} - \frac{T_1}{T_0} = 0 \quad (11)$$

که در آن  $\Omega_T \equiv \left(\frac{\partial \Omega}{\partial T}\right)_\rho$  و  $\Omega_\rho \equiv \left(\frac{\partial \Omega}{\partial \rho}\right)_T$  برای حالت تعادل محاسبه شده است. سیستم مختصاتی با بردارهای یکه ای به صورت زیر در نظر می گیریم

$$\hat{\mathbf{e}}_z \equiv \frac{\mathbf{B}_0}{B_0}, \quad \hat{\mathbf{e}}_y \equiv \frac{\mathbf{B}_0 \times \mathbf{k}}{|\mathbf{B}_0 \times \mathbf{k}|}, \quad \hat{\mathbf{e}}_x \equiv \hat{\mathbf{e}}_y \times \hat{\mathbf{e}}_z$$

در چنین سیستم مختصاتی (با صفر قرار دادن دترمینان ماتریس ضرایب)، معادله ای برای  $\omega$  بر حسب کمیات تعادلی به صورت

$$\omega^7 + a_1 \omega^6 + a_2 \omega^5 + a_3 \omega^4 + a_4 \omega^3 + a_5 \omega^2 + a_6 \omega + a_7 = 0 \quad (12)$$

بدست می آوریم. با بدون بعد کردن معادله (12) توسط کمیت های بدون بعد زیر

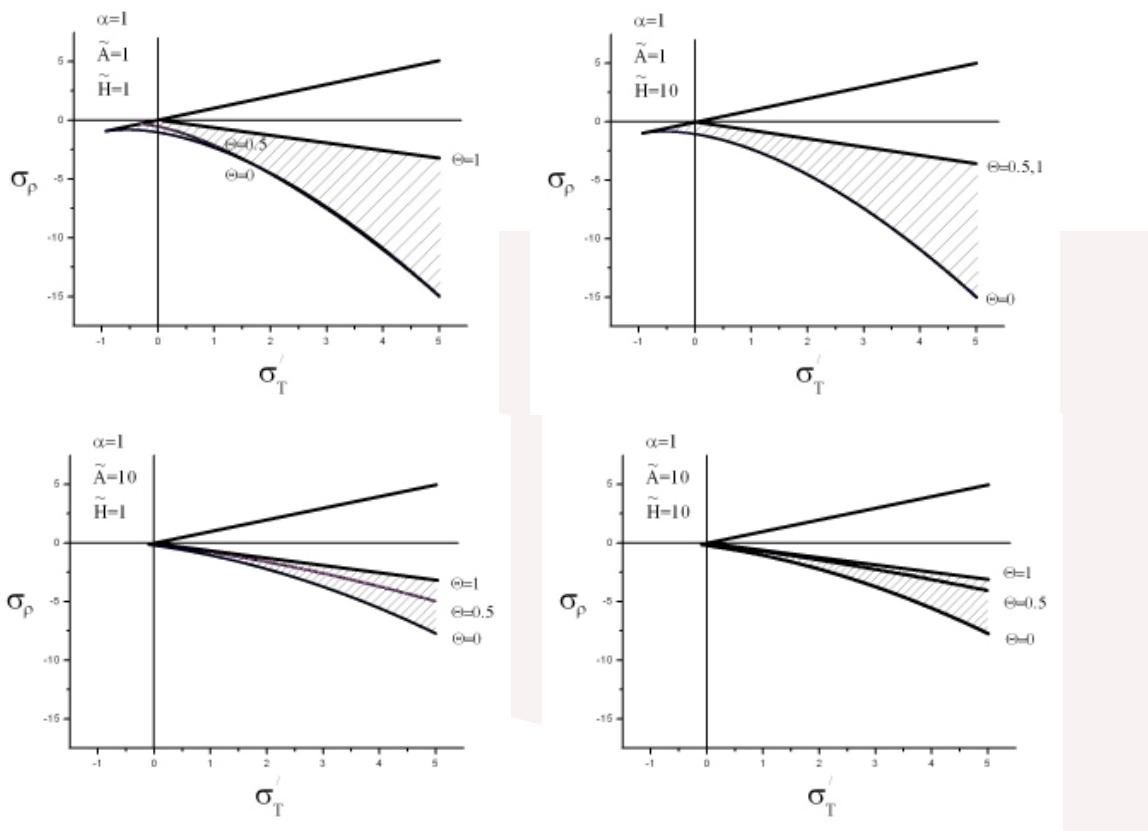
$$Y = \frac{\omega}{\omega_s}, \quad \tilde{A} = \frac{\omega_{AD}}{\omega_s}, \quad \tilde{H} = \frac{\omega_{Hall}}{\omega_s}, \quad \sigma_\rho = \frac{k_\rho}{k}, \quad \sigma_T = \frac{k_T}{k}, \quad \sigma_K = \frac{k}{k_K}, \quad \alpha = \left(\frac{u_A}{c_s}\right)^2, \quad \omega_s = kc_s, \quad u_A^2 = \frac{B^2}{4\pi\rho_0}, \quad c_s^2 = \gamma \frac{P_0}{\rho_0}$$

$$k_\rho = \frac{\mu(\gamma-1)\rho_0\Omega_\rho}{Rc_s T_0}, \quad k_T = \frac{\mu(\gamma-1)\Omega_T}{Rc_s}, \quad k_K = \frac{Rc_s \rho_0}{\mu(\gamma-1)K}, \quad \omega_{AD} = 4\pi\alpha\rho_0\eta_A k^2 c_s^2, \quad \omega_{Hall} = \sqrt{4\pi\alpha\rho_0} \eta_H k^2 c$$

(که در آن  $u_A$  سرعت آلفن،  $c_s$  سرعت صوت،  $k_\rho$  و  $k_T$  عدد موج مربوط به موج های صوتی و  $k_K$  وارون مسافت آزاد میانگین ذرات رسانا و  $\omega$  به ترتیب آهنگ رشد پخش دوقطبی و هال بوده و  $\omega_s$  آهنگ رشد موج صوتی است)، خواهیم داشت

$$Y^7 + b_1 Y^6 + b_2 Y^5 + b_3 Y^4 + b_4 Y^3 + b_5 Y^2 + b_6 Y + b_7 = 0 \quad (13)$$

که در آن ضرایب  $Y$  ها بر حسب  $\theta$  می باشند ( $\theta$  زاویه بین میدان مغناطیسی تعادلی و بردار موج اختلال است). برای تجزیه و تحلیل معادله مشخصه (13)، از ملاک Routh-Hurwitz استفاده می کنیم. با استفاده از این روش و به ازای مقادیر مختلف کمیات  $\Theta$ ،  $\alpha$ ،  $\sigma_T$ ،  $\sigma_\rho$ ،  $A$  و  $\tilde{H}$ ، نمودارهای زیر را برای نواحی پایدار و ناپایدار بدست می آوریم.



شکل ۱ : نواحی پایدار و ناپایدار (نواحی هاشورزده، نواحی شبه پایدار می باشند)

### نتیجه گیری

با توجه به نواحی پایدار و ناپایدار در صفحه  $\sigma_p - \sigma_T'$  شکل (۱)، در می یابیم زمانی که بردار موج با میدان مغناطیسی در یک راستا هستند، همان مد هم آنتروپی ایجاد خواهد شد و در حالتی که بردار موج بر میدان مغناطیسی عمود است، اثر هال نسبت به رژیم دوقطبی، بی تأثیر خواهد بود. ولی اگر بردار موج با میدان مغناطیسی زاویه  $4/\pi$  ایجاد کند، می بینیم که افزایش تأثیر اثر هال سبب می شود که ناحیه پایدار به سمت مد هم آنتروپی میل کند. بنابراین در این شرایط و در حالت اختلالات هم آنتروپی، ناپایداری حرارتی اجازه تراکم را در امتداد میدان مغناطیسی می دهد و زمانی که تأثیر اثر هال بیشتر گردد، تراکمی را به ازای زاویه  $4/\pi$  با میدان مغناطیسی خواهیم داشت.

### مرجع ها

1. Birk, G. T., *Physics of Plasma* 7, (2000), 3811-3813.
2. Field, G. F., *ApJ* 142, ( 1965), 531-567.
3. Parker, E. N., *ApJ* 117, (1953), 431-436.
4. Nejad-Asghar, M. and Ghanbari, J., *MNRAS* 345, (2003), 1323-1328.
5. Shadmehri, M., Nejad-Asghar, M. and Khesali, A. R., *Ap&SS* 326, (2010), 83.
6. Stahler, S. W., and F. Palla, F., "The Formation of Stars", (2004), WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, Weinheim.

## Modeling the outer halo globular clusters

Hosein Haghi<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Institute for Advanced Studies in Basic Sciences (IASBS), P. O. Box 45195-1159, Zanjan, Iran

Some of the Galactic outer halo globular clusters are excellent tools to probe gravitational theories in the regime of weak accelerations. The measurement of the line-of-sight velocity dispersion among stars in these clusters will differentiate between the validity of Newtonian dynamics (low velocity dispersion) and the possibility of modified Newtonian dynamics (MOND) or dark matter dominated globular clusters (high velocity dispersion). In this paper I will give a brief review of recent studies in this field. We determine the mean velocity dispersion of six Galactic outer halo globular clusters, AM 1, Eridanus, Pal 3, Pal 4, Pal 15, and Arp 2 in the weak acceleration regime to test classical vs. modified Newtonian dynamics (MOND). Finally we will present a brief report on recently simulated cluster Pal 14 by Newtonian Nbody simulation code, Nbody6.

PACS numbers: 05.10.-a ,05.10.Gg, 05.40.-a, 98.80.Es, 98.70.Vc

### I. INTRODUCTION

Although the currently favored cold dark matter *CDM* model have proven to be remarkably successful on large scales [7], dark matter has not been detected after much experimental efforts and high resolution N-body simulations are still in contradiction with observations on subgalactic scales and predict more satellite than what is seen [1,2] and also a wrong spatial distribution of subhalos [3].

In order to explain the missing matter of the Universe, another approach is an alternative theory of gravity. In these models, modification of the gravity law was proposed to explain the observed asymptotically flat rotation curves of galaxies without dark matter. One of the most famous alternative theories is modified newtonian dynamics (MOND), which has been introduced by Milgrom [4]. According to this phenomenological theory, the flat rotation curves of spiral galaxies at large distances can be explained by modification of Newton's second law for acceleration below a characteristic scale of  $a_0 \simeq 10^{-8} \text{ cm s}^{-2}$  without invoking dark matter [5,6]. This theory, in addition to the acceleration parameter,  $a_0$ , employs an interpolating function to connect the MONDian regime to Newtonian regime.

In order to decide whether MOND is a comprehensive theory to explain the dynamics of the universe, it is desirable to study MOND for objects in which no dark matter is supposed to exist and where the characteristic acceleration of the stars is less than the MOND critical acceleration parameter  $a_0$ . Globular clusters (GCs) are a perfect candidate since they are the largest virialized structure that do not contain dark matter. In the distant halo of our MilkyWay there exist several lowmass GCs where both internal and external accelerations of stars are significantly below the critical acceleration parameter  $a_0$  of MOND. Because GCs are assumed to be dark-matter-free, if MOND is true, the motions of stars must deviate from the standard Newtonian dynamics. It has been pro-

posed by Baumgardt (2005) that some of these distant Galactic GCs are perfect tools to test gravitational theories in the regime of very weak accelerations. For MOND, the internal velocity dispersion among the stars in these clusters would be significantly higher than in Newtonian dynamics.

Recently Haghi et al. (2009, hereafter HBK09) investigated the dynamics of star clusters by numerically modeling them in MOND, assuming circular orbits. They performed Nbody simulations and presented analytical formulae for the velocity dispersion of stellar systems in the intermediate MOND regime, which are useful for a comparison with observational data of several GCs and dSph galaxies (for details on the numerical calculations see HBK09). In a follow-up paper, Jordi et al. (2009) determined the velocity dispersion (using 17 stars) and mass-function slope of Pal 14 and showed that MOND can hardly explain the low-velocity dispersion of this system.

However, Gentile et al. (2010) showed that with the currently available data, the Kolmogorov-Smirnov (KS) test is still unable to exclude MOND with a sufficiently high confidence level. Moreover, the low density of Pal 14 suggests that binary stars may be an important issue for interpreting its measured velocity dispersion (Kupper Kroupa 2010), and the true velocity dispersion of Pal 14 could be much lower than the value reported by Jordi et al. (2009), thereby possibly posing an even larger challenge for MOND, but also for Newtonian gravity and for any understanding of the dynamics of this object as being in equilibrium. In this paper we calculate the prediction of MOND and Newtonian dynamics on the velocity dispersion of six other distant clusters of the MW (Table 1). In order to see the pure MONDian effects, we concentrate on systems in which the tidal radius is much larger than the gravitational radius<sup>1</sup> and therefore tidal effects are unimportant. In other words, this paper provides the basis for further observational efforts. The measurements of a low- (Newtonian) velocity dispersion would mean that MOND in its present form is in severe trouble

Cluster name	$R_h$ [pc]	$R_G$ [kpc]	$a_e$ [ $a_0$ ]	$M_c$ [ $10^3 M_\odot$ ]	$\sigma_M$ [ $\text{km s}^{-1}$ ]	$\sigma_N$ [ $\text{km s}^{-1}$ ]	$N_{min}$
AM 1	24	123.2	0.086	12.6	1.50	0.56	25
Eridanus	14.2	95.2	0.113	18.6	1.80	0.90	40
Pal 3	24	95.9	0.112	31.6	1.97	0.87	30
Pal 4	23.2	111.8	0.096	42.6	2.30	1.10	35
Pal 15	21.2	37.9	0.283	26.3	1.42	0.88	80
Arp 2	21.5	21.4	0.504	21.8	1.07	0.80	150

TABLE I. Globular clusters modeled in this paper. The half-mass radius and galactocentric distances,  $R_G$ , are taken from Harris (1996). The values of the external acceleration are calculated from  $a_e = \sqrt{GM/a_0}/R_G$  with  $M = 1.2 \times 10^{11} M_\odot$  for all galactocentric distances. Cluster masses,  $M_c$ , were calculated from the absolute V-band luminosities by assuming a stellar mass-to-light ratio of  $M/L_V = 2$ , which is close to the measured average mass-to-light ratio of galactic globular clusters (Mieske et al. 2008).  $\sigma_M$  and  $\sigma_N$  are the corresponding MONDian and Newtonian values of the velocity dispersion, respectively. The last column is the minimum number of stars necessary to obtain  $P \leq 0.05$ .

and that globular clusters do not possess dark matter. In contrast, a high-velocity dispersion would either favor MOND or could be a hint to the existence of dark matter in GCs (Baumgardt et al. 2009).

## II. DISTANCE STAR CLUSTERS OF THE MW

Using a KS test, we calculated the minimum number of stars that are sufficient to exclude MOND at the 95% confidence level. We found that between 30 to 80 stars are necessary for most clusters to distinguish between both cases. This number of stars can be observed with current 8 m class telescopes. Additional observational efforts to determine the velocity dispersions and constraining the mass of the these clusters would be highly important and provide a strict test of MOND.

## III. DIRECT N-BODY SIMULATIONS OF GLOBULAR CLUSTER PALOMAR 14

We present the first ever direct  $N$ -body computations of an old Milky Way globular cluster over its entire life time on a star-by-star basis. Using recent GPU hardware at Bonn University, we have performed a comprehensive set of  $N$ -body calculations to model the distant outer halo globular cluster Palomar 14 (Pal 14). Pal 14 is unusual in that its mean density is about ten times smaller than that in the solar neighborhood. Its large radius as well as its low-mass make it possible to simulate Pal 14 on a star-by-star basis. By varying the initial conditions

we aim at finding an initial  $N$ -body model which reproduces the observational data best in terms of its basic parameters, i.e. half-light radius, mass and velocity dispersion. We furthermore focus on reproducing the stellar mass function slope of Pal 14 which was found to be significantly shallower than in most globular clusters.

While some of our models can reproduce Pal 14's basic parameters reasonably well, we find that dynamical mass segregation alone cannot explain the mass function slope of Pal 14 when starting from the canonical Kroupa initial mass function (IMF). In order to seek for an explanation for this discrepancy, we compute additional initial models with varying degrees of primordial mass segregation as well as with a flattened IMF. The necessary degree of primordial mass segregation turns out to be very high, though, such that we prefer the latter hypothesis which we discuss in detail. This modelling has shown that the initial conditions of Pal 14 after gas expulsion must have been a half-mass radius of about 20 pc, a mass of about  $50000 M_\odot$ , and possibly some mass segregation or an already established non-canonical IMF depleted in low-mass stars. Such conditions might be obtained by a violent early gas-expulsion phase from an embedded cluster born with mass segregation. Only at large Galactocentric radii are clusters likely to survive as bound entities the destructive gas-expulsion process we seem to have uncovered for Pal 14.

In addition we compute a model with a 5% primordial binary fraction to test if such a population has an effect on the cluster's evolution. We see no significant effect, though, and moreover find that the binary fraction of Pal 14 stays almost the same and gives the final fraction over its entire life time due to the cluster's extremely low density. Low-density, halo globular clusters might therefore be good targets to test primordial binary fractions of globular clusters.

It is possible nowadays to directly calculate the evolution of real globular clusters (with almost 100,000 stars) over a Hubble time by direct  $N$ -body simulations (new record).

- 
- [1] Moore B. *et al.*, 1999, ApJ, 524, L19.
  - [2] Klypin A. *et al.*, 1999, ApJ, 522, 82.
  - [3] Grebel E.K., Gallagher J.S., 2004, ApJ, 610, 89
  - [4] Milgrom M., 1983, ApJ, 270, 365
  - [5] Bekenstein J.D., Milgrom M., 1984, ApJ, 286, 7.
  - [6] Sanders R. H., McGaugh S., 2002, ARAA, 40, 263.
  - [7] Spergel D. N. *et al.*, 2007, ApJS, 170, 377.
  - [8] Baumgardt H., Grebel E. K., & Kroupa P., 2005, MNRAS, 359, L1
  - [9] Hagh H., Baumgardt H., Kroupa P., Grebel E. K., Hilker M., Jordi K., 2009, MNRAS, 395, 1549

- [10] Jordi K., Grebel, E. K., Hilker, M., Baumgardt, H., Frank, M., Kroupa, P., Haghī, H., Cote, P., Djorgovski, S. G., 2009, 137, Issue 6, pp. 4586-4596.
- [11] Küpper A.H.W., Kroupa P., 2010, ApJ, 716, 776
- [12] Gentile, G., Famaey, B., Angus, G., & Kroupa, P. 2010, A&A, 509, A97

# پوسترها





## رمیش گرانشی یک ستاره‌ی ناهمگن، باردار و تابشی با شار حرارتی

عرب، محمد<sup>۱</sup> خاکشورنیا، صمد<sup>۲</sup> جعفری، مسعود<sup>۱</sup>

<sup>۱</sup>دانشگاه دامغان

<sup>۲</sup>پژوهشکاهه علوم و فنون هسته‌ای، سازمان انرژی اتمی ایران

### چکیده

در این مقاله با استفاده از حل معادلات میدان و شرایط اتصال در نسبیت عام، به بررسی تأثیر همزمان میدان الکترومغناطیسی، ثابت کیهان‌شناسی و شار حرارتی بر رمیش گرانشی یک ستاره‌ی ناهمگن و تابشی می‌پردازیم؛ و همچنین با تعیین علامت معادله‌ی افق ظاهری به چگونگی ترتیب این افق‌ها در شرایط مختلف فیزیکی خواهیم پرداخت.

### مقدمه

تلash برای یافتن مدل‌های واقعی‌تر جهت توضیح رمیش گرانشی یک ستاره، از مهمترین موضوع‌های مورد علاقه‌ی اختوفیزیکدانان بوده، از طرفی رمیش گرانشی از نقطه نظر اتصال فضازمان‌ها با یکدیگر مورد توجه قرار گرفته است. اولین بار در سال ۱۹۳۹ اپنهایمر و اشنایدر<sup>[۱]</sup> رمیش گرانشی یک ستاره را با فرض تقارن کروی و معادله‌ی حالت غبارگونه، بررسی نمودند؛ بطوری که درون ستاره را با متريک فريدمان و بیرون آن را با متريک خلاء شوارتزشيلد بيان کردند. در پی آن تلash برای بهبود اين مدل ادامه داشت؛ متريک درون ستاره توسعه یافت و شبیه فشار نیز در نظر گرفته شد<sup>[۲]</sup>. برای بیرون ستاره در حال تابش از متريک وايديا<sup>[۷]</sup> استفاده شد و شار حرارتی در تانسور انرژی-تکانه منظور گردید<sup>[۳]</sup> و تأثیر ثابت کیهان‌شناسی<sup>[۴][۵]</sup> و تأثیر میدان الکترومغناطیسی<sup>[۶]</sup> نیز مورد بررسی قرار گرفت. می‌توان همزمان تأثیر میدان الکترومغناطیسی، ثابت کیهان‌شناسی و شار حرارتی درون ستاره را در نظر گرفت و با استفاده از اتصال متريک‌های درون و بیرون ستاره‌ی تابشی و باردار به توصیف واقعی رمیش گرانشی یک ستاره نزدیک‌تر شد.

### حل معادلات میدان اينشتین-ماکسول

بررسی ما بر روی یک ستاره‌ی ناهمگن با تقارن کروی در یک دستگاه مختصات همسانگرد می‌باشد. متريک مناسب برای درون این ستاره متريک شبه‌فريدمان است که یک متريک همراه ذره می‌باشد<sup>[۸]</sup>.

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t)(A^2(r,t)dr^2 + r^2 d\Omega^2) \quad d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin^2(\theta)d\phi^2 \quad (۱)$$

$$A(r,t) = \frac{1}{\sqrt{1-k(t)r^2}} \quad \text{و} \quad k = k(t) \quad (۲)$$

تانسور انرژی-تکانه‌ی کل به صورت زير بيان می‌شود،

$$T_{\mu\nu} = (p + \rho)u_\mu u_\nu - pg_{\mu\nu} + q_\mu u_\nu + u_\mu q_\nu + E_{\mu\nu} \quad (۳)$$

که در آن  $(r,t)$  و  $\rho = \rho(r,t)$  به ترتیب فشار و چگالی و  $u_\mu = \delta_\mu^\alpha$  چهارسرعت در دستگاه مختصات همراه ذره و  $q_\mu = q(r,t)\delta_\mu^1$  چهاربردار شار حرارتی است ( $\delta_\beta^\alpha$  تابع دلتای کرونکر است).  $E_{\mu\nu}$  تانسور انرژی-تکانه‌ی ماکسول است و به صورت زير تعریف می‌شود:

$$E_{\mu\nu} = \frac{1}{4\pi}(-g^{\alpha\beta}F_{\mu\alpha}F_{\nu\beta} + \frac{1}{4}g_{\mu\nu}F_{\alpha\beta}F^{\alpha\beta}) \quad (۴)$$

و  $F^{\alpha\beta}$  تانسور میدان الکترومغناطیسی بوده که از حل معادلات ماکسول بدست می‌آید.

$$F^{\mu\nu}_{;\nu} = -4\pi J^\mu \quad F_{\mu\nu} = \phi_{\nu,\mu} - \phi_{\mu,\nu} \quad (5)$$

همچنین  $\mu$   $\phi$  چهارپتانسیل و  $J_\mu$  چهارجریان می‌باشند. برای هر کمیت  $X_{,\mu}$  و  $X_{;\mu}$  به ترتیب بیانگر مشتق پاره-ای و مشتق هموردا است. در یک دستگاه مختصات همراه ذره میدان مغناطیسی صفر می‌شود؛ درنتیجه داریم:

$$J^\mu = \sigma u^\alpha = \sigma \delta_0^\alpha \quad \phi_\alpha = \phi(r, t) \delta_\alpha^0 \quad (6)$$

که در آن  $\sigma$  چگالی بار می‌باشد؛ حال از حل معادلات ماکسول با استفاده از (۵) و (۶)، خواهیم داشت:

$$\frac{1}{aA} \frac{\partial \phi}{\partial r} = \frac{-s(r)}{a^2 r^2} = E \quad (7)$$

بطوری که  $(s(r), E = E(r, t), A = A(r, t), a = a(t))$  به شکل زیر بدست می‌آید.

$$s(r) = 4\pi \int \sigma a A \beta^2 dr \quad (8)$$

معادلات میدان اینشتین ماکسول بدین صورت بیان می‌شوند.

$$G_{\mu\nu} = -8\pi T_{\mu\nu} - \Lambda g_{\mu\nu} \quad (9)$$

که  $G_{\mu\nu}$  تانسور اینشتین است. در ادامه از حل معادلات میدان با استفاده از (۱)، (۳)، (۴) و (۷) در معادله (۹) خواهیم داشت ( نقطه در بالای هر کمیت نشان دهنده مشتق زمانی از آن کمیت است):

$$-8\pi p + \Lambda + E^2 = \frac{\dot{a} + 2a\ddot{a} + k}{a^2} \quad (10)$$

$$-8\pi p + \Lambda - E^2 = \frac{\dot{a} + 2a\ddot{a} + k}{a^2} + \frac{X}{a^2 A^2} \quad \text{و} \quad X = 3a\dot{a}A\dot{A} + a^2 A\ddot{A} \quad (11)$$

$$8\pi\rho + \Lambda + E^2 = \frac{3\dot{a}^2 + 3k}{a^2} + \frac{2a\dot{a}A\dot{A}}{a^2 A^2} \quad (12)$$

$$-\frac{2\dot{A}}{rA} = 8\pi a^2 A^2 q(r, t) \quad (13)$$

با توجه به اینکه  $k$  و  $a$  تنها تابعی از زمان  $t$  هستند از معادلات (۲) و (۱۳) داریم:

$$\dot{k} = -8\pi a^2 \frac{q(r, t)}{r} \quad \text{و} \quad \tilde{q} = \tilde{q}(t) = \frac{q(r, t)}{r} \quad (14)$$

با انتگرال‌گیری از معادله (۱۰) و با استفاده از (۱۴) خواهیم داشت:

$$\dot{a}^2 + k = \frac{\Lambda}{3}a^2 - E^2 a^2 - \frac{8\pi}{a} \int (\tilde{q}a^3 + pa^2 \dot{a}) dt + \frac{2\mu_0}{a} \quad (15)$$

که در آن  $2\mu_0$  ثابت انتگرال‌گیری است. اکنون تابع  $m = m(r, t) = m(r, t)$  را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:[۲]:

$$m(r, t) = \tilde{M}(r, t) + \frac{s^2(r)}{2ra} - \frac{\Lambda}{6}a^3 r^3 \quad \text{و} \quad \tilde{M}(r, t) = \frac{ar^3}{2}(\dot{a}^2 + k) \quad (16)$$

پس از جایگذاری معادله (۱۵) در (۱۶) و استفاده از معادله (۱۲)، (۱۳) و (۱۴)، معادلات زیر بدست می‌آید.

$$m(r, t) = \mu_0 r^3 - 4\pi r^3 \int (\tilde{q}a^3 + pa^2 \dot{a}) dt \quad (17)$$

$$m(r, t) = \frac{4\pi}{3}\rho\beta^3 + \frac{2}{3}E^2\beta^3 + \frac{4\pi}{3}\beta^3(\beta\dot{\beta}A^2\tilde{q}) \quad (18)$$

در نتیجه این تابع، تابع جرم است و نشان دهنده انرژی کل درون شعاع فیزیکی  $\beta$  می‌باشد.

## شرایط اتصال

به طور کلی در فرایند اتصال خمینه‌های فضازمانِ دو طرف ابرسطح غیرنورگونه‌ی  $\Sigma$ ، از شرایط اتصال دارموارا ایسرایل استفاده می‌شود. در صورت تکین نبودن ابرسطح، این شرایط، به شرایط اتصال خوش‌تعريف و یا دارموارا شناخته می‌شود؛ پس اگر برای هر کمیت دلخواه  $\Psi$ ،  $\Psi^+|_{\Sigma} - \Psi^-|_{\Sigma} = \Psi^+ - \Psi^-$ ، نمایانگر پرش از روی  $\Sigma$  باشد؛ داریم:

$$[g_{ij}] = 0 \quad [K_{ij}] = 0 \quad (19)$$

$$[T_{\mu\nu} n^\mu n^\nu] = 0 \quad [T_{\mu\nu} n^\mu u^\nu] = 0 \quad (20)$$

در معادلات بالا  $K_{ij}$  تانسور انحنای عرضی ابرسطح و  $g_{ij}$  تانسور انحنای ذاتی آن است؛ در واقع نبود لایه‌ی نازک (ابرسطح تکین) بر روی سطح ستاره، پیوستگی این تانسورها را موجب می‌شود. اندیس‌های  $j, i$  از  $0$  تا  $2$  تغییر می‌کنند و  $n_\mu$  بردار عمود بر سطح می‌باشد.

برای بیرون ستاره از متريک رایزنر-نوردستروم-دوسيته- وايديا استفاده می‌شود؛ زیرا علاوه بر تابشی بودن ستاره بار و ثابت کيahan‌شناسي نيز در اين متريک لحظه شده است.<sup>[۵][۶]</sup>

$$ds_+^2 = (1-f)dv^2 + 2dRdv - R^2 d\Omega^2 \quad f = 1 - \frac{M(v)}{R} + \frac{Q^2}{R^2} - \frac{\Lambda}{3}R \quad (21)$$

متريک ابرسطح کروی از دید ناظر همراه سطح با ویژه زمان  $\tau$  (در دستگاه همراه ذره،  $t = \tau$ ) به صورت زير است.

$$ds_{\Sigma}^2 = d\tau^2 - a^2 r^2 d\Omega^2 \quad (22)$$

از معادلات (۱۹) و با توجه به (۲۲)، تساوي‌های زير بر روی ابرسطح  $\Sigma$  نتيجه می‌شوند.

$$R^{\Sigma} = R(\tau)^{\Sigma} = ar \quad f\dot{v}^2 + 2\dot{R}\dot{v} = 1 \quad (23)$$

$$M(v)^{\Sigma} = \frac{ar^3}{2}(\dot{a}^2 + k) + \frac{Q}{2ar} - \frac{\Lambda}{6}a^3r^2 \quad (24)$$

با توجه به شرایط اتصال، توابع جرم اندازه گيري شده بر روی سطح ستاره، توسط ناظرهاي درون و بیرون ستاره همسان هستند<sup>[۲]</sup>؛ پس با مقایسه‌ی معادلات (۱۶) و (۲۴) خواهیم داشت:

$$s(r)^{\Sigma} = Q \quad (25)$$

برای بدست آوردن فشار بر روی سطح، معادلات (۲۰) را با يكديگر ترکيب کرده و از (۲۵) استفاده می‌کنيم.

$$p^{\Sigma} = aA q(r, t) \quad (26)$$

این معادله بیانگر این است که فشار روی سطح ستاره برابر صفر نمی‌باشد و مستقل از ثابت کيahan‌شناسي و میدان الکترومغناطيسی بوده و تنها وابسته به شار حرارتی است.

**افق‌های دید:**

مرزی را که در آن جبهه‌ی نور خروجی از درون ستاره با جبهه‌ی نور ورودی از بیرون هم جهت شود، افق ظاهري می‌نامند. افق ظاهري در اين مورد با حل معادله  $g^{\mu\nu}(ar)_{,\mu}(ar)_{,\nu} = r^2(\dot{a}^2 + k^2) - 1 = 0$  بدست می‌آيد؛ و با استفاده از معادله (۱۶) به شکل زير نوشته می‌شود.

$$\beta^4 - \frac{3}{\Lambda} \beta^2 + \frac{6m}{\Lambda} \beta - \frac{3s^2}{\Lambda} = 0 \quad (27)$$

اگر  $s = m = \Lambda = 0$  افق رویداد و افق کُشی و اگر  $\Lambda = 0$  افق دستور خواهیم داشت.

$$m_{\pm} = \frac{\sqrt{2}\Lambda}{6} \left( \frac{1}{\Lambda^3} + \frac{12s^2}{\Lambda^2} \pm \sqrt{\frac{1}{\Lambda^2} - \frac{4s^2}{\Lambda}} \right) \quad \text{و} \quad 0 < m_- < m < m_+ , \quad 4s^2 < \frac{1}{\Lambda}$$

در این حالت سه جواب حقیقی و مثبت داریم پس سه افق ظاهری تشکیل می‌شود.

$$\text{جواب‌ها: } \beta_3 = \frac{1}{2}(\sqrt{z_1} + \sqrt{z_2} - \sqrt{z_3}), \quad \beta_2 = \frac{1}{2}(\sqrt{z_1} + \sqrt{z_3} - \sqrt{z_2}), \quad \beta_1 = \frac{1}{2}(\sqrt{z_2} + \sqrt{z_3} - \sqrt{z_1})$$

که ترتیب این افق‌ها به صورت  $\beta_3 > \beta_2 > \beta_1$  می‌باشد.

$$\text{حالت ۲: } \beta_4 = \frac{1}{2} \left( -\sqrt{z_4} + L_4 \cos\left(\frac{\theta_4}{2}\right) \right) : m > 0 \quad 4s^2 > \frac{1}{\Lambda}$$

داریم.

$$\text{حالت ۳: } \beta_5 = \frac{1}{2} \left( -\sqrt{z_5} + L_5 \cos\left(\frac{\theta_5}{2}\right) \right) : 0 < m < m_- \cup m > m_+ \quad 4s^2 < \frac{1}{\Lambda}$$

یک افق ظاهری وجود دارد.  $z_5, z_4, z_3, z_2, z_1, \theta_5, \theta_4, L_5, L_4$  توابعی از  $\{m, s, \Lambda\}$  می‌باشند.

$$\text{حالت ۴: } 4s^2 > 0 \quad m > 0 : \text{در این حالت نیز تنها یک افق ظاهری تشکیل می‌شود.}$$

### نتیجه گیری:

اگر سیستم از حالت پایا در زمان  $t = 0$  شروع به رمبش کند، آنگاه  $\dot{a}(0) = 0$  در نتیجه در  $\overset{\Sigma}{R}(0)_{\Sigma} = 0$  است. بنابراین از معادلات میدان نتیجه می‌شود که ستاره در این زمان دارای شار حرارتی نبوده و در حالت همگن قرار داشته، پس  $\mu_0 r^3$  نمایانگر مقدار تابع جرم در زمان صفر است. شرایط انرژی غالب (dominant) [۹] و معادلات میدان نشان می‌دهد که تابع جرم در زمان صفر یک عبارت مثبت بوده و بعد از شروع رمبش ( $\dot{a} < 0$ )، از نامعادله‌ی:

$$\frac{3m}{2\beta} \geq \frac{3E^2}{4\pi\beta^3} + (\beta A + 1)aAq$$

پس جوابهای افق ظاهری باید از عبارت  $\frac{s^2}{2m}$  بزرگ‌تر باشند. در غیر این صورت افق مورد نظر قابل تشکیل نیست و

اگر شرایط انرژی [۹] نقض نشود تحت شرایط فیزیکی این افق، در صورت نبود افقی دیگر، رمبش به یک تکینگی لخت می‌رسد؛ پس عملاً این شرایط فیزیکی به وجود نمی‌آید. [۹].

با سپاس فراوان از اساتید راهنمای، جناب آقای دکتر خاکشورنیا و جناب آقای دکتر جعفری.

### مرجع‌ها

1. J. R. Oppenheimer and H. Snyder, Phys. Rev. 56, 455 (1939)
2. C. W. Misner and D. H. Sharp, Phys. Rev. 136, B571 (1)
3. de Oliveira, A. K. G. santos, N. O, and kolassis, C. A. 1985, M.N.R.A.S., 216,1001
4. Mahdy Cissoko, J'ulio C. Fabris, J'erome Gariel, G'erard Le Denmat and Nilton O. Santos, arXiv:gr-qc/9809057v1 17 Sep 1998
5. Dragoljub Markovic and Stuart L. Shapiro, PHYSICAL REVIEW D, V 61, 084029
6. de Oliveira, A. K. G. santos, N. O, The Astrophysical Jurnal 312:640-645,1987
7. P. C. Vaidya, Proc. Ind. Acad. Sci. A33, 264 (1951).
8. Zhe.Chang,Cheng-Bo.Guan,Chao-Guang.Huang, and.XinLi,arXiv:0803.3661v1[grqc]26
9. S.W. Hawking and G.F.R. Ellis, The Large Scale Structure of Space-time(1973).

## بررسی رفتار نوسانی ستارگان تپنده دوتایی با استفاده از برنامه Period 04

رضا پژوهش<sup>۱</sup>، بهمن حسینزاده<sup>۲</sup>

۱- استادیار گروه فیزیک، دانشگاه بیرجند

۲- دانشجوی دکترای نجوم و اختر فیزیک، دانشگاه بیرجند

### چکیده

اندازه گیری مستقیم جرم یک ستاره در صورتی ممکن است که این ستاره متعلق به یک سیستم دو یا چند تایی باشد. همانطور که می دانیم مهمترین عامل در تولد و تحول یک ستاره مقدار جرم آن می باشد. حال اگر در یک سیستم دوتایی یکی از ستارگان تپنده باشد، با کمک نرم افزارهای مختلف می توان پریود و دامنه نوسانات را به دست آورد. با کمک این اطلاعات می توان ساختار داخلی ستاره، مکانیزم انتقال انرژی و صحت نظریات ساختار و تحول را بررسی کرد. در این مقاله از بین نرم افزارهای موجود برنامه Period 04 را انتخاب کرده و روش بدست آوردن فرکانس و دامنه نوسانات مؤلفه تپنده در یک سیستم دوتایی را شرح خواهیم داد.

### مقدمه

ستارگان تپنده اجرام آسمانی هستند که تابش های رادیویی مشخصی گسیل می کنند. درخشندگی این ستاره ها بر اثر انقباض و انبساط لایه های سطحی شان تغییر می کند. تپش آنها ممکن است شعاعی یا غیر شعاعی باشد. اختر شناسان با محاسبات عددی برای یک زنجیره تحولی از مدل های ستاره ای و مقایسه رفتارهای تپشی و نوسانی (مانند پریود، دامنه نوسان، جزئیات منحنی های نوری و شعاعی مربوط به مدل های نظری و مشاهدات رصدی)، می توانند علاوه بر تئوریهای مربوط به ساختار و تحول ستاره ای، جزئیات ریزتر مشاهده شده از درون ستاره را به دست آورند. در این میان برای تشخیص تپش ستاره، با در اختیار داشتن یک سری از داده ها از برنامه Period 04 برای بدست آوردن فرکانس و دامنه نوسانات ستاره تپنده استفاده می کنیم. این نرم افزار یک نسخه تعمیم داده شده از برنامه Period 98 می باشد که بر اساس تبدیلات فوریه بنا نهاده شده و بخصوص در زمینه تجزیه و تحلیل آماری مجموعه داده های نجومی فراوانی که به شکل غیر پیوسته و نامنظم به دست آمده اند، کاربرد فراوانی دارد.

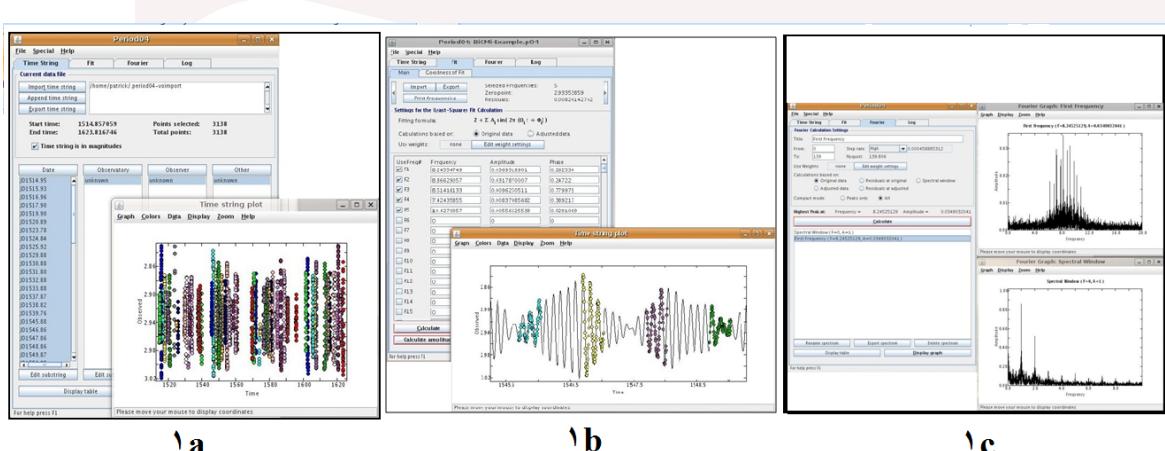
### آشنایی با آنالیز فوریه و برنامه Period 04

یکی از ابزارهای ریاضی بسیار ارزشمند در تحلیل پدیده های خطی و غیر خطی تناوبی آنالیز فوریه است. با استفاده از آنالیز فوریه یک فایل ورودی که شامل داده های پیچیده را به تعدادی داده های ساده تر تجزیه می کنیم تا پاسخ سیستم به هر یک از توابع اولیه محاسبه شود و سپس با ترکیب تک تک پاسخها، پاسخ کلی را بدست می آوریم. رابطه مشهور تبدیل فوریه بصورت زیر می باشد که تابع زمانی  $g$  را بر حسب طیف بسامد ( $f$ ) بیان می کند:

$$g(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} G(f) e^{i(2\pi ft)} df \quad (1)$$

برنامه 04 Period یک نسخه ویرایش شده از 98 Period می باشد که از مزایای نسخه جدید این برنامه ترکیب بررسی حالت تک-فرکانس به چندین مد فرکانسی(با استفاده از آنالیز فوریه، کاهش باقیمانده و برازش داده ها به روش حداقل مربعات) می باشد. این برنامه به زبان جاوا بازنویسی شده که ابزار بسیار قدرتمندی جهت ایجاد بسترهای مناسب و مستقل برای کار در سیستم عاملهای مختلف می باشد. برای راحتی بیشتر کاربر از کلیدهای میانبر برای دستورات متداول استفاده می کند. علاوه بر آن نمودار حاصله در برنامه را می توان با فرمتهای jpg و eps ذخیره نمود و برچسبهای محورها در نمودار نیز قابل ویرایش است. نرم افزار فوق دارای یک دستور العمل (help) بسیار قوی برای حل بسیاری از مسائل بوده و جوابگوی بسیاری از سئوالات می باشد.

بطور کلی این نرم افزار شامل سه بخش می باشد که در شکل (1) نشان داده شده است. بخش سری زمانی (شکل 1a) پنجره مربوط به محاسبات و نمودار، برازش کردن داده ها با حداقل مربعات(شکل 1b) و آنالیز فوریه که فرکانس و دامنهای متفاوت در پنجره مربوط به آن قرار دارد و در هر مرحله می توان آنرا تصحیح نمود تا به مقدار قابل قبول در فازهای مربوطه برسیم(شکل 1c).



شکل ۱: پنجره مربوط به محاسبات و نمودار سری زمانی (۱a)، فیت کردن داده ها (۱b)، آنالیز فوریه (۱c)

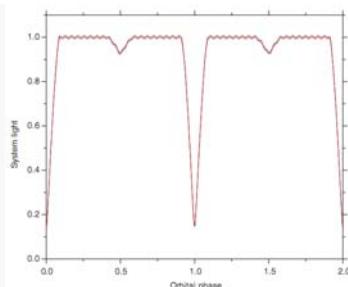
برنامه 04 Period را می توان از وب سایت <http://www.astro.univie.at/tops/Period04> دانلود کرد. از آنجایی که این برنامه، یک برنامه ترکیبی از Java/C<sup>++</sup> است، اجرای آن به محیط جاوا (JRE) نیازمند است. محیط (JRE) بر روی سیستم عامل Mac موجود است، اما برای سیستم عامل Windows و Linux باید ابتدا برنامه JRE بر روی سیستم مورد نظر بطور جداگانه نصب شود و بعد از آن از 04 Period استفاده شود (نسخه جدید برنامه فوق برنامه جاوا را نیز شامل بوده و بطور خودکار نصب می شود).

### بررسی سیستمهای دوتایی با مولفه تپنده

به منظور آشکار کردن ساختار تپش سیستمهای دوتایی که دارای یک مولفه تپنده اند، از برنامه ها و نرم افزارهای متفاوتی برای استخراج فرکانس و دامنه نوسانات تپشی استفاده می شود. به عنوان مثال برای سیستم Tauri<sup>2</sup> از نرم افزار

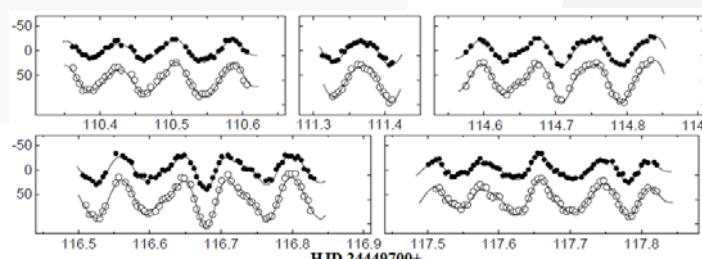
(Breger , 1980a) MULTIPER از نرم افزار CRATIS (Clementini et al.) برای سیستم NGC 6397 استفاده شده است. نرم افزار 04 PERIOD (Breger , 1990a) FG Vir از نرم افزار گرفته مورد استفاده قرار گرفته است. در ابتدا برای آشکار کردن ساختار تپش سیستمهای دوتایی که دارای یک مولفه تپنده اند، اثرات مجاورت (اثر انعکاس، اثر گرانشی و تغییر شکل مولفه ها و ...) و همچنین داده های مربوط به نقاط کمینه را از منحنی نوری حذف می کنیم تا صرفاً رفتار تپشی و تناوبی مولفه تپنده آشکار شود. مسلماً داده های نورستنجی باید دارای دقت بسیار بالایی بوده و ترجیحاً در فیلتر های UVB بدست آمده باشند. ابتدا تمام نقاط منحنی نوری تئوری (مدل نظری) را از منحنی نوری رصدی کم می کنیم. در ادامه برای تجزیه و تحلیل فرکانس تپش، این داده ها بعنوان یک فایل ورودی اولیه در نرم افزار وارد می شود. بدین ترتیب داده های فوق صرفاً اثر تپش (در صورت وجود) را نشان خواهد داد. البته اثراتی مانند جریان گازها در ستاره (باد ستاره ای)، وجود لکه ها و ... هنوز از منحنی نوری حذف نشده اند و فرض می کنیم این اثرات بسیار کوچکتر از اثرات تپشی باشند.

در شکل (۲) نمونه یک منحنی نوری مشاهده ای که به صورت ایده آل ساخته شده و منحنی نوری نظری نشان داده شده است که در آن اثرات تپشی و نوسانی بوضوح در نقاط خارج از گرفت دیده می شود. ولی در منحنی های نوری رصدی عوامل خطأ بسیارند و لذا رفتار نوسانی به وضوح دیده نمی شود و نیاز به استفاده از نرم افزارهای تحلیل پریود و نوسان اجتناب ناپذیر می باشد.



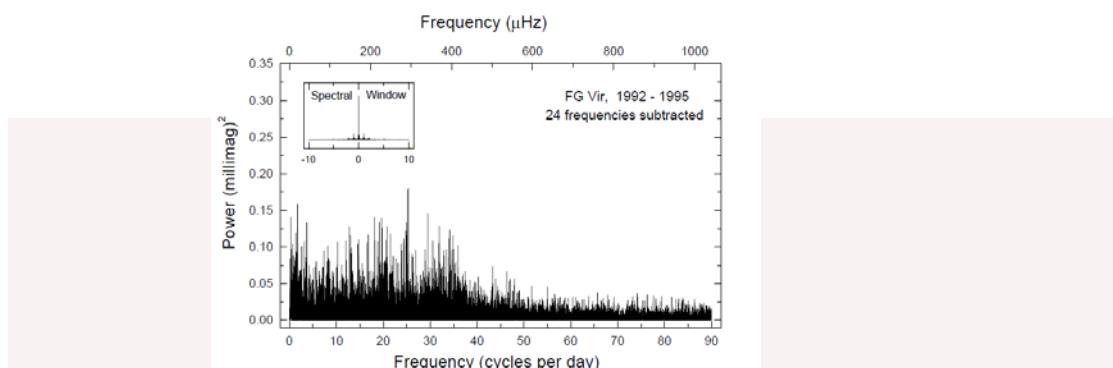
شکل ۲: منحنی های نوری نظری و رصدی یک سیستم دوتایی نمونه که بصورت ایده آل ساخته شده اند.

اکنون نمونه ای از داده ها که نقاط منحنی نوری تئوری و محاسبه ای از منحنی نوری رصدی کم شده در دو فیلتر در زمانهای مختلف در شکل (۳) نشان داده شده است.



شکل ۳: نمونه رفتار نوسانی در سیستم دوتایی FG Vir در فاز های مختلف نشان داده شده است.

در ادامه فرکانس‌های نوسانی یک سیستم نمونه که توسط برنامه فوق به دست آمده در شکل (۴) نشان داده شده است.



شکل ۴: فرکانس‌های نوسانی بدست آمده در سیستم دوتایی FG Vir

### نتیجه گیری

سیستمهای دوتایی گرفتی و چندتایی که دارای یک ستاره تپنده باشند، یک موقعیت بسیار منحصر بفرد در اختیار منجمین و اختر فیزیکدانان قرار می‌دهد. با کمک برنامه های آنالیز منحنی های نوری و سرعت شعاعی موجود می‌توان جرم مولفه ها را بطور مستقیم محاسبه کرد و صحت مدلهاست تحول ستاره ای را سنجید. با تجزیه و تحلیل فرکانس و دامنه نوسانات ساختار فیزیکی و هندسی درون ستاره آشکار شده و از نتایج آن، مکانیزم مدهای انتقال انرژی را بیشتر می‌توان مورد بررسی و تجزیه و تحلیل قرار داد. با توجه به آنکه رصدخانه دانشگاه بیرجند اخیراً به دوربین CCD تجهیز شده، لذا نورسنجی سیستمهای دوتایی گرفتی با رفتار تپشی با دقت بالا امکان پذیر بوده و به عنوان قسمتی از طرح و پروپوزال مقطع دکتری اینجانب بوده که در حال حاضر ادامه داشته و امیدواریم نتایج آن در آینده نزدیک ارائه گردد.

### مراجع

1. حسین زاده ب.، پژوهش ر. چهارمین همایش ملی نجوم و اختر فیزیک ۸ و ۹ دیماه ۱۳۸۹ ه.ش، ص ۶۶-۷۱، دانشگاه سیستان و بلوچستان. زاهدان.
2. Breger M. et al., 1993, *A&A*, **271**, 482
3. E. Rodríguez, J. M. García, D. E. Mkrtchian, V. Costa, S.-L. Kim, M. J. López-González, E. Hintz, A. V. Kusakin, A. Y. Gamarova, J. W. Lee, J.-H. Youn. *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **347**, 1317–1326 (2004)
4. E. Soydugan, F. Soydugan, C. Ibanoğlu, A. Frasca, O. Demircan, and M.C. Akan. *Astron. Nachr. / AN* **327**, No. 9, 905 – 911 (2006)
5. Lenz, P., Breger, M., 2005. *Commun. Astroseismol.* **146**, 53.
6. M. Breger, W. Zima, G. Handler, E. Poretti, R.R. Shobbrook, A. Nitta, O.R. Prouton, R. Garrido, E. Rodriguez. *Astron. Astrophys.* **331**, 271–279 (1998)
7. N. Riazi, A. Abedi. *New Astronomy* **11** (2006) 514–519.

## The study of period behaviour of the contact binary AB Andromedae

Zare'i. B, Abedi. A, Mostafai. M, Akbarian. F, Zera'atgari. FZ, FarahiNejad. M, Abasi. S, GholamHosseinPour. HR

*Department of Physics, Faculty of Sciences, University of Birjand*

In this paper, some times of minima eclipsing binary AB And are presented and O-C diagram is plotted by times of minima that have been announced by others. New period and the rate of mass transfer from primary to secondary component are obtained by reanalyzing the O-C diagram. The period variation may be due to a third body, so that the parameters of the third body are obtained by this assumption.

### I. INTRODUCTION

AB Andromedae (BD+36° 5017) was discovered as a variable star by Guthrie and Prager in 1927. AB And is a W-type of W-UMa type binaries and it's period is 0.3318 days. The spectrum of the system has been classified as G5 by Struve et al.(1950) and G5n by Hill et al.(1975)[1]. The variable period of AB And was firstly reported by Oosterhoff(1950)[2]. Kalimeris et al.(1994) announced that the period variation is due to mass transfer and light-travel time effect and Demircan et al.(1994)[3] have expressed two probabilities: 1- magnetic activity 2- the third body; They have obtained  $0.9M_{\odot}$  for mass of third body by using absolute parameters of Hrivank(1988)[1] and have announced that this component can not be a main-sequence star, because it doesn't allow the formation of deep eclipses in the light curves of AB And. Therefor, the third body, if it exists, can be only a low luminosity white dwarf that whose orbit is very close to the line of sight. Li et al. (2003)[4] have expressed two factors for the period variation: the magnetic activity and the third body, and Rovithis- Livaniou(2007)[5] have only mentioned the magnetic activity.

### II. THE TIMES OF MINIMA

This system is photometered during three nights, from August to November 2010 in three Johnson filters B, V and R. Our observations have been obtained in Dr. Mojtabaei observatory of Birjand University that is equipped by SSP5A photometer. The following ephemeris[6] was used for the determination of orbital phases:

$$MIN = HJD2451426.3875 + 0.3318925$$

So that magnitude variations diagram in terms of phase variations is obtained in three filters according to Fig. 1.

Two times of primary and one secondary minima of eclipsing the system are obtained by lorentzia fit and they are listed in table I. A primary minima of eclipsing is shown in Fig.2.

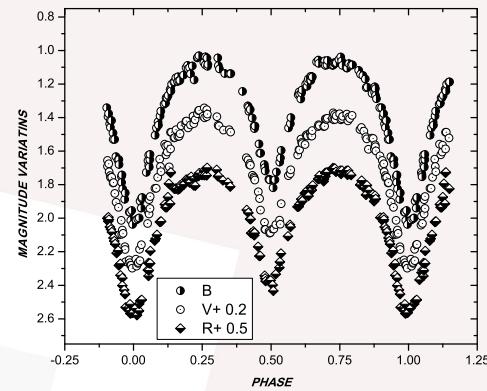


FIG. 1. The light curve in 3 filters.

HJD	FILTER	MIN	STANDARD ERROR
2455429.32729	B	I	0.00022
2455429.32755	V	I	0.00014
2455429.32782	R	I	0.00018
2455504.33378	B	I	0.00038
2455504.33360	V	I	0.00035
2455504.33455	R	I	0.00033
2455506.15975	B	II	0.00025
2455506.15983	V	II	0.00033
2455506.15917	R	II	0.00027

TABLE I. The times of minima

### III. THE PERIOD VARIATION

From our observation, three(Two primary and one secondary) new times of minima light of AB And and other data which exist in O-C Gateway website[7], O-C diagram is plotted by using the following ephemeris[7]:

$$MIN = HJD2416103.759 + 0.3318893E$$

In the first view, this diagram is quadratic form. Its parameters are obtained by fitting a quadratic function and they are listed in table II. The diagram and quadratic function fit are shown in Fig. 3 and Fig. 4. respectively.

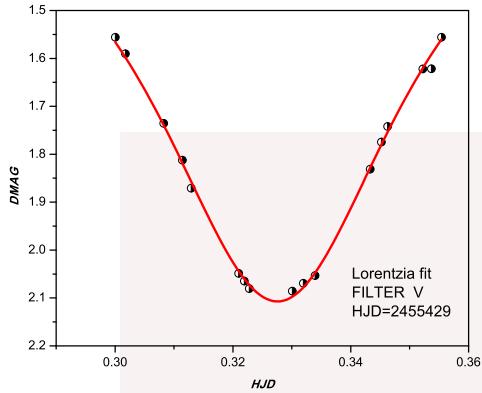


FIG. 2. Primary minima of eclipsing.

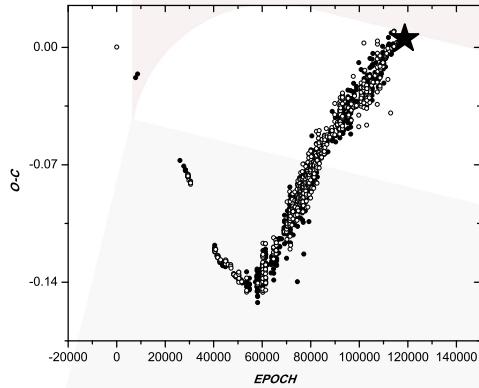


FIG. 3. O-C diagram in terms of epoch (The minimums which are obtained by our observation, have been shown with star)

The period of the system and the period variation are obtained by the previous parameters and the following relation[8]:

$$P(\epsilon) = P_{le} + \Delta T(\epsilon) - \Delta T(\epsilon - 1); \Delta T(\epsilon) = \sum_{j=0}^n C_j \epsilon^j \quad (1)$$

$$\dot{P} = \frac{1}{P_{le}} \frac{dP}{d\epsilon} \quad (2)$$

$$\dot{P} = 1.6942 \times 10^{-15} \frac{1}{year} \quad (3)$$

PARAMETER	VALUE	STANDARD ERROR
$C_0$	-0.07761	0.00392
$C_1$	-2.11815E-6	1.01342E-7
$C_2$	2.55644E-1	6.41806E-13

TABLE II. The parameters of quadratic function fit

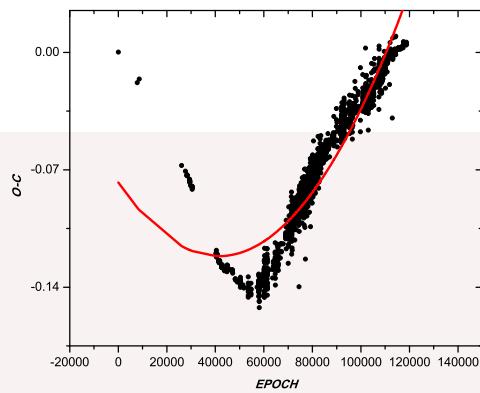


FIG. 4. Quadratic function fit.

Thus, the new ephemeris of AB Andromedae is announced:

$$MIN = HJD2455429.3276 + 0.33189325E$$

The period of the system is increasing.

By the assumption that mass transfer is conservative in the system,  $\dot{M}_1$  is obtained by using the following relations[8]:

$$\frac{\dot{P}}{P} = 3 \frac{\dot{M}_1}{M_1 M_2} (M_1 - M_2) \quad (4)$$

$$\dot{M}_1 = -4.8171 \times 10^{-22} \frac{M_\odot}{year} \quad (5)$$

O-C residuals diagram was plotted and was observed as periodic. The period variation can be due to the third body that causes light-travel time effect. The period of this variation was determined to be 58.6 years by using PERIOD04 software. For testing the presence or absence of the third component, this procedure is done:

$\tau_{max}$  and  $\tau_{min}$  are derived by lorentzian fit to maximum and minimum of O-C residuals diagram that these fittings are shown in Fig. 5. and Fig. 6.

The best fitting is obtained by suggesting different values for  $e$  and  $\omega$  by using the following relations[9] and the results are listed in table III:

$$\tau = k \frac{1}{\sqrt{1 - e^2 \cos^2 \omega}} \left\{ \frac{1 - e^2}{1 + e \cos v} \sin(v + \omega) + e \sin \omega \right\} \quad (6)$$

$$k = \frac{1}{2} (\tau_{max} - \tau_{min}) \quad (7)$$

Initially, the residuals diagram is plotted in terms of true anomaly and then the best fitting is obtained by

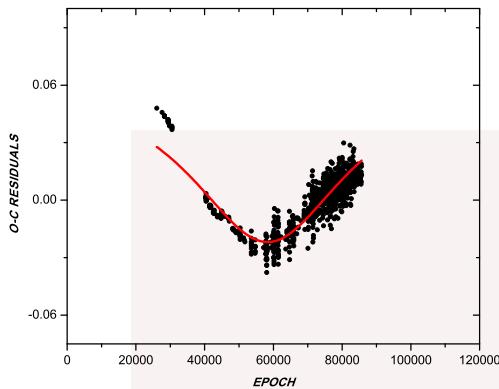


FIG. 5. Lorentzian fit to minimum of O-C residuals.

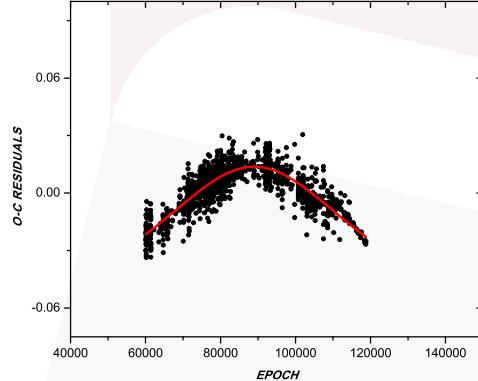


FIG. 6. Lorentzian fit to maximum of O-C residuals minimum times.

using ORIGIN8 software and allowing  $e$ ,  $\omega$  and  $k$  parameters to change. The best fitting is shown in Fig.7.

The mass and semi-major of the third body for different inclination of orbit are obtained by using the following relations[8]. The parameters of the third body are shown in table IV.

$$f(m) = \frac{m_3^3}{(m_1 + m_2 + m_3)^2} = \frac{4\pi}{GP^2} (a_{12} \sin i)^3 \quad (8)$$

$$k = \frac{a_{12} \sin i \sqrt{1 - e^2 \cos^2 \omega}}{2.590 \times 10^{10}} \quad (9)$$

PARAMETER	VALUE	STANDARD ERROR
$e$	0.09717	0.01875
$\omega(\text{Rad})$	2.61636	0.01195
$k(\text{Days})$	0.01782	-
$a_{12} \sin i(\text{Km})$	$4.63178 \times 10^8$	-
$T(\text{HJD})$	2436112.58483	-
$P(\text{Years})$	58.60642	-

TABLE III. The orbital parameters of third body

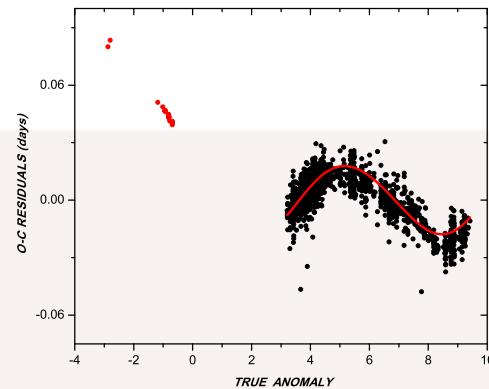


FIG. 7. Sinusoidal fit to O-C residuals curve.

i(Deg)	M( $M_\odot$ )	$a_3(\text{AU})$
90	0.1884	22.5142
80	0.1916	22.4797
70	0.2017	22.3792
60	0.2206	22.2024
50	0.2527	21.9118
40	0.3080	21.4249
30	0.4122	20.5806
20	0.6564	18.8937
10	1.7085	14.2972

TABLE IV. The parameters of third body

$$\frac{a_{12}}{a_3} = \frac{m_3}{m_1 + m_2} \quad (10)$$

#### IV. RESULTS AND DISCUSSION

Since this system is W- type of W- UMa binaries(the mass of primary component is less than the secondary component according to the standard definition) and considering the relation(4),  $\dot{M}_1$  is obtained a negative value. Thus, the primary component is transferring mass to the secondary component in spite of being less mass.

According to the values which have been obtained for the third body in this paper(table IV.) and assuming that the third component is a main-sequence star, it's luminosity is derived from the following relation[10]:

$$L = M^\alpha; \alpha = 3 - 3.5 \quad (11)$$

Thus, for minimum mass of third body,  $L_3$  value is obtained  $0.0067L_\odot$ . Considering that  $M_1=0.446M_\odot$  and  $M_2=0.938M_\odot$  for primary and secondary components respectively, Zare'i et al(2011)[11], Sp.Type,  $L_1$  and  $L_2$  are obtained from stellar data and existing tables[12]:  $L_1=0.79L_\odot$ ; G5 Sp.Type for primary component and  $L_2=0.045L_\odot$ ; M2 Sp. Type for secondary component. Therefor,  $\frac{L_1}{L_1+L_2}=0.054$  and  $\frac{L_3}{L_1+L_2}=0.008$  and  $\frac{L_3}{L_2}=0.155$ ,

according to these values, the light of the third body can be more effective than what is now. Thus, the third body can not be a main-sequence star, and it may be a low luminosity white dwarf. Same as mentioned before, this result was obtained by others[3] from different method. Of course, the obtained mass for the third component in small angles is in good agreement with the assumption that the third body is a white dwarf.

The final residuals from primary data of O-C minus both quadratic function and periodic function, are plotted in terms of epoch around horizontal line that have passed origin, is almost random. This diagram is shown in Fig. 8. It shows that our recognition from O-C behaviour is correct.

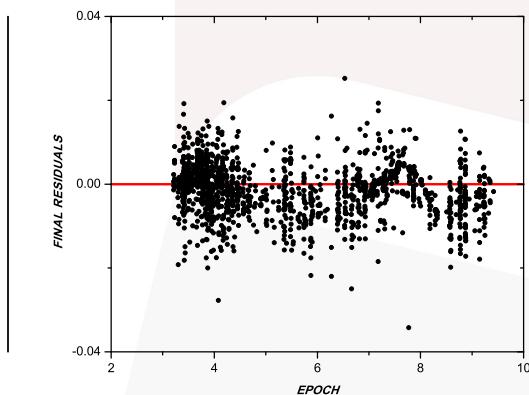


FIG. 8. The distribution of final residuals around passed line from origin.

## V. CONCLUSION

In this study we concluded that period of AB Andromedae is increasing. It was derived that in addition to mass transfer in the system, the third body can be causes the period variation and it may be a low luminosity white dwarf.

**Acknowledgements** We wish to thank Dr. K. Nafisi for the use of facilities of Dr. Mojtabaei observatory of Birjand University.

- [3] O. Demircan, E. Derman, A. Akalin, S. Selam, Z. Müyesseroglu; "Light- curve and period changes of AB Andromedae" Mon. Not. R. Astron. Soc. 267, (1994). 19-25
- [4] L. Li, Z. Han, F. Zhang; "The later evolution of the contact Binaries AP Leo AK Her AB And and AM Leo" ASP Conference series, Vol. 279(2002)
- [5] H. Rovithis-Livaniou, S. Tsantilias, A. Kalimeris P. Rovithis and I. Voloshina; "Latest results on the period behaviour of the contact binary AB And" Astronomical and Astrophysical Transactions. Vol. 26, Nos. 1-3, February-June( 2007) 117-120
- [6] S. Parimucha, T. Pribulla, M. Vanko; "New photoelectric light curves of AB Andromedae", IBVS No. 4834. (2000)
- [7] <http://www.O-C gateway.mht>
- [8] J.R. W. Hilditch; "An Introduction to Close Binary Stars" Cambridge University Press. (2001)
- [9] John B. Irwin" The determination a light-time orbit" APJ 116. (1952). 211
- [10] A. C. Phillips; "The Physics of Stars" John Wiley and Sons Press. (1994), Second Edition
- [11] B. Zare'i, A. Abedi, M. Mostafai, F. Akbarian, F. Z. Zera'atgari, M. Farahinejad, S. Abasi; "Photometry and Analyze Light Curves of Eclipsing Binary AB Andromedae" Proceeding of 4th National Seminar on Astronomy, (2011)
- [12] Dale A. Ostlie, Bradley W. Carroll; "An Introduction to Modern Stellar Astrophysics" Addison- Wesley Publishing Company. (1996)

- 
- [1] B. J. Hrivank; "Radial velocity studies and absolute parameters of contact binaries.I. AB Andromedae" APJ 335. (1988). 31
  - [2] P. T. Oosterhoff "On the variation in the period AB Andromedae" BAN 11. (1950). 217

## پیش‌بینی چرخه ۲۴ ام فعالیت خورشیدی با استفاده از دو روش پیشرو<sup>۱</sup>

### و شبکه عصبی مصنوعی<sup>۲</sup>

عجب شیری زاده، علی<sup>۱،۲</sup> دهقانی، فریبا<sup>۱</sup>

*I* دانشگاه تبریز، دانشکده فیزیک، گروه نظری و اختربنیک

*2* مرکز تحقیقات نجوم و اختربنیک مراغه (RIAAM)

### چکیده

روش پیشرو بر پایه ارتباط بین دامنه چرخه فعالیت خورشیدی و پدیده های نشأت گرفته از خورشید می باشد که از آندیسهای ژئومغناطیسی استفاده می کند، با این فرض که این آندیسهای پدیده های خورشیدی از قبیل حفره های کرونایی دلالت دارند. حال آنکه شبکه عصبی مصنوعی یک سامانه پردازشی داده است که از مغز انسان ایده گرفته و داده ها را با پردازنده های کوچک و بسیار زیادی پردازش می کند. در این مقاله با استفاده از این دو روش رفتار چرخه فعالیت خورشیدی تا سال 2018 پیش‌بینی شده است.

### مقدمه

روش پیشرو بر اساس آشوبهای ژئومغناطیسی کار می کند. در این روش فرض می کنیم که دو عامل بر روی آندیسهای ژئومغناطیسی تأثیر گذار هستند. عامل اول به چرخه فعالیت خورشیدی فعلی مربوط است، مانند فیلرهای پرتاپ ماده از کرونا و عامل دوم به پدیده های چرخه فعالیت خورشیدی جدید مربوط است، مانند حفره های کرونایی. با این فرض تعداد کل آشوب های مغناطیسی در طول یک چرخه خورشیدی هم به دامنه چرخه فعلی و هم به دامنه چرخه آینده بستگی دارد. در این روش، تعداد روزهای آشوبی در هر چرخه از چرخه ۱۷ تا ۲۳ با استفاده از آندیسهای ژئومغناطیسی تعیین شده است که روز آشوبی به روزی گفته می شود که آندیس ژئومغناطیسی Ap در آن روز بزرگتر یا مساوی با ۲۵ باشد. این آستانه یک مقدار اختیاری است که به حد کافی پایین انتخاب می شود تا تعداد زیادی از آشوب ها را در نمونه در بر گیرد و به حد کافی بزرگ انتخاب می شود تا آشوب های یک منشأ خورشیدی معلوم داشته باشند (Thompson, 1993). جدول ۱ تعداد آشوبهای ژئومغناطیسی و دامنه هر چرخه را نشان می دهد.

دامنه چرخه آینده	دامنه چرخه فعلی	تعداد آشوبهای ژئومغناطیسی	شماره چرخه
152	119	487	17
201	152	684	18
111	201	632	19
165	111	497	20
159	165	582	21
122	159	632	22
?	122	462	23

جدول ۱

precursor<sup>1</sup>  
(ANN) artificial neural network<sup>2</sup>

با استفاده از روش حد اقل مربعات<sup>۳</sup> و داده های جدول ۱ برازش خطی<sup>۴</sup> زیر را می توان بدست آورد:

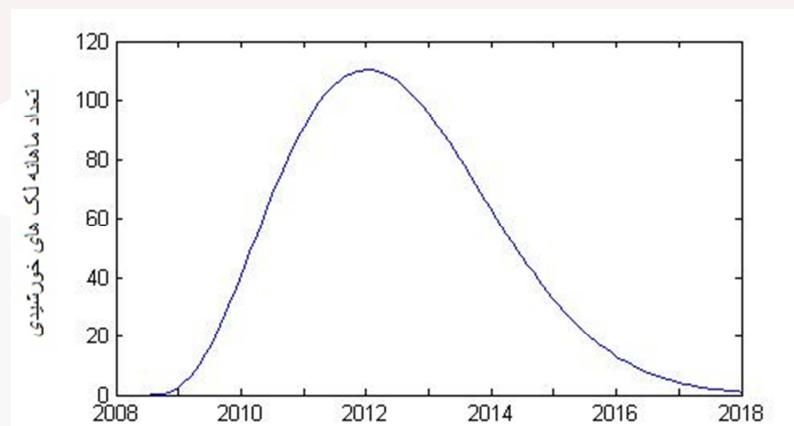
$$N_c = 1.33 R_n + 2.33 R_c + 30.9 \quad (1)$$

که  $N_c$  تعداد آشوبهای ژئومغناطیسی در چرخه فعلی،  $R_c$  دامنه تعداد لکه های خورشیدی چرخه فعلی و  $R_n$  دامنه تعداد لکه های خورشیدی چرخه آینده می باشد.

با مرتب کردن معادله ۱ خواهیم داشت:

$$R_n = 0.75 N_c - 1.75 R_c - 23.17 \quad (2)$$

حال با در دست داشتن تعداد آشوبهای ژئومغناطیسی و دامنه هر چرخه، دامنه چرخه آینده قابل محاسبه خواهد بود (Thompson,1993) و (Dabas,2008) با توجه به اینکه  $R_c$  و  $N_c$  برای چرخه 23 به ترتیب 122 و 462 است، دامنه چرخه 24 ام 110 به دست می آید(شکل ۱).



شکل ۱. پیش بینی چرخه 24 ام با استفاده از روش پیشرو

### معرفی شبکه عصبی مصنوعی

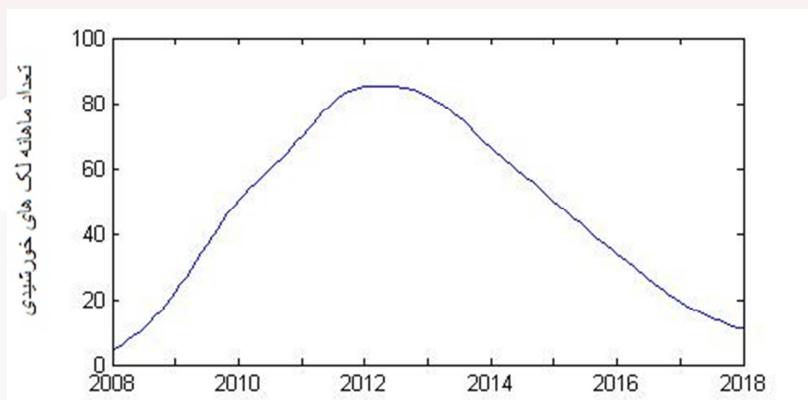
شبکه عصبی مصنوعی یک سامانه پردازشی داده ها است که از مغز انسان ایده گرفته و داده ها را با پردازنده های کوچک و بسیار زیادی پردازش می کند که به صورت شبکه ای به هم پیوسته و موازی با یکدیگر رفتار می کند تا یک مسئله را حل نماید(معصوم زاده، 1388). در این شبکه ها به کمک دانش برنامه نویسی، ساختار داده ای طراحی می شود که می تواند همانند نورون مغز عمل کند، که به این ساختار داده گره گفته می شود. سپس با ایجاد شبکه ای بین این گره ها و اعمال یک الگوریتم آموزشی به آن، شبکه را آموزش می دهند(Amari, 1994).

شبکه های عصبی می توانند در استخراج الگوها و شناسایی گرایش های مختلفی که شناسایی آنها برای انسان بسیار دشوار است، استفاده شوند. در حالت کلی در شبکه های عصبی سه نوع لایه نورونی وجود دارد:

Least square<sup>۳</sup>  
Linear fitting<sup>۴</sup>

1. لایه ورودی : دریافت اطلاعات خامی که به شبکه تغذیه شده است.
2. لایه های پنهان : عملکرد این لایه ها به وسیله ورودی ها و وزن ارتباط بین آنها و لایه های پنهان تعیین می شود.  
وزن های بین واحد های ورودی و پنهان تعیین می کند که چه وقت یک واحد پنهان باید فعال شود.
3. لایه خروجی: عملکرد این واحد به فعالیت واحد پنهان و وزن ارتباط بین واحد پنهان و خروجی بستگی دارد.

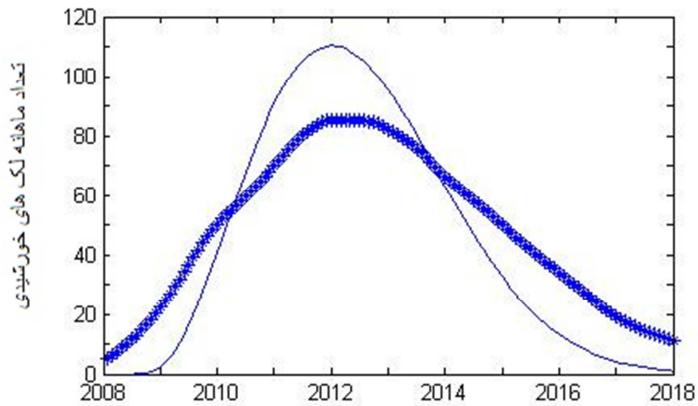
در این مقاله برای پیش بینی چرخه 24 ام از داده های ماهانه تعداد لک های خورشیدی بین سالهای 1749 تا 2008 ، برگرفته از وب سایت NOAA ، استفاده شده است. برای محاسبه و پیش بینی چرخه 24 ام خورشیدی با استفاده از نرم افزار MATLAB ، شبکه عصبی مصنوعی با 3100 ورودی و تعداد 2 تا 50 نرون در لایه پنهان و یک خروجی استفاده کرده ایم و با آموزش شبکه، تعداد لکهای خورشیدی را تا سال 2018 پیش بینی کرده ایم(شکل 2).



شکل 2 پیش بینی چرخه 24 ام با استفاده از روش شبکه عصبی مصنوعی

### نتیجه گیری

بر اساس پیش بینی روش پیشرو ماکسیمم تعداد لک های خورشیدی در چرخه 24 ام، برابر با 110 لک و در فوریه 2012 اتفاق خواهد افتاد و در مقابل شبکه عصبی مصنوعی ماکسیمم تعداد لک ها را در چرخه 24 ام، برابر با 85 لک و زمان وقوع این ماکسیمم را آوریل 2012 پیش بینی می کند. طبق پیش بینی هر دو روش طول چرخه 24 ام در حدود 10 سال خواهد بود (شکل 3).



شکل ۳ مقایسه روش پیشرو و روش شبکه عصبی مصنوعی

منحنی تیره مربوط به نتایج بدست آمده از روش شبکه عصبی مصنوعی و منحنی باریک مربوط به روش پیشرو می باشد.

## منابع

1. R.S. Dabas · Kavita Sharma · Rupesh M. Das · Solar Phys (2008) 250: 171–181
2. Thompson, R.: 1993, S. *Solar phys.* 148, 383.
3. Amari, S: 1994 “A comment on “neural networks: A review from a statistical perspective” . Statistical Science 9 (1), 31–32
4. معصوم زاده نفیسه، (1388): بررسی و پیش بینی چرخه ۲۴ ام فعالیت خورشیدی، پایان نامه کارشناسی ارشد، دانشگاه تبریز

## بررسی شرایط ناپایداری در یک دیسک نازک دوران کننده بر اساس مکانیزم گولدریش -وارد در تشکیل ریز سیارات

رضا پژوهش<sup>۱</sup>، فهیمه حبیبی<sup>۲</sup>

۱- استادیار گروه فیزیک، دانشگاه بیرجند

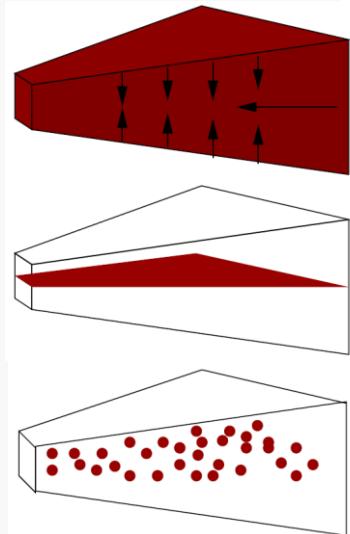
۲- دانشجوی دکترای نجوم و اختر فیزیک، دانشگاه بیرجند

### چکیده:

در این تحقیق ما به بررسی شرایط ناپایداری برای یک المان دوران کننده تحت تاثیر اغتشاش می پردازیم و این تحلیل را برای تشکیل ریز سیارات به کار می بزیم.

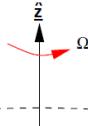
### مقدمه:

سیارات خاکی و غولهای گازی با قلب یخی در یک دیسک به وسیله برافزایش اجسام جامد کوچکی موسوم به ریز سیارات تشکیل می شوند. شواهد قوی نشان می دهد که تشکیل ریز سیارات باید در مقیاس زمانی خیلی کوچکتر در مقایسه با عمر دیسک اتفاق افتد. در این باره یک فرضیه تشکیل ریز سیارات از طریق ناپایداری گرانشی ذرات جامدی است که در صفحه میانی دیسک دایره ای مستقر هستند. این فرضیه اولین بار در ۱۹۷۳م. توسط گولدریش -وارد مطرح شد. خلاصه ای از این روش در شکل ۱ آمده است.



شکل ۱ : خلاصه ای از مکانیزم گولدریش - وارد

برای محاسبات یک المان با ضخامت ناچیز را در صفحه  $Z=0$  با چگالی سطحی ثابت  $\Sigma_0$  و سرعت زاویه ای  $\Omega = \Omega\bar{z}$  مطابق شکل ۲ در نظر می گیریم. هدف ما محاسبه پایداری در لایه در اثر اغتشاش است.



شکل ۲: هندسه برای محاسبات پایداری لایه دورانی یکنواخت

معادلات حاکم بر دوران عبارتند از :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Sigma}{\partial t} + \nabla \cdot (\Sigma \vec{V}) &= 0 \\ \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \nabla) \vec{V} &= -\frac{\nabla P}{\Sigma} - \nabla \Phi - 2\vec{\Omega} \times \vec{V} + \Omega^2 (x\vec{X} + y\vec{Y}) \end{aligned} \quad (1)$$

که در معادله تکانه، نیروهای کوریولی و مرکزگرا در چارچوب دورانی وارد شده اند. این معادلات تنها در صفحه  $z=0$  به کار می روند. پتانسل گرانشی  $\Phi$  از معادله پواسون داده می شود:

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi G \delta(z) \Sigma \quad (2)$$

در این معادلات  $\vec{V} = V_x \hat{X} + V_y \hat{Y}$  سرعت در مختصات دورانی و  $\Sigma$  چگالی سطحی و  $P = P(\Sigma)$  فشار کاملا

قائم است و سرعت صوت به صورت زیر تعریف می شود:

$$C_s^2 = \left. \frac{dP}{d\Sigma} \right|_{\Sigma=\Sigma_0} \quad (3)$$

در حالت غیر اغتشاشی ( $\Sigma = \Sigma_0, \Phi = \Phi_0, V = 0, P = P_0 = P(\Sigma)$ ) که با جایگذاری این مقادیر در معادله تکانه داریم:

$$\nabla \Phi_0 = \Omega^2 (x\hat{X} + y\hat{Y}) \quad (4)$$

با در نظر گرفتن اغتشاش هایی در چگالی سطحی، سرعت، فشار و پتانسیل به صورت زیر داریم:

$$\begin{aligned} \Sigma &= \Sigma_0 + \Sigma_1(x, y, t) \\ \vec{V} &= V_1(x, y, t) \\ P &= P_0 + P_1(x, y, t) \\ \Phi &= \Phi_0 + \Phi_1(x, y, z, t) \end{aligned} \quad (5)$$

با این فرض که عوامل اغتشاش خیلی کوچک هستند  $\Sigma_0 \ll \Sigma_1$  و غیره. با جایگذاری این مقادیر در معادله شاره و با استفاده از خطی کردن داریم:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Sigma_1}{\partial t} + \Sigma_0 \nabla \cdot V_1 &= 0 \\ \frac{\partial V_1}{\partial t} &= -\frac{C_s^2}{\Sigma_0} \nabla \Sigma_1 - \nabla \Phi_1 - 2\vec{\Omega} \times V_1 \\ \nabla^2 \Phi_1 &= 4\pi G \Sigma_1 \delta(z) \end{aligned} \quad (6)$$

و چون  $P$  تنها تابعی از  $\Sigma$  است داریم:

$$\nabla P = \left( \frac{dP}{d\Sigma} \right) \nabla \Sigma \quad (7)$$

این معادلات تنها شامل مشتقات زمان و فضا برای کمیت های اغتشاش است. چون معادلات خطی هستند، تحول برای اغتشاش مطلق می تواند به مد های فوریه تجزیه شود. با فرض بردار موج  $\bar{k}$  که در جهت محور  $\bar{x}$  است می توانیم اغتشاش را به فرم زیر بنویسیم:

$$\begin{aligned} \Sigma_1(x, y, t) &= \Sigma_a e^{i(kx-wt)} \\ \bar{V}_1 &= (V_{ax} \bar{X} + V_{ay} \bar{Y}) e^{i(kx-wt)} \\ \Phi_1 &= \Phi_a e^{i(kx-wt)} \end{aligned} \quad (8)$$

در ابتدا ما ساده سازی سیستم را به وسیله توجه به این نکته که اغتشاش در  $\Sigma$  منبع اغتشاش در  $\Phi$  است انجام می دهیم. بنابراین ما می توانیم  $\Phi_a$  را بر حسب  $\Sigma$  بنویسیم و برای فرم کلی  $\Phi_1$  (نه فقط در  $z=0$ ) داریم:

$$\Phi_1 = \Phi_a e^{i(kx-wt)} \times f(z) \quad (9)$$

که  $f(z)$  تابعی است که باید تعیین شود. از طرفی برای  $z \neq 0$  داریم:

$$\nabla^2 \Phi_1 = 0 \rightarrow \frac{d^2 f}{dz^2} = k^2 f \quad (10)$$

حل کلی معادله برای  $f$  عبارت است از:

$$f = A e^{-kz} + B e^{kz} \quad (11)$$

چون  $\Phi_1$  باید در  $\pm\infty \rightarrow z$  محدود باشد فرم کلی  $\Phi_1$  عبارت است:

$$\Phi_1 = \Phi_a e^{i(kx-wt)-kz} \quad (12)$$

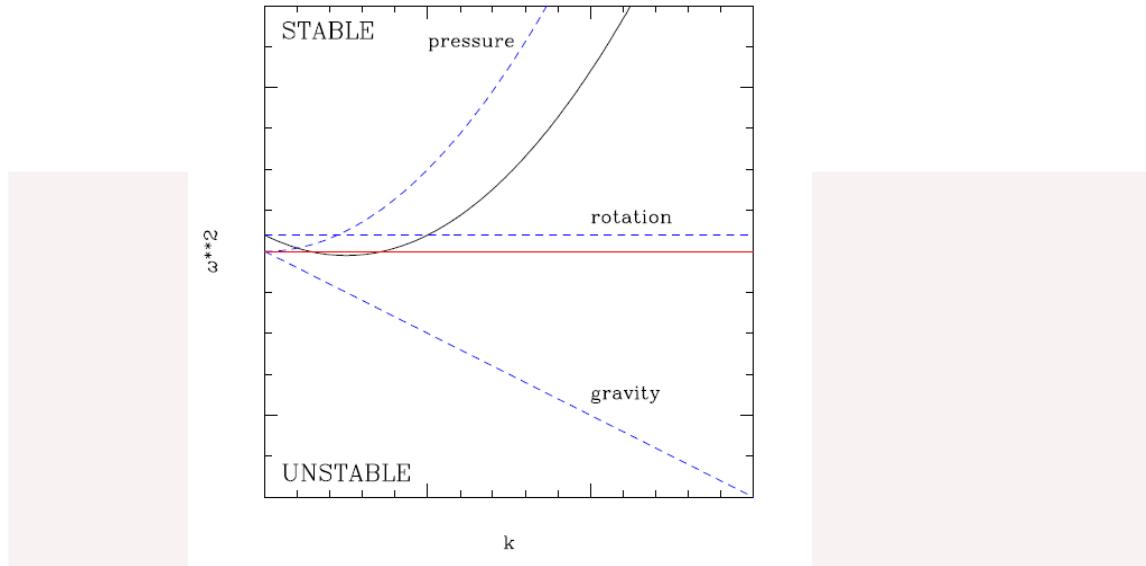
که در همه فضا معتبر است. برای تعیین  $\Phi_a$  کافی است از معادله پواسون بین  $-z = +\varepsilon$  و  $z = -\varepsilon$  در حد  $\varepsilon \rightarrow 0$  انتگرال گیری کنیم و با کمی محاسبات داریم:

$$\Phi_1 = -\frac{2\pi G \Sigma_a}{|k|} e^{i(kx-wt)-|kz|} \quad (13)$$

با قراردادن مقادیر  $\Sigma_1, V_1, \bar{V}_1$  در معادلات اغتشاش و حذف  $V_{ax}, V_{ay}$  برای نسبت رشد ( $w = f(k)$ ) برای مدهای مختلف  $k$  داریم:

$$w^2 = C_s^2 k^2 - 2\pi G \Sigma_0 |k| + 4\Omega^2 \quad (14)$$

که در این رابطه  $C_s^2 \kappa$  عامل فشار و  $2\pi G \Sigma_0 |k|$  عامل خود گرانشی و  $4\Omega^2$  عامل دورانی است. شکل ۳ نوع وابستگی به هر عامل را نشان می دهد. عامل فشار و دوران مثبت و همواره پایدار هستند در حالی که عامل گرانش باعث ناپایداری خواهد شد و به طور کلی مجموع این عوامل سبب خواهد شد که اگر  $w^2 \geq 0$ ، حالت پایدار و اغتشاش نوسانی باشد اگر  $w^2 < 0$ ، حالت ناپایدار و اغتشاش به صورت نمایی رشد کند.



شکل ۳. اثرات فشار، گرانش و دوران بر پایداری و ناپایداری دیسک نازک

بنابراین ناپایداری گرانشی می‌تواند باعث فروریزش ذرات در یک دیسک نازک دورانی شده و یک ریز سیاره را تشکیل

دهد. اگر ناپایداری رخ دهد طول موج ناپایداری پیش‌بینی شده برابر  $k_{crit} = \frac{2\pi}{\lambda_{crit}}$  که در آن  $\lambda_{crit} = 3 \times 10^8 \text{ cm}$

مقدار به ازاء  $0 = \frac{dw^2}{dk}$  است. جرم در یک چنین مسیر ناپایداری  $m \approx \pi \Sigma_{dust} \lambda_{crit}^2 \approx 3 \times 10^{18} \text{ g}$  خواهد بود که

$\rho_d = 3 \text{ g cm}^{-3}$  می‌تواند مشخص کننده یک جسم کروی با اندازه  $r = (\frac{3m}{4\pi\rho_d})^{1/3} \approx 6 \text{ km}$  به ازاء چگالی ماده باشد. مقیاس زمانی فروریزش در فاصله  $\lambda_{crit}$  از جرم :

$$t_{ff} = \sqrt{\frac{\lambda_{crit}^3}{2Gm}} \quad (15)$$

که خیلی کمتر از یک سال برای پارامترهای بالا است.

#### نتیجه گیری:

در یک دیسک نازک دوران کننده یکنواخت تنها عامل گرانشی می‌تواند باعث ناپایداری و فروریزش و تشکیل یک ریز سیاره شود.

#### مراجع:

- 1-P.Goldreich ,W.Ward ,AJ ,183,1973
- 2-P.Armitage ,Astro -ph ,485 ,2007
- 3-A.N.Youdin ,F.H.Shu ,AJ ,580,2002

## بررسی اثر میدان زمین‌مغناطیسی بر توزیع سمتی بهمن‌های گستردۀ هوایی

فضل‌علی‌زاده<sup>۱</sup>، مائدۀ<sup>۱</sup> خاکیان قمی، مهدی<sup>۱</sup>

<sup>۱</sup>دانشگاه صنعتی امیرکبیر

### چکیده

ما در این پژوهۀ بهمنظور بررسی اثر میدان زمین‌مغناطیسی بر ذرات ثانویه‌ی بهمن‌های گستردۀ هوایی، تعداد قابل توجهی بهمن را با در نظر گرفتن شرایطی مشابه با شرایط آزمایش انجام گرفته در رصدخانه‌ی البرز، توسط کد CORSIKA برای دو حالت (i) نبود میدان زمین‌مغناطیسی و (ii) در حضور این میدان تولید و بررسی کردیم، ابتدا آرایش مرکز توزیع ذرات ثانویه را تعیین نمودیم، در بررسی این پارامتر، رفتار متصادی در توزیع ذرات و پاد ذرات در حضور میدان زمین‌مغناطیسی مشاهده شد. پس از آن در بررسی توزیع ذرات سازنده‌ی هر بهمن، یک ناهمسان‌گردی شمالی-جنوبی در توزیع ذرات تولید شده به دست آمد که این نتیجه در تفاق با نتایج به دست آمده در آزمایش [۲] می‌باشد.

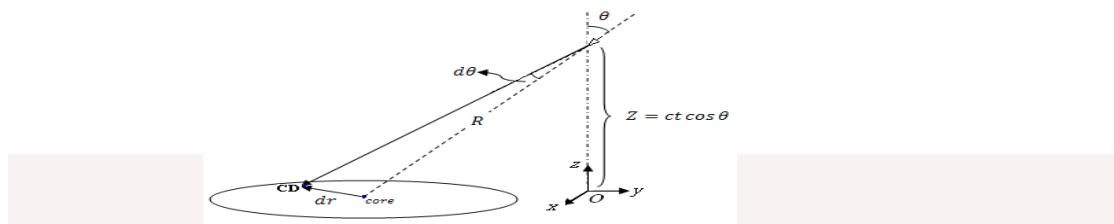
### مقدمه

توزیع پرتوهای کیهانی در نقاط مختلف کهکشان، توزیع یکسانی است. لذا برای پرتوهایی که تحت زوایای سمتی مختلف به جو وارد می‌شوند، توزیع همسان‌گردی را در توزیع سمتی انتظار داریم، چون ضخامت جو در تمام جهات برای پرتوها یکسان است. اما یک ناهمسان‌گردی شمالی-جنوبی کوچک برای پرتوهای کیهانی که در محدوده‌ی انرژی‌های چند TeV تا چند صد TeV هستند، دیده شده است که هنوز از نظر فیزیکی به خوبی شناخته شده نیست. تلاش‌های بسیاری برای درک ماهیت این ناهمسان‌گردی مشاهده شده در آرایه‌های بهمن‌های گستردۀ هوایی انجام گرفته است [۱-۳]. اثر عواملی چون شبیب زمین، تغییرات زمانی میدان زمین‌مغناطیسی و اندازه و جهت میدان زمین‌مغناطیسی در محل مشاهده‌ی پرتوهای کیهانی مورد تحلیل و اندازه‌گیری قرار گرفته است. اما هنوز هیچ کدام از روش‌ها نتوانسته است توضیح کاملی برای توجیه ناهمسان‌گردی فوق بیان کند. هدف این پژوهۀ بررسی ناهمسان‌گردی سمتی مشاهده شده در بهمن‌های گستردۀ هوایی از طریق بررسی اثر میدان زمین‌مغناطیسی بر روی ذرات سازنده‌ی این بهمن‌هاست.

میدان زمین‌مغناطیس را می‌توان به صورت میدان حاصل از یک دوقطبی با ممان مغناطیسی  $M_E = 8.1 \times 10^{20} \text{ Gs.cm}^3$  در نظر گرفت که محور آن با محور چرخش اسپینی زمین، زاویه‌ی  $11.5^\circ$  درجه دارد و در محلی قرار گرفته است که از مرکز زمین حدود  $342 \text{ km}$  به سمت اقیانوس هند فاصله دارد [۴].

### بررسی چگونگی آرایش مرکز توزیع ذرات در حضور میدان زمین‌مغناطیسی و در نبود آن

بخش اصلی ذرات تشکیل دهنده‌ی بهمن را الکترون‌ها، پوزیترون‌ها، میون‌های مثبت و میون‌های منفی می‌سازند [۵]. از آن‌جا که رفتار ذرات ثانویه تصادفی است، برای بررسی چگونگی توزیع ذرات، مختصات مرکز توزیع آن‌ها حول هسته‌ی بهمن را تعیین نمودیم. در این بررسی زاویه‌ی سرسویی اولیه‌ی بهمن‌ها را در شش گروه ( $10-20^\circ$ ،  $20-40^\circ$ ،  $40-60^\circ$  و  $60-80^\circ$  درجه) و زاویه‌ی سمتی آن‌ها در زمان ورود به جو را در سه دسته گروه‌بندی کردیم. (بهمن‌های شمالی  $[90^\circ, 270^\circ]$ ، بهمن‌های جنوبی  $[90^\circ, -90^\circ]$  و مجموع این دو حالت). در ادامه، با توجه به سرعت ذرات (c) و متوسط زمانی ذرات منطقه‌ی هسته، مختصات مرکز توزیع هر دسته از ذرات را به زوایای نهایی فرود آن‌ها تبدیل نمودیم و توزیع بهمن‌ها در سطح زمین را با توجه به زاویه‌ی سرسویی اولیه‌ی بهمن در میدان مغناطیسی به دست آوردیم. (شکل ۱)

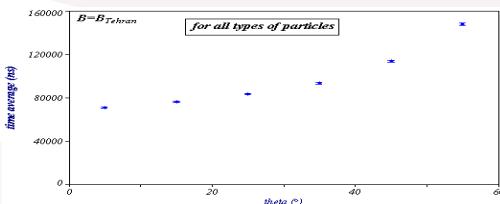


شکل ۱: هندسه‌ی فرود بهمن به سطح زمین و تبدیل مختصات مرکز توزیع ذرات به زوایای نهایی فرود ذره به زمین.

### بیان نتایج

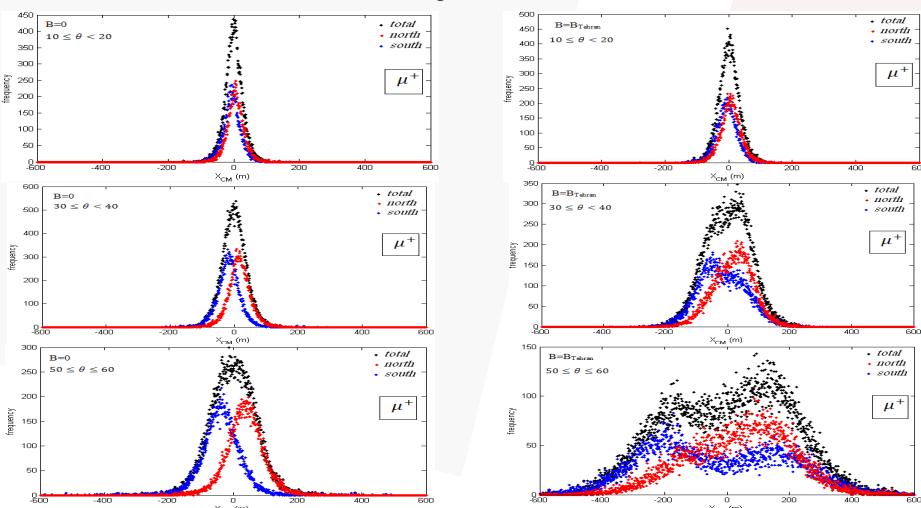
در این بررسی داده‌های شبیه‌سازی شده‌ی کد CORSIKA را در دو دسته‌ی  $B = 0$  و  $B \neq 0$  تولید کردیم تا بتوانیم با مقایسه‌ی آن‌ها نقش میدان زمین‌مغناطیسی را نشان دهیم. نتایج به دست آمده به صورت زیر بیان می‌شود.

- ۱- توزیع زمان متوسط رسیدن ذرات بهمن به سطح مشاهده، با افزایش زاویه‌ی سرسویی اولیه‌ی بهمن (به دلیل افزایش مسیر عبور ذره در جو) افزایش پیدا می‌کند (شکل ۲). لذا ما بررسی‌های دقیق‌تر در این زمینه را برای این دسته از بهمن‌ها انجام می‌دهیم.



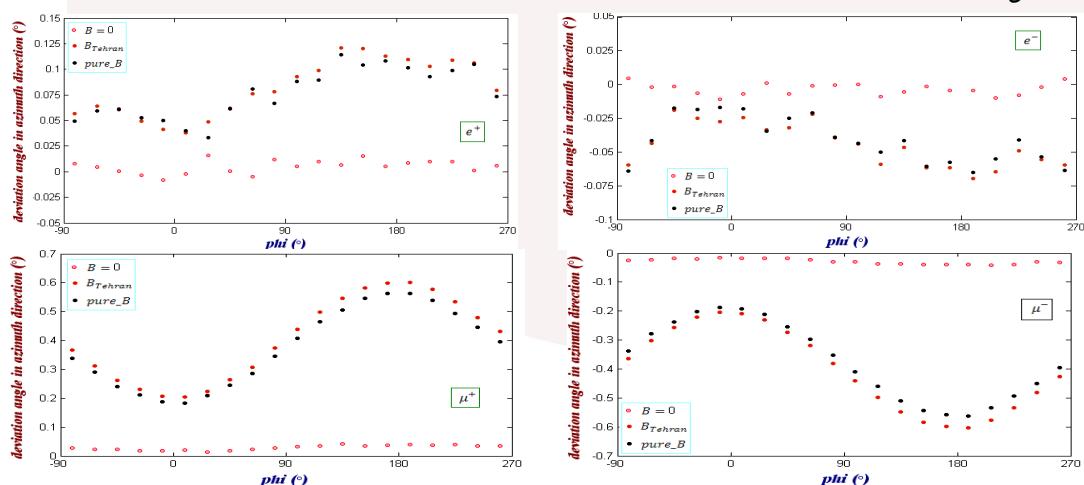
شکل ۲: نمودار توزیع زمان متوسط رسیدن ذرات بهمن با توجه به زاویه‌ی سرسویی اولیه‌ی ورود بهمن به جو.

- ۲- آرایش مرکز توزیع ذرات مختلف بهمن ( $e^+, e^-, \mu^+, \mu^-$ ) نسبت به هسته‌ی آن بهمن، در  $B = 0$  توزیعی نسبتاً متقارن است و در حضور میدان زمین مغناطیسی، این تقارن از بین می‌رود. این تغییر در زوایای سرسویی بزرگ‌تر بیشتر است و در بازه‌ی  $[50^\circ, 60^\circ]$  بیشترین مقدار خود را دارد (شکل ۳).



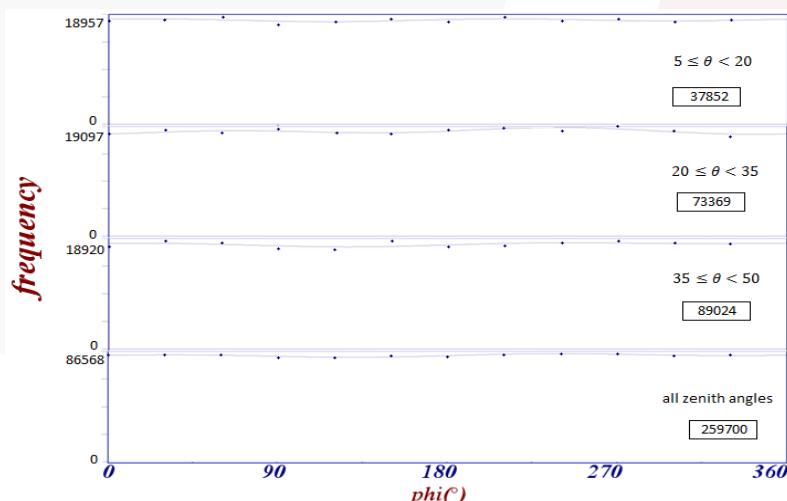
شکل ۳: توزیع مربوط به مختصه‌ی  $X$  میون مثبت در زوایای سرسویی مختلف، در حضور میدان زمین‌مغناطیسی تهران و در میدان صفر، در سه بازه‌ی زاویه‌ی سمتی (کلی  $[0^\circ, 360^\circ]$ ، شمالی  $[90^\circ, 270^\circ]$  و جنوبی  $[-90^\circ, 90^\circ]$ ).

۳- برای بهمن‌هایی با زاویه‌ی سرسویی اولیه‌ی  $[50^\circ, 60^\circ]$  که بیشترین تغییر در آرایش مرکز توزیع ذرات آنها دیده شد، یک ناهمسان‌گردی شمالی-جنوبی در توزیع سمتی ذرات آن، در حضور میدان زمین‌مغناطیسی، دیده می‌شود. این ناهمسان‌گردی در میون‌ها نسبت به الکترون‌ها حدود ۱۰ برابر بزرگ‌تر است. دلیل این مطلب را می‌توان بزرگ‌بودن طول برهم‌کنش میون‌ها ( $500 \text{ gr/cm}^2$ ) نسبت به طول برهم‌کنش الکترون‌ها ( $37 \text{ gr/cm}^2$ ) دانست. در نتیجه به میون‌ها در مدت زمان طولانی‌تری بر اثر میدان زمین‌مغناطیسی نیرو وارد می‌شود. و انحراف آنها از راستای اولیه‌ی حرکتشان بیشتر است (شکل ۴).



شکل ۴: توزیع سمتی انحراف مراکز توزیع ذرات مختلف نسبت به راستای محور بهمن در  $[50^\circ, 60^\circ]$ .

۴- توزیع سمتی بهمن‌ها با توجه به زاویه‌ی سرسویی اولیه‌ی هر بهمن در شکل ۵ نشان داده شده است.تابع ناهمسان‌گردی  $A(\phi) = A_0(1 + A_I \cos(\phi - \varphi_I) + A_{II} \cos(2\phi - \varphi_{II}))$  بر نمودارها برازش و نتایج آن در جدول ۱ گزارش داده شده است.



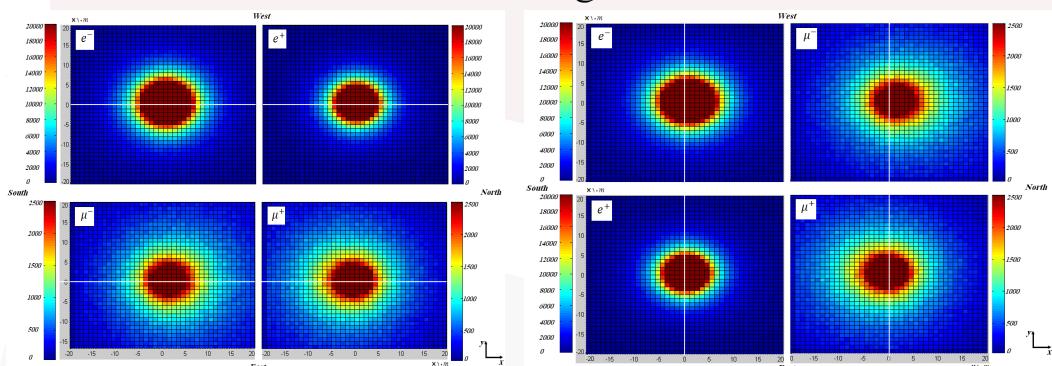
شکل ۵: توزیع بهمن‌ها در سطح زمین با توجه به زاویه‌ی سرسویی اولیه‌ی ورود بهمن به جو و در میدان زمین‌مغناطیسی خالص.

جدول ۱: ضرایب حاصل از برآورد تابع ناهمسان‌گردی بر توزیع بهمن‌ها با توجه به زوایای سرسوی اولیه آن‌ها.

	$0 \leq \theta < 20$	$20 \leq \theta < 35$	$35 \leq \theta < 50$	$50 \leq \theta \leq 60$
$A_I$	۰,۰۰۳۳	۰,۰۱۶۸	۰,۰۱۶۲	۰,۰۱۰۳
$A_{II}$	۰,۰۱۲۲	۰,۰۲۰۹	۰,۰۰۸۹	۰,۰۰۹۷
$\varphi_I$	۲۹۳	۲۲۰	۳۰۱	۲۸۲
$\varphi_{II}$	۵۳	۱۲۶	۷۹	۶۹

## بحث و پیشنهادها

در ادامه به منظور مطالعه دقیق‌تر مسئله، توزیع ذرات یک بهمن را مورد بررسی قرار داده‌ایم. توزیع ذرات مختلف یک بهمن و مقایسه‌ی ناهمسان‌گردی شمالی-جنوبی و شرقی-غربی آن‌ها در حضور میدان مغناطیسی در شکل ۶ نمایش داده شده است. با توجه به ناهمسان‌گردی مشاهده شده و همخوانی روند این مشاهده با نتایج آزمایش [۲]، پیش‌بینی ما این است که تحلیل بیش‌تر مسئله از این دیدگاه ما را به نتایج مطلوبی در این زمینه می‌رساند.



شکل ۶: نمایش توزیع ذرات مختلف یک بهمن و مقایسه‌ی ناهمسان‌گردی شمالی-جنوبی (در سمت راست) و غربی-شرقی (در سمت چپ) آن در حضور میدان زمین‌مغناطیسی تهران.

یکی دیگر از نکات مهم در بررسی رفتار بهمن‌ها، توجه به نحوه گسترش یک بهمن در جو است که در نزدیکی سطح زمین پهن شدگی بهمن نسبت به عمق‌های اولیه‌ی جو بسیار بیش‌تر است. لذا به نظر می‌رسد یافتن عمقی از جو که ذرات از آن محل به دلیل کاهش انرژی خود با زاویه‌ی بزرگ‌تری منحرف خواهند شد، در ادامه‌ی بررسی مؤثر باشد.

## مرجع‌ها

- [۱] A.A. Ivanov, et al., *JETP letters* ۶۹, ۲۸۸ (۱۹۹۹)
- [۲] M. Bahmanabadi, et al., *Experimental Astronomy* ۱۳, ۳۹-۵۷ (۲۰۰۲)
- [۳] H. H. He, et al., *Astroparticle Physics* ۲۷, ۵۲۸ (۲۰۰۷)
- [۴] L. I. Dorman, *Cosmic Rays in Magnetospheres of the Earth and other Planets*, Springer ۹ (۲۰۰۸)
- [۵] C. Grupen, *Astroparticle Physics*, Springer ۱۵۷ (۲۰۰۵)

## Torsional Alfvén waves in stratified and expanding magnetic flux tubes

K. Bahari<sup>1</sup> and K. Karami<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Department of Physics, Institute for Advanced Studies in Basic Sciences, Gavazang Road, P.O. Box 45195-1159, Zanjan, Iran

<sup>2</sup>Department of Physics, University of Kurdistan, Pasdaran St., P.O. Box 66177-15175, Sanandaj, Iran

The effects of both density stratification and magnetic field expansion on torsional Alfvén waves in magnetic flux tubes are studied. The frequencies, the period ratio  $P_1/P_2$  of the fundamental and its first-overtone, and eigenfunctions of torsional Alfvén modes are obtained. Our numerical results show that the density stratification and magnetic field expansion have opposite effects on the oscillating properties of torsional Alfvén waves.

PACS numbers: 05.10.-a ,05.10.Gg, 98.70.Vc

### I. INTRODUCTION

Hannes Alfvén [1] predicted the existence of Alfvén wave which is one of the magnetohydrodynamic (MHD) waves propagating in magnetized plasmas such as the solar atmosphere. Torsional Alfvén waves can be observed as temporal and spatial variations in spectral emission along the coronal loops [2]. They are an ideal tool for coronal seismology as their phase speed depends on plasma quantities within the loop alone, while wave speeds of magnetosonic oscillations are influenced by plasma conditions in the ambient medium [3]. More recently, torsional Alfvén waves in the solar atmosphere were discovered by Jess et al. [4] using the high-resolution Swedish Solar Telescope.

People have paid special attention to the nonlinear effects of torsional Alfvén modes. It was demonstrated numerically that the observed spiky intensity profiles due to impulsive energy releases could be obtained from nonlinear torsional waves (see e.g. Moriyasu et al. [5]; Antolin et al. [6]). Taroyan [7] showed that small-amplitude Alfvén waves can be amplified into the nonlinear regime by the presence of siphon flows in coronal loops.

Zaqarashvili & Murawski [3] investigated the evolution of torsional Alfvén waves in longitudinally inhomogeneous coronal loops. They concluded that the inhomogeneous mass density field leads to the reduction of a wave frequency of torsional oscillations, in comparison to that estimated from mass density at the loop apex. Also this frequency reduction results from the decrease of an average Alfvén speed as far as the inhomogeneous loop is denser at its footpoints.

Copil, Voitenko & Goossens [8] studied torsional Alfvén waves in twisted small scale current threads of the solar corona. They showed that the trapped Alfvén eigenmodes do exist and are localized in thin current threads where the magnetic field is twisted. They pointed out that the wave spectrum is discrete in phase velocity, and the number of modes is finite and depends on the

amount of the magnetic field twist. Also the phase speeds of the modes are between the minimum of the Alfvén speed in the interior and the exterior Alfvén speed.

Verth, Erdélyi & Goossens [9] studied the observable properties of torsional Alfvén waves in both thin and finite-width stratified and expanding magnetic flux tubes. They demonstrated that for thin flux tubes, observation of the eigenmodes of torsional Alfvén waves can provide temperature diagnostics of both the internal and surrounding plasma. They also showed that in the finite-width flux tube regime, these waves are the ideal magneto-seismological tool for probing radial plasma inhomogeneity in solar waveguides.

All mentioned in above motivate us to have further investigates on torsional Alfvén waves by considering the effects of both density stratification and magnetic field expansion on the frequencies and eigenfunctions of torsional Alfvén modes in the magnetic flux tubes. This paper is organized as follows. In Section 2 we introduce the model and derive the equations of motion. In Section 3 we give numerical results. Section 4 is devoted to conclusions.

### II. MODEL AND EQUATIONS OF MOTION

We consider an expanding magnetic flux tube of length  $2L$  with longitudinal plasma density as typical coronal loop. The tube is assumed to be thin,  $r_a/L \ll 1$ , where  $r_a$  is the tube radius at the apex. Following Ruderman, Verth & Erdélyi [10] and Verth & Erdélyi [11], the background magnetic field is assumed to has both radial and axial components with  $r$ - and  $z$ -dependence, i.e.  $B_r = B_r(r, z)$  and  $B_z = B_z(r, z)$ . The coronal plasma is nearly zero- $\beta$  and this yields the magnetic field to be force free. For the selected magnetic field, the electrical current is in the  $\phi$ -direction. Hence the force free condition, i.e.  $\mathbf{J} \times \mathbf{B} = 0$ , is satisfied when the electrical current  $\mathbf{J} = \nabla \times \mathbf{B} = 0$ . The background magnetic field can be related to a vector potential field  $\mathbf{A}$  as

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}, \quad (1)$$

where

$$\mathbf{A} = \frac{\psi(r, z)}{r} \mathbf{e}_\phi. \quad (2)$$

Therefore the radial and axial components of the magnetic field can be expressed in terms of the scalar potential  $\psi$  as

$$B_r = \frac{-1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z}, \quad B_z = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r}, \quad (3)$$

where the magnetic field here is perpendicular to  $\nabla \psi(r, z)$ , i.e. the magnetic field lines lie in the surface  $\psi(r, z) = \text{constant}$ . Hence, the equation of the tube boundary is given by  $\psi(r, z) = \psi_0$ , where  $\psi_0$  is a constant. Here, our aim is to study the torsional Alfvén waves in which the surface of the flux tube  $\psi = \psi_0$  has an oscillating motion in the azimuthal direction. If we apply the force free condition  $\nabla \times \mathbf{B} = 0$  to the equilibrium magnetic field (1), we obtain a partial differential equation for  $\psi$  as

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = 0. \quad (4)$$

Verth & Erdélyi [11] solved the above equation and found the  $z$ -component of the magnetic field as

$$B_z(z) = B_{z,f} \left\{ 1 + \frac{(1 - \Gamma^2)}{\Gamma^2} \frac{\left[ \cosh\left(\frac{z}{L}\right) - \cosh(1) \right]}{1 - \cosh(1)} \right\}, \quad (5)$$

and the radius of the magnetic flux tube boundary as

$$r(z) = r_f \left\{ 1 + \frac{(1 - \Gamma^2)}{\Gamma^2} \frac{\left[ \cosh\left(\frac{z}{L}\right) - \cosh(1) \right]}{1 - \cosh(1)} \right\}^{-1/2}, \quad (6)$$

where  $B_{z,f} = B_z(\pm L)$  and  $r_f = r(\pm L)$  are  $z$ -component of the magnetic field and the radius of flux tube at the loop footpoints, respectively. Also  $\Gamma = \frac{r_a}{r_f} = \frac{r(0)}{r(\pm L)}$  is the tube expansion factor which is defined as ratio of the tube radius at the apex ( $z = 0$ ) to the tube radius at the footpoints ( $z = \pm L$ ). For a tube with constant cross section, the expansion factor is unity but for an expanding flux tube we have  $\Gamma > 1$ . As Ruderman, Verth & Erdélyi [11] emphasized the important property of this particular model is that it can describe only magnetic tubes with relatively small expansion factors, definitely smaller than 1.87. We also take into account the effect of density stratification and assume that the density varies exponentially with the height,  $h$ , in the atmosphere as  $\rho = \rho_f e^{-\frac{h}{H}}$ . Here  $\rho_f$  is the density at the footpoints and  $H$  is the density scale height. Following Ruderman, Verth & Erdélyi [10] for a half-circle loop with length  $2L$  the density can be written as

$$\rho(z) = \rho_f \exp\left[-2\mu \cos\left(\frac{\pi z}{2L}\right)\right], \quad \mu := \frac{L}{\pi H}, \quad (7)$$

where  $\mu$  is defined as stratification parameter.

The linearized MHD equations for a zero- $\beta$  plasma are

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial t^2} = \frac{1}{4\pi\rho} (\nabla \times \delta \mathbf{B}) \times \mathbf{B}, \quad (8)$$

$$\delta \mathbf{B} = \nabla \times (\xi \times \mathbf{B}), \quad (9)$$

where  $\xi = (0, 0, \xi_\phi)$  is the Lagrangian displacement of the plasma and  $\delta \mathbf{B} = (0, 0, \delta B_\phi)$  is the Eulerian perturbation in the magnetic field. Note that in Eq. (8) due to the force free background magnetic field, the term  $\frac{1}{4\pi\rho} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \delta \mathbf{B}$  is absent.

We rewrite Eqs. (8) and (9) in components as

$$\frac{\partial^2 \xi_\phi}{\partial t^2} = \frac{1}{4\pi\rho} \left[ \frac{B_r}{r} \frac{\partial(r\delta B_\phi)}{\partial r} + B_z \frac{\partial \delta B_\phi}{\partial z} \right], \quad (10)$$

$$\delta B_\phi = \frac{\partial(B_r \xi_\phi)}{\partial r} + \frac{\partial(B_z \xi_\phi)}{\partial z}. \quad (11)$$

Now like Ruderman, Verth & Erdélyi [10] and Verth, Erdélyi & Goossens [9] we use a non-orthogonal flux coordinate system in which  $\psi$  becomes an independent variable instead of  $r$ , i.e.  $r = r(\psi, z)$ . In this coordinate system, an arbitrary function  $f(r, z)$  will be transformed to another function  $F(\psi, z)$  as  $f(r, z) = F(\psi(r, z), z)$ . Therefore, using Eq. (3) the  $r$  and  $z$  partial derivatives of  $f$  transform to

$$\left( \frac{\partial f}{\partial r} \right)_z = r B_z \frac{\partial F}{\partial \psi}, \quad \left( \frac{\partial f}{\partial z} \right)_\psi = \frac{\partial F}{\partial z} - r B_r \frac{\partial F}{\partial \psi}. \quad (12)$$

Differentiating the identities  $\psi = \psi(r(\psi, z), z)$  and  $r = r(\psi(r, z), z)$  with respect to  $z$  and using Eq. (3) one can get

$$\frac{\partial r}{\partial z} = \frac{B_r}{B_z}, \quad \frac{\partial r}{\partial \psi} = \frac{1}{r B_z}. \quad (13)$$

Using Eqs. (12) and (13) one can rewrite the field Eqs. (10) and (11) as

$$\frac{\partial^2 \xi_\phi}{\partial t^2} = \frac{B_z}{4\pi r \rho} \frac{\partial(r\delta B_\phi)}{\partial z}, \quad (14)$$

$$\delta B_\phi = r B_z \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\xi_\phi}{r} \right). \quad (15)$$

Substituting Eq. (15) into (14) and considering the time-dependence as  $e^{-i\omega t}$  the result yields

$$\frac{B_z}{4\pi r} \frac{\partial}{\partial z} \left[ r^2 B_z \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{\xi_\phi}{r} \right) \right] + \rho \omega^2 \xi_\phi = 0, \quad (16)$$

where the variables  $B_z(z)$ ,  $r(z)$  and  $\rho(z)$  are given by Eqs. (5), (6) and (7), respectively. In the next section we solve the above differential equation using the suitable boundary conditions to obtain the eigenvalues  $\omega$  and the eigenfunctions  $\xi_\phi(z)$ .

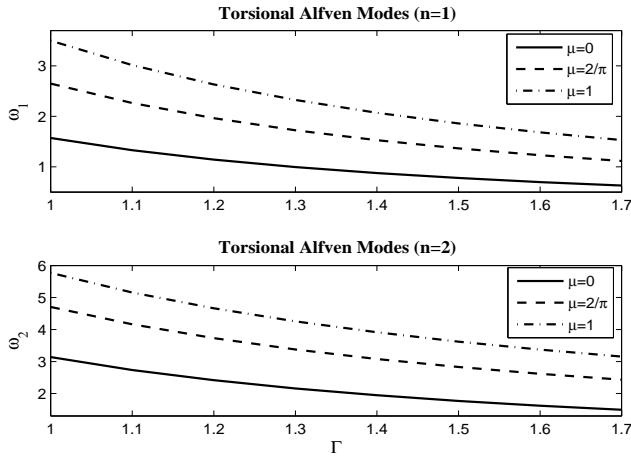


FIG. 1. Frequencies of the fundamental and first-overtone torsional Alfvén modes versus the expansion factor,  $\Gamma = \frac{r_f}{r_a}$ , for different stratification parameter  $\mu = 0$  (solid line),  $2/\pi$  (dashed line) and 1 (dash-dotted line). The loop parameters are:  $2L = 10^5$  km,  $\rho_f = 2 \times 10^{-14}$  gr cm $^{-3}$ ,  $B_{z,f} = 100$  G. Frequencies are in units of Alfvén frequency,  $\omega_A = 0.02$  rad s $^{-1}$ .

### III. NUMERICAL RESULTS

Here, we solve Eq. (16) using the shooting method to obtain both the eigenfrequencies and eigenfunctions of torsional Alfvén waves in stratified and expanding magnetic flux tube. We use the rigid boundary conditions and assume that  $\xi_\phi(-L) = \xi_\phi(L) = 0$ . As typical parameters for a coronal loop, we assume  $2L = 10^5$  km,  $\rho_f = 2 \times 10^{-14}$  gr cm $^{-3}$  and  $B_{z,f} = 100$  G. For such a loop, one finds Alfvén speed  $v_A = \frac{B_{z,f}}{\sqrt{4\pi\rho_f}} = 2000$  km s $^{-1}$  and Alfvén frequency  $\omega_A := \frac{v_A}{2L} = 0.02$  rad s $^{-1}$ .

The effects of magnetic field expansion and density stratification on the frequencies of the fundamental and first-overtone  $n = 1, 2$  torsional Alfvén modes are displayed in Fig. 1. Figure 1 also shows that for a given stratification parameter  $\mu$ , the frequencies of the fundamental and first-overtone modes decrease with increasing the expansion factor  $\Gamma$ . This result is in agreement with that obtained by Ruderman, Verth & Erdélyi [10] for the kink modes.

The period ratio  $P_1/P_2$  of the fundamental and first-overtone  $n = 1, 2$  torsional Alfvén modes versus the expansion factor and stratification parameter is plotted in Fig. 2. Note that the period ratio is used as a seismological tool to investigate e.g., longitudinal structure ([12] and [13]) and radial structure [9] of magnetic loops. Figure 2 reveals that for a given  $\mu$ , the period ratio  $P_1/P_2$  increases with increasing the expansion factor. This is in agreement with the result obtained by Verth & Erdélyi [11] for the kink body modes.

From Figs. 1 to 2 one can conclude that the magnetic field expansion and density stratification have opposite effects on the frequencies and period ratio  $P_1/P_2$  of tor-

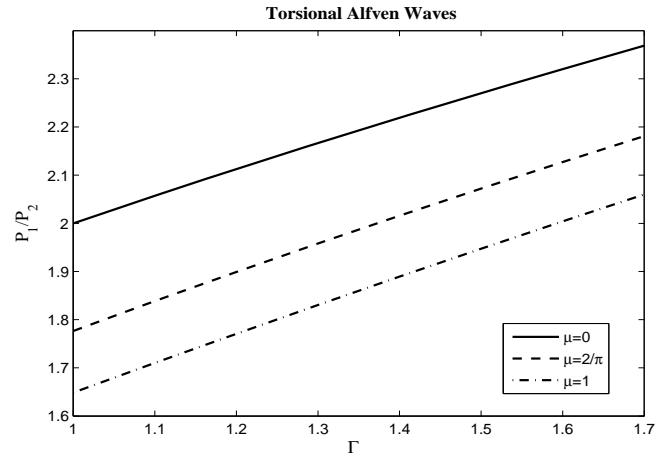


FIG. 2. The period ratio  $P_1/P_2$  of the fundamental and first-overtone torsional Alfvén waves versus the expansion factor for different stratification parameter  $\mu = 0$  (solid line),  $2/\pi$  (dashed line) and 1 (dash-dotted line). Auxiliary parameters as in Fig. 1.

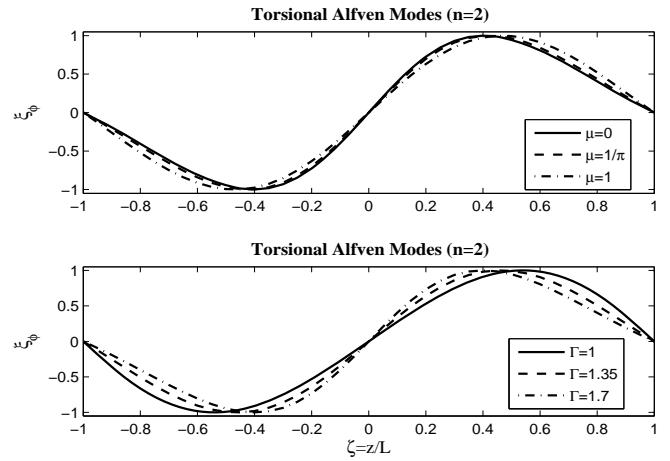


FIG. 3. Eigenfunctions of the first-overtone torsional Alfvén modes against fractional length  $\zeta = z/L$  for different expansion factor and stratification parameter. In the up panel  $\Gamma = 1.5$  and in the down panel  $\mu = 0.5$ . Auxiliary parameters as in Fig. 1.

sional Alfvén modes. This is expected because as a result of magnetic field expansion, Alfvén speed becomes smaller at the loop apex and the travel time of wave between the two footpoints becomes greater. But density stratification causes Alfvén speed becomes greater at the loop apex. Hence, the travel time of wave between the two footpoints becomes smaller.

Here, we also investigate the effects of both the magnetic field expansion and density stratification on the eigenfunctions of torsional Alfvén modes. To illustrate this in more detail, the eigenfunctions of the first-overtone torsional Alfvén modes for the different values of  $\mu$  and  $\Gamma$  are displayed in Fig. 3. It shows that as a result of density stratification, the anti-nodes of the first-overtone eigenfunction shift away from the loop apex ( $z = 0$ ). This result was also obtained by Andries, Ar-

regui & Goossens [13] for kink modes. Figure 3 clears also that in the presence of magnetic field expansion, the anti-nodes shift towards the loop apex which is in agreement with the result obtained by Verth & Erdélyi [11] for the kink body modes.

#### IV. CONCLOSIONS

Here, the effects of density stratification and magnetic field expansion on torsional Alfvén waves in coronal loops are studied. To do this, a typical coronal loop is considered as an expanding magnetic flux tube that undergoes a density varying along the tube. The linearized MHD equations are reduced to an eigenvalue problem for the azimuthal component of the Lagrangian displacement of the plasma. Using the shooting method and under the rigid boundary conditions for the loop footpoints, both the eigenfrequencies and eigenfunctions of the fundamental and first-overtone torsional Alfvén modes are obtained. Our numerical results show the following.

- i) For a given density stratification parameter  $\mu$ , the frequencies of the fundamental and first-overtone torsional Alfvén modes decrease and the period ratio  $P_1/P_2$  increases when the magnetic field expansion factor  $\Gamma$  increases.
- ii) For a given  $\Gamma$ , the frequencies of the fundamental and first-overtone torsional Alfvén modes increase and the period ratio  $P_1/P_2$  decreases when  $\mu$  increases.
- iii) Both the density stratification and magnetic field expansion shift the location of the anti-nodes of the first-overtone torsional Alfvén modes but in the apposite directions.

All mentioned in above illustrate that the density stratification and magnetic field expansion have opposite effects on the oscillating properties of torsional Alfvén waves.

- [7] Taroyan, Y., 2009, *Astrophys. J.*, 694, 69.
- [8] Copil, P., Voitenko, Y., Goossens, M., 2010, *Astron. Astrophys.*, 510, A17.
- [9] Verth, G., Erdélyi, R., Goossens, M., 2010, *Astrophys. J.*, 714, 1637.
- [10] Ruderman, M.S., Verth, G., Erdélyi, R., 2008, *Astrophys. J.*, 686, L15.
- [11] Verth, G., Erdélyi, R., 2008, *Astron. Astrophys.*, 486, 1015.
- [12] Andries, J., Goossens, M., Hollweg, J.V., Arregui, I., Van Doorsselaere, T., 2005, *Astron. Astrophys.*, 430, 1109.
- [13] Andries, J., Arregui, I., Goossens, M., 2009, *Astron. Astrophys.*, 497, 29.

- 
- [1] Alfvén, H., 1942, *Nature*, 150, 405.
  - [2] Zaqrashvili, T.V., 2003, *Astron. Astrophys.*, 399, L15.
  - [3] Zaqrashvili, T.V., Murawski, K. 2007, *Astron. Astrophys.*, 470, 353.
  - [4] Jess, D.B., Mathioudakis, M., Erdélyi, R., Crockett, P.J., Keenan, F.P., Christian, D.J., 2009, *Science*, 323, 1582.
  - [5] Moriyasu, S., Kudoh, T., Yokoyama, T., Shibata, K., 2004, *Astrophys. J.*, 601, L107.
  - [6] Antolin, P., Shibata, K., Kudoh, T., Shiota, D., Brooks, D., 2008, *Astrophys. J.*, 688, 669.

## Magnetic and Thermal Structure of Penumbral Filaments Observed with Hinode Solar Optical Telescope

N. Jamshidi, Z. Amarloo and H. Hamedivafa<sup>1</sup>

Department of Physics, Faculty of Science, Imam Khomeini International University, Qazvin, Iran

<sup>1</sup>vafa@ikiu.ac.ir

We performed an advanced inversion of spectropolarimetric data recorded by Hinode/SOT, [16], in two visible spectral lines of Fe I at 630.15 nm and 630.25 nm using SIR code, [11]. We used two independent magnetic components inside each pixel to reproduce the irregular Stokes profiles in the penumbra, and studied the atmospheric properties of the two retrieved components at the layer of  $\log(\tau) = -0.5$ . One of them, background component (spine), consists of stronger and more vertical magnetic fields with no considerable flow. The other component, flux tube component (intraspine), has weaker and more horizontal magnetic fields and shows considerable line-of-sight velocities.

### I. INTRODUCTION

The sunspot is one of the most important structures in the solar photosphere. Each sunspot is characterized by a dark core, the umbra, and a less dark halo, the penumbra. The appearance of the penumbra in intensity is engraved by radially aligned alternating bright and dark structures, the penumbral filaments. At high spatial resolution (0.1 arcsec), penumbral filaments are observed to consist of a central dark lane (core) and two lateral brightenings, [6]. Expectations are high that such dark-cored filaments are the basic building blocks of the penumbra. Ruiz Cobo and Bellot Rubio, [10], investigate the origin of dark cores in penumbral filaments and the surplus brightness of the penumbra. The picture of the magnetic field structure of the penumbra has strongly evolved over the two last decades.

It is now widely accepted that the horizontal structure of the sunspot penumbra is composed of two magnetic components, [13,2]. One of them possesses a somewhat inclined ( $\sim 40\text{-}50^\circ$  with respect to the local vertical direction) and strong ( $\sim 2000$  Gauss) magnetic field, whereas the other component, is characterized by a weaker ( $\sim 1200$  Gauss) and more inclined ( $\sim 90^\circ$ ) magnetic field. They are usually referred to as spines and intraspines, respectively. Their presence has observationally been confirmed [3,1].

Traditionally, these two magnetic components have been identified with a horizontal flux tube (intraspine), which carries the Evershed flows, embedded in a more vertical background magnetic field (spine). This picture is called uncombed model or embedded flux tube model which proposed by Solanki & Montavon, [14], and further developed by Martinez Pillet, [9], to explain the broadband circular polarization observations in sunspots. Schlichenmaier et al., [12], made simulations of the temporal evolution of such flux tubes, initially placed at the sunspot magnetopause. They rise by magnetic buoyancy

and quickly become horizontal in the photosphere. At the same time, a strong Evershed flow develops due to gas pressure gradients that build up during the rise. The tubes are hotter than the surrounding plasma and appear as bright penumbral filaments. These filaments gradually cool down due to radiative losses.

This view has been challenged by Spruit & Scharmer, [15], who propose instead that the penumbra is formed by magnetic field-free plumes that pierce the penumbral magnetic field from beneath. This model is called gappy penumbral model.

However, these two mentioned models are the most successful models explaining the uncombed penumbral structure. In this work, we intend to study the magnetic and thermal structure of a dark cored penumbral filament using full Stokes parameters. The data set is described in section 2. Section 3 describes the data analysis and the findings, and section 4 and 5 are devoted to the results and conclusion, respectively.

### II. OBSERVATION AND DATA SET

The data analyzed here were recorded by the spectropolarimeter (SP), [8], of the Solar Optical Telescope onboard the Hinode satellite, [16]. This instrument measures the Stokes profiles of the two Iron lines at 630.15 nm and 630.25 nm. Normal SP scans of NOAA 10930, providing a spatial resolution of 0.32 arcsec and a noise level of  $10^{-3}I_{cont}$  ( $I_{cont}$  is the continuum intensity averaged in the quiet Sun) were taken on December 11, 2006, when the spot located at heliocentric angle of  $8^\circ$ , very close to the disk center. Fig.1 shows the largest umbra of the sunspot as reconstructed from the continuum intensities of the 630.25 nm line at far red wing. This part of the sunspot has negative (downward) magnetic polarity.

The dark cored filaments are more visible and easier to identify where the penumbral filamentary structure is orientated along the symmetry line from spot center

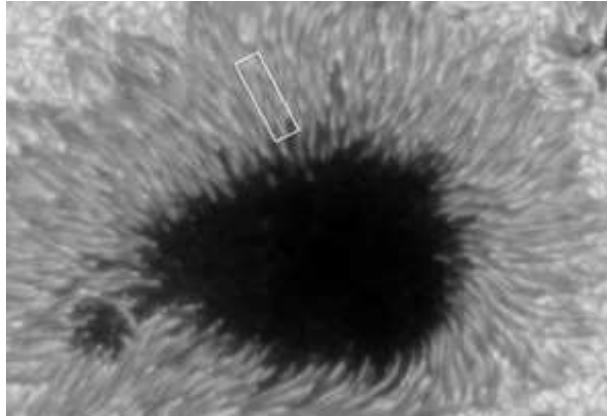


FIG. 1. Continuum Intensity map of NOAA 10930. The rectangle marks region, described in text. It lies on the center side of penumbra, around the line of symmetry.

to the solar disk center, [7]. We therefore restricted the analysis to a region at the center-side of the penumbra.

Therefore, we have selected a region enclosed by a rectangle containing a penumbral filament (Fig.1 & 2a). This filament lies on the center-side of the penumbra.

### III. DATA ANALYSIS AND FINDINGS

The observed Stokes spectra have been inverted using the SIR code (Stokes Inversion based on Response function), [11]. It is a one-dimensional inversion code working under the assumption of local thermodynamic equilibrium and hydrostatic equilibrium. This code computes synthetic Stokes profiles (hopefully) similar to the observed spectral lines based on the synthetic atmospheric models. Starting with an initial guess model, the synthetic profiles were iteratively fitted to the observed profiles using response function, and merit function is minimized.

In this work the inversion code looks for the best solution in a space of 8 free parameters specified by nodes. We use four nodes (a 3rd degree polynomial) for temperature ( $T$ ), and one node (constant with depth) for magnetic field strength ( $B$ ), inclination ( $\gamma$ ), azimuth ( $\phi$ ), and line-of-sight velocity ( $V_{LOS}$ ).

For each pixel we compute the value of the temperature, field strength, LOS velocity, and field inclination around the layer of  $\log(\tau) = -0.5$ . This is the optical depth where the Stokes profiles of the Fe I lines are more sensitive to the physical conditions of the atmosphere, [4,5].

We assumed a single magnetic component in the umbral part of the rectangular selected region, while for all pixels in the penumbral parts, the inversion setup uses two independent magnetic components in each pixel.

An enhanced signal of Stokes V can be caused by either temperature changes or magnetic field differences or

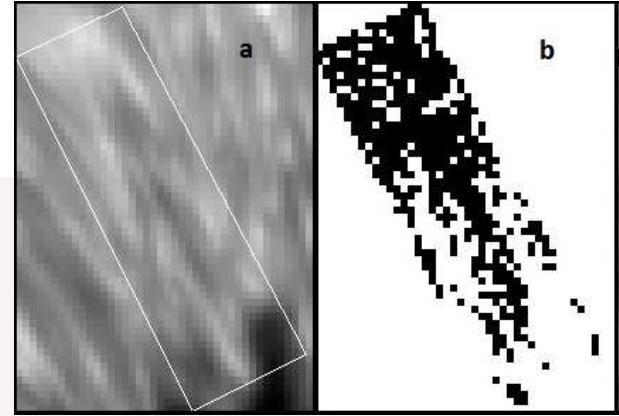


FIG. 2. a) The enlarged view of the continuum image of the selected penumbral filament. b) The final mask. We use one-component inversion for white pixels and two-component inversion for black ones.

Doppler shifts. But the asymmetric profiles (like Fig.3) suggest that the main cause of the enhancements is different Doppler shifts of Stokes V profiles of, at least, two unresolved components in the resolution elements; Because the former two factors are expected to influence both the red and blue wings evenly.

We construct two magnetograms using the signal values in the far blue and red wings ( $280mA^{\circ}$  away from the line center) of the 630.15 nm line of the observed Stokes V profiles. Then, to identify pixels with regular profiles we created two masks of these magnetograms. Each pixel with signals less than three times the noise is specified as a regular profile which needs one-component inversion. Pixels with strong V signals can be either in one or two component. We use magnetic filling factor to identify increased Stokes V signals which made because of temperature or magnetic field gradients. So the 3rd mask created to show pixels with filling factor less than 0.2 or greater than 0.8.

The final mask (Fig.2b) is a map of the locations, where both of the criteria happened. Therefore, white pixels have weak stokes V signals and filling factors less than 0.2 or greater than 0.8 and we use one-component inversion for them, and two-component inversion for black ones.

The results of the inversion must thus be sorted somehow to show the maps of spine and intraspine separately. We used the inclination as a criterion for separating the two inverted components (only for two-component inversion) into two different maps related to spine and intraspine: The more vertical component is assumed to be the spine, and the more inclined component to be the intraspine as are expected based on observations, [3,1].

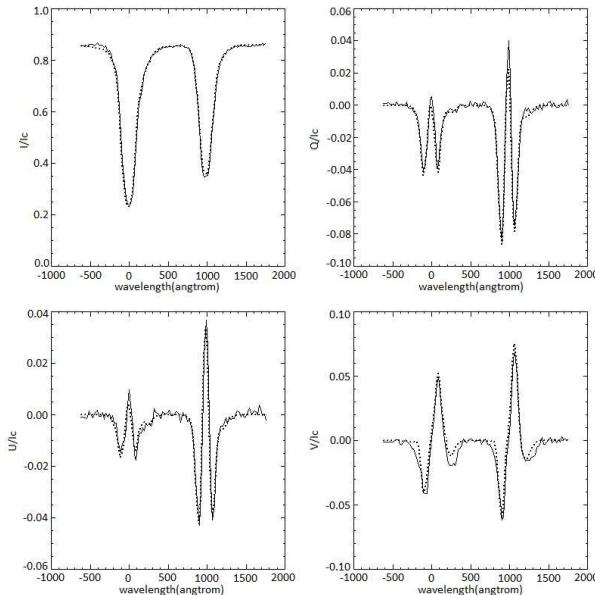


FIG. 3. Stokes I, Q, U and V profiles of one of the pixels of the filament displayed in Fig.1. The solid lines are the observed, and the dotted lines are the best-fit (inverted) profiles.

#### IV. RESULTS

A comparison of the measured (observed) profiles with the best fit (inverted) profiles for one pixel located on the filament can be seen in Fig.3. Fig.4 shows the resulted atmospheric parameters: field inclination with respect to the LOS (the surface normal), magnetic field strength, LOS velocity and temperature. The two inversion components have been separated by the criteria described in the previous section.

The temperature maps in the upper right panel of Fig.4 are compatible with the map of the continuum intensity (Fig.2a). Generally, the spine component is hotter than the intraspine throughout the studied region.

The upper left panel of Fig.4 shows that magnetic field of spine and intraspine becomes radially more horizontal from the inner penumbra to the middle part of the penumbra. The intraspine shows that field inclination is about  $135^\circ$  in the inner penumbra (the beginning of the selected filament) and becomes more horizontal (smaller inclination angle) in the middle penumbra (the end of the selected filament). Our results show that the dark core of the filament (see Fig.2a) is related to a more horizontal magnetic field than its lateral brightening.

Generally the magnetic field strengths of the two components reduce radially from inner to the middle part of the selected region of the penumbra (lower left panel of Fig.4). The stronger magnetic fields are seen in the spine. The dark core is visible in the intraspine component of the panel of the field strength in Fig.4. The magnetic field strength is much weaker within the dark

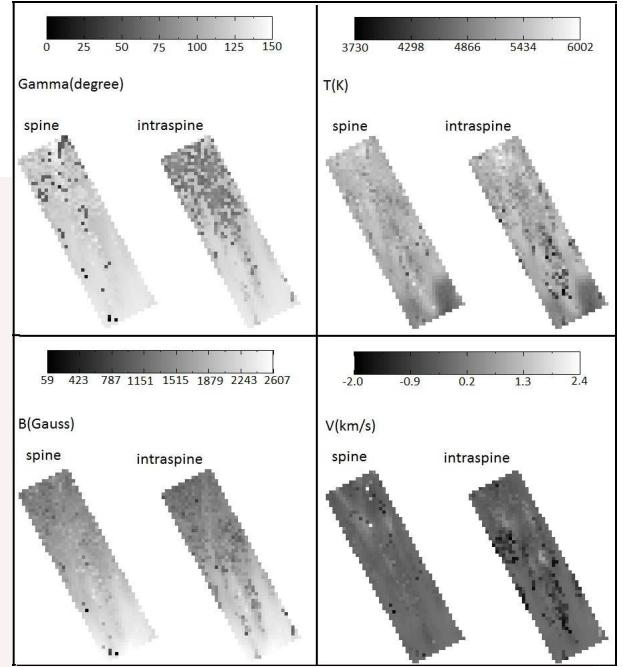


FIG. 4. Results from the inversion of the region limited by the rectangle in Fig.1. Inversion components separated with inclination criteria. Spine has more vertical and intraspine has more horizontal fields. The magnetic field strength is displayed in the lower left, inclination in upper left, line-of-sight velocity in lower right, and temperature in upper right panel.

core compared to the lateral brightening.

The background (spine) is generally static, while the intraspine shows the stronger upflows.

The out puts of the inversion show a clear tendency of existing weaker flows and more vertical fields in brighter parts of the selected penumbral region. The stronger flows and the more inclined fields occur in the dark core of the penumbral filament.

The variation of the magnetic field inclination in the intraspine, and flows locating in the dark core confirm the flux tube model of Solanki and Montavon, [14]. Therefore, this inversion results show horizontal flux tubes within a background of vertical magnetic field lines bending towards the surface.

#### V. CONCLUSION

We analyzed a dark cored penumbral filament using Hinode/SP data of a sunspot close to the disc center using two-component inversions with SIR code. We studied the temperature, field strength, field inclination, and LOS velocity at the layer of  $\log(\tau) = -0.5$ .

The most important result of our analysis is that bright fibrils around the dark lane show more vertical fields and weaker flows, and the horizontal fields and stronger flows are associated with the dark lane (core), in contradiction

with the predictions of the gappy penumbral model of Spruit and Scharmer, [15].

We found that flows are associated with the flux tube component (intraspine) which is the dark lane of the filament, and flows are absent in the surrounding atmosphere (spine) which is the lateral brightening of the observed filament. So the embedded horizontal flux tube model seems to be able to explain all the results of our analysis.

**Acknowledgements** This work has been carried out by the help of observed data at the NAOJ Hinode Science Center. Hinode is a Japanese mission developed and launched by ISAS/JAXA, with NAOJ as domestic partner and NASA and STFC (UK) as international partners. It is operated by these agencies in cooperation with ESA and NSC (Norway).

- 
- [1] Beck C., 2008, A&A, 480, 825-838.
  - [2] Bellot Rubio L. R., 2003, ASP Conf., 307.
  - [3] Borrero J. M. *et al.*, 2004, A&A, 422, 693.
  - [4] Cabrera Solana D. *et al.*, 2005, A&A, 439, 687.
  - [5] Jurck J., and Bellot Rubio L. R., 2008, A&A 481, L17-L20.
  - [6] Langhans K. *et al.*, 2007, A&A, 464, 763
  - [7] Langhans K. *et al.*, 2005, A&A, 436, 1087.
  - [8] Lites B. W. *et al.*, 2001, in ASP Conf. Ser., 236.
  - [9] Martinez Pillet V., 2000, A&A, 361, 734.
  - [10] Ruiz Cobo B., and Bellot Rubio L. R., 2008, A&A, 488, 749-756.
  - [11] Ruiz Cobo B., and del Toro Iniesta J.C., 1992, ApJ, 398, 375.
  - [12] Schlichenmaier R., Jahn K., and Schmidt H. U., 1998, A&A, 337, 897.
  - [13] Solanki S. K., 2003, A&A Rev., 11, 153.
  - [14] Solanki S.K., and Montavon C.A.P., 1993, A&A, 275, 283.
  - [15] Spruit H., and Scharmer G., 2006, A&A, 447, 343.
  - [16] Tsuneta S. *et al.*, 2008, Sol. Phys., 249, 167.

## Reconstructing $f(T)$ -gravity from the polytropic and different Chaplygin gas dark energy models

K. Karami, A. Abdolmaleki

*Department of Physics, University of Kurdistan, Pasdaran Street, Sanandaj, Iran*

Motivated by a recent work of us [1], we reconstruct the different  $f(T)$ -gravity models corresponding to a set of dark energy scenarios containing the polytropic, the standard Chaplygin, the generalized Chaplygin and the modified Chaplygin gas models. We also derive the equation of state parameter of the selected  $f(T)$ -gravity models and obtain the necessary conditions for crossing the phantom-divide line.

PACS numbers: 04.50.Kd, 95.36.+x

### I. THE $F(T)$ THEORY OF GRAVITY

In the framework of  $f(T)$  theory, the action of teleparallel gravity is given by [2-7]

$$I = \frac{1}{2k^2} \int d^4x e \left[ f(T) + L_m \right], \quad (1)$$

where  $k^2 = 8\pi G$  and  $e = \det(e_\mu^i) = \sqrt{-g}$ . Also  $T$  and  $L_m$  are the torsion scalar and the Lagrangian density of the matter inside the universe, respectively. Note that  $e_\mu^i$  is the vierbein field which uses as dynamical object in teleparallel gravity and has the following orthonormal property [3]

$$\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{e}_j = \eta_{ij}, \quad (2)$$

where  $\eta_{ij} = \text{diag}(1, -1, -1, -1)$ . Each vector  $\mathbf{e}_i$  can be described by its components  $e_i^\mu$ , where  $i = 0, 1, 2, 3$  refers to the tangent space of the manifold and  $\mu = 0, 1, 2, 3$  labels coordinates on the manifold. The metric tensor is obtained from the dual vierbein as

$$g_{\mu\nu}(x) = \eta_{ij} e_\mu^i(x) e_\nu^j(x). \quad (3)$$

The torsion scalar  $T$  is defined as [3]

$$T = S_\rho^{\mu\nu} T_{\mu\nu}^\rho, \quad (4)$$

where the non-null torsion tensor  $T_{\mu\nu}^\rho$  is given by

$$T_{\mu\nu}^\rho = e_i^\rho (\partial_\mu e_\nu^i - \partial_\nu e_\mu^i), \quad (5)$$

and

$$S_\rho^{\mu\nu} = \frac{1}{2} (K^{\mu\nu}{}_\rho + \delta_\rho^\mu T^{\alpha\nu}{}_\alpha - \delta_\rho^\nu T^{\alpha\mu}{}_\alpha). \quad (6)$$

Also  $K^{\mu\nu}{}_\rho$  is the contorsion tensor and defined as

$$K^{\mu\nu}{}_\rho = -\frac{1}{2} (T^{\mu\nu}{}_\rho - T^{\nu\mu}{}_\rho - T_\rho^{\mu\nu}). \quad (7)$$

Taking the variation of the action (1) with respect to the vierbein, one can obtain the field equations as [3]

$$S_i^{\mu\nu} \partial_\mu (T) f_{TT}(T) + [e^{-1} \partial_\mu (e S_i^{\mu\nu}) - e_i^\lambda T_{\mu\lambda}^\rho S_\rho^{\nu\mu}] f_T(T) + \frac{1}{4} e_i^\nu f(T) = \frac{k^2}{2} e_i^\rho T_\rho^\nu, \quad (8)$$

where subscript  $T$  denotes a derivative with respect to  $T$ ,  $S_i^{\mu\nu} = e_i^\rho S_\rho^{\mu\nu}$  and  $T_{\mu\nu}$  is the matter energy-momentum tensor. The set of equations (8) are 2nd order which makes them simpler than the corresponding field equations resulting in the other modified gravity theories like  $f(R)$ ,  $f(\mathcal{G})$  and so on [4].

Now if we consider the spatially-flat FRW metric for the universe as

$$g_{\mu\nu} = \text{diag}(-1, a^2(t), a^2(t), a^2(t)), \quad (9)$$

where  $a$  is the scale factor, then from Eq. (3) one can obtain

$$e_\mu^i = \text{diag}(1, a(t), a(t), a(t)). \quad (10)$$

Substituting the vierbein (10) into (4) yields [3]

$$T = -6H^2, \quad (11)$$

where  $H = \dot{a}/a$  is the Hubble parameter.

Taking  $T_\nu^\mu = \text{diag}(-\rho, p, p, p)$  for the matter energy-momentum tensor in the perfect fluid form and using the vierbein (10), then the set of field equations (8) for  $i = 0 = \nu$  reduce to [3]

$$12H^2 f_T(T) + f(T) = 2k^2\rho, \quad (12)$$

and for  $i = 1 = \nu$  yield

$$48H^2 \dot{H} f_{TT}(T) - (12H^2 + 4\dot{H}) f_T(T) - f(T) = 2k^2 p. \quad (13)$$

Here  $\rho$  and  $p$  are the total energy density and pressure of the matter inside the universe, respectively, and satisfy the conservation equation

$$\dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0. \quad (14)$$

Note that Eqs. (12) and (13) are the modified Friedmann equations in the framework of  $f(T)$ -gravity in the flat spatial FRW universe. If  $f(T) = T$  then Eqs. (12) and (13) transform to the usual Friedmann equations in general relativity (GR). So one can rewrite Eqs. (12) and (13) as [4]

$$\frac{3}{k^2}H^2 = \rho + \rho_T, \quad (15)$$

$$\frac{1}{k^2}(2\dot{H} + 3H^2) = -(p + p_T), \quad (16)$$

where

$$\rho_T = \frac{1}{2k^2}(2Tf_T - f - T), \quad (17)$$

$$p_T = -\frac{1}{2k^2}[-8\dot{H}Tf_{TT} + (2T - 4\dot{H})f_T - f + 4\dot{H} - T], \quad (18)$$

are the energy density and pressure due to the torsion contribution and satisfy the energy conservation law

$$\dot{\rho}_T + 3H(\rho_T + p_T) = 0. \quad (19)$$

The equation of state (EoS) parameter due to the torsion contribution is defined as

$$\omega_T = \frac{p_T}{\rho_T} = -1 + \frac{8\dot{H}Tf_{TT} + 4\dot{H}f_T - 4\dot{H}}{2Tf_T - f - T}. \quad (20)$$

For a given  $a = a(t)$ , by the help of Eqs. (17) and (18) one can reconstruct the  $f(T)$ -gravity according to any dark energy (DE) model given by the EoS  $p_T = p_T(\rho_T)$  or  $\rho_T = \rho_T(a)$ .

Here we assume a pole-like phantom scale factor as [8]

$$a(t) = a_0(t_s - t)^{-h}, \quad t \leq t_s, \quad h > 0. \quad (21)$$

Using Eqs. (11) and (21) one can obtain

$$\begin{aligned} H &= \frac{h}{t_s - t}, \\ T &= -\frac{6h^2}{(t_s - t)^2}, \\ \dot{H} &= -\frac{T}{6h}. \end{aligned} \quad (22)$$

From Eqs. (21) and (22) the scale factor  $a$  can be rewritten in terms of  $T$  as

$$a = a_0 \left( -\frac{T}{6h^2} \right)^{\frac{h}{2}}. \quad (23)$$

## II. POLYTROPIC $F(T)$ -GRAVITY MODEL

Here like [1] we reconstruct the  $f(T)$ -gravity from the polytropic gas DE model. Following [9], the EoS of the polytropic gas is given by

$$p_\Lambda = K\rho_\Lambda^{1+\frac{1}{n}}, \quad (24)$$

where  $K$  is a positive constant and  $n$  is the polytropic index. Using Eq. (19) the energy density evolves as

$$\rho_\Lambda = \left( Ba^{\frac{3}{n}} - K \right)^{-n}, \quad (25)$$

where  $B$  is a positive integration constant [9].

Replacing Eq. (23) into (25) yields

$$\rho_\Lambda = \left( \alpha T^{\frac{3h}{2n}} - K \right)^{-n}, \quad (26)$$

where

$$\alpha = Ba_0^{\frac{3}{n}} (-6h^2)^{\frac{-3h}{2n}}. \quad (27)$$

Equating (17) with (26), i.e.  $\rho_T = \rho_\Lambda$ , we obtain the following differential equation

$$2Tf_T - f - T - 2k^2 \left( \alpha T^{\frac{3h}{2n}} - K \right)^{-n} = 0. \quad (28)$$

Solving Eq. (28) gives

$$\begin{aligned} f(T) &= \beta T^{1/2} + T \\ &+ (-1)^{1+n} \frac{2k^2}{K^n} {}_2F_1 \left( -\frac{n}{3h}, n; 1 - \frac{n}{3h}; \frac{\alpha}{K} T^{\frac{3h}{2n}} \right), \end{aligned} \quad (29)$$

where  ${}_2F_1$  denotes the first hypergeometric function. Replacing Eq. (29) into (20) one can obtain the EoS parameter of torsion contribution as

$$\omega_T = -1 - \frac{1}{\frac{K}{\alpha} T^{\frac{-3h}{2n}} - 1}, \quad h > 0. \quad (30)$$

Using Eqs. (11) and (27), the above relation can be rewritten as

$$\omega_T = -1 - \frac{1}{\frac{K}{B} \left[ a_0 \left( \frac{H}{h} \right)^h \right]^{\frac{-3}{n}} - 1}, \quad h > 0. \quad (31)$$

We see that for  $\frac{K}{B} \left[ a_0 \left( \frac{H}{h} \right)^h \right]^{\frac{-3}{n}} > 1$ ,  $\omega_T < -1$  which corresponds to a phantom accelerating universe.

## III. STANDARD CHAPLYGIN $F(T)$ -GRAVITY MODEL

The EoS of the standard Chaplygin gas (SCG) DE is given by [10]

$$p_\Lambda = -\frac{A}{\rho_\Lambda}, \quad (32)$$

where  $A$  is a positive constant. Inserting the above EoS into the energy conservation equation (19), leads to a density evolving as [10]

$$\rho_\Lambda = \sqrt{A + \frac{B}{a^6}}, \quad (33)$$

where  $B$  is an integration constant.

Inserting Eq. (23) into (33) one can get

$$\rho_\Lambda = \sqrt{A + \alpha T^{-3h}}, \quad (34)$$

where

$$\alpha = Ba_0^{-6}(-6h^2)^{3h}. \quad (35)$$

Equating (34) with (17) one can obtain

$$2Tf_T - f - T - 2k^2\sqrt{A + \alpha T^{-3h}} = 0. \quad (36)$$

Solving the differential equation (36) yields

$$f(T) = \beta T^{1/2} + T - 2k^2 A^{\frac{1}{2}} {}_2F_1\left(\frac{1}{6h}, \frac{-1}{2}; 1 + \frac{1}{6h}; -\frac{\alpha}{A} T^{-3h}\right). \quad (37)$$

Replacing Eq. (37) into (20) one can get

$$\omega_T = -1 + \frac{1}{\frac{A}{\alpha} T^{3h} + 1}, \quad h > 0. \quad (38)$$

Using Eqs. (11) and (35), the above relation can be rewritten as

$$\omega_T = -1 + \frac{1}{\frac{A}{B} \left[a_0 \left(\frac{H}{h}\right)^h\right]^6 + 1}, \quad h > 0, \quad (39)$$

which for  $B < 0$  and  $\frac{A}{|B|} \left[a_0 \left(\frac{H}{h}\right)^h\right]^6 > 1$  then  $\omega_T$  can cross the phantom-divide line.

#### IV. GENERALIZED CHAPLYGIN $F(T)$ -GRAVITY MODEL

The EoS of the Generalized Chaplygin Gas (GCG) DE model is given by [11]

$$p_\Lambda = -\frac{A}{\rho_\Lambda^\alpha}, \quad (40)$$

where  $\alpha$  is a constant in the range  $0 \leq \alpha \leq 1$  (the SCG corresponds to the case  $\alpha = 1$ ) and  $A$  a positive constant. Using Eq. (19), the GCG energy density evolves as [11]

$$\rho_\Lambda = \left(A + \frac{B}{a^{3(1+\alpha)}}\right)^{\frac{1}{1+\alpha}}, \quad (41)$$

where  $B$  is an integration constant.

Substituting Eq. (23) into (41) one can get

$$\rho_\Lambda = \left(A + \gamma T^{\frac{-3}{2}h(1+\alpha)}\right)^{\frac{1}{1+\alpha}}, \quad (42)$$

where

$$\gamma = Ba_0^{-3(1+\alpha)}(-6h^2)^{\frac{3}{2}h(1+\alpha)}. \quad (43)$$

Equating (42) with (17) gives

$$2Tf_T - f - T - 2k^2\left(A + \gamma T^{\frac{-3}{2}h(1+\alpha)}\right)^{\frac{1}{1+\alpha}} = 0. \quad (44)$$

Solving Eq. (44) yields

$$f(T) = \beta T^{1/2} + T - 2k^2 A^{\frac{1}{1+\alpha}} \times {}_2F_1\left(\frac{1}{Y}, \frac{-1}{1+\alpha}; 1 + \frac{1}{Y}; -\frac{\gamma}{A} T^{\frac{-Y}{2}}\right), \quad (45)$$

where  $Y = 3h(1 + \alpha)$ .

Replacing Eq. (45) into (20) gives the EoS parameter as

$$\omega_T = -1 + \frac{1}{\frac{A}{\gamma} T^{\frac{Y}{2}} + 1}, \quad h > 0, \quad 0 \leq \alpha \leq 1. \quad (46)$$

Using Eqs. (11) and (43), the above relation can be rewritten as

$$\omega_T = -1 + \frac{1}{\frac{A}{B} \left[a_0 \left(\frac{H}{h}\right)^h\right]^{3(1+\alpha)} + 1}, \quad (47)$$

which for  $B < 0$  and  $\frac{A}{|B|} \left[a_0 \left(\frac{H}{h}\right)^h\right]^{3(1+\alpha)} > 1$  then  $\omega_T$  can cross the phantom-divide line.

#### V. MODIFIED CHAPLYGIN $F(T)$ -GRAVITY MODEL

The EoS of the modified Chaplygin gas (MCG) DE model is given by [12]

$$p_\Lambda = A\rho_\Lambda - \frac{B}{\rho_\Lambda^\alpha}, \quad (48)$$

where  $A$  and  $B$  are positive constants and  $0 \leq \alpha \leq 1$ . Using Eq. (19), the MCG energy density evolves as [12]

$$\rho_\Lambda = \left(\frac{B}{1+A} + \frac{C}{a^{3(1+\alpha)(1+A)}}\right)^{\frac{1}{1+\alpha}}, \quad (49)$$

where  $C$  is an integration constant.

Replacing Eq. (23) into (49) yields

$$\rho_\Lambda = \left(\frac{B}{1+A} + \gamma T^{\frac{-3}{2}h(1+\alpha)(1+A)}\right)^{\frac{1}{1+\alpha}}, \quad (50)$$

where

$$\gamma = C a_0^{-3(1+\alpha)(1+A)} (-6h^2)^{\frac{3}{2}h(1+\alpha)(1+A)}. \quad (51)$$

Equating (49) with (17) gives

$$2Tf_T - f - T - 2k^2 \left( \frac{B}{1+A} + \gamma T^{-\frac{3}{2}h(1+\alpha)(1+A)} \right)^{\frac{1}{1+\alpha}} = 0. \quad (52)$$

Solving Eq. (52) yields

$$f(T) = \beta T^{1/2} + T - 2k^2 \left( \frac{B}{1+A} \right)^{\frac{1}{1+\alpha}} \times {}_2F_1 \left( \frac{1}{X}, \frac{-1}{1+\alpha}; 1 + \frac{1}{X}; \frac{-\gamma(1+A)}{B} T^{-\frac{X}{2}} \right), \quad (53)$$

where  $X := 3h(1+\alpha)(1+A)$ .

Replacing Eq. (53) into (20) one can obtain the EoS parameter of torsion contribution as

$$\omega_T = -1 + \frac{A+1}{\frac{B}{\gamma(1+A)} T^{\frac{X}{2}} + 1}, \quad h > 0, \quad 0 \leq \alpha \leq 1, \quad (54)$$

and using Eqs. (11) and (51), it can be rewritten as

$$\omega_T = -1 + \frac{A+1}{\frac{B}{C(1+A)} \left[ a_0 \left( \frac{H}{h} \right)^h \right]^{3(1+\alpha)(1+A)} + 1}, \quad (55)$$

which for  $C < 0$  and  $\frac{B}{|C|(1+A)} \left[ a_0 \left( \frac{H}{h} \right)^h \right]^{3(1+\alpha)(1+A)} > 1$  then  $\omega_T$  can cross the phantom-divide line.

## VI. CONCLUSIONS

Here we considered the polytropic gas, the SCG, the GCG and the MCG models of the DE. We reconstructed the different theories of modified gravity based on the  $f(T)$  action in the spatially-flat FRW universe and according to the selected DE models. We also obtained the EoS parameter of the polytropic, standard Chaplygin, generalized Chaplygin and modified Chaplygin  $f(T)$ -gravity scenarios. We showed that crossing the phantom-divide line can occur when the constant parameters of the models to be chosen properly.

- [3] G.R. Bengochea, R. Ferraro, Phys. Rev. D **79**, 124019 (2009);  
G.R. Bengochea, arXiv:1008.3188.
- [4] R. Myrzakulov, arXiv:1006.1120;  
R. Myrzakulov, arXiv:1008.4486;  
K.K. Yerzhanov, Sh.R. Myrzakul, I.I. Kulnazarov, R. Myrzakulov, arXiv:1006.3879;  
P.Yu. Tsyba, I.I. Kulnazarov, K.K. Yerzhanov, R. Myrzakulov, arXiv:1008.0779.
- [5] E.V. Linder, Phys. Rev. D **81**, 127301 (2010).
- [6] P. Wu, H. Yu, arXiv:1006.0674;  
P. Wu, H. Yu, arXiv:1008.3669;  
P. Wu, H. Yu, Phys. Lett. B **692**, 176 (2010).
- [7] K. Bamba, C.Q. Geng, C.C. Lee, arXiv:1008.4036.
- [8] H.M. Sadjadi, Phys. Rev. D **73**, 063525 (2006).
- [9] K. Karami, S. Ghaffari, J. Fehri, Eur. Phys. J. C **64**, 85 (2009).
- [10] A. Kamenshchik, U. Moschella, V. Pasquier, Phys. Lett. B **487**, 7 (2000);  
A. Kamenshchik, U. Moschella, V. Pasquier, Phys. Lett. B **511**, 265 (2001);  
N. Bilic, G.B. Tupper, R.D. Viollier, Phys. Lett. B **535**, 17 (2002).
- [11] M.C. Bento, O. Bertolami, A.A. Sen, Phys. Rev. D **66**, 043507 (2002);  
V. Gorini, A. Kamenshchik, U. Moschella, Phys. Rev. D **67**, 063509 (2003);  
U. Alam, V. Sahni, T.D. Saini, A.A. Starobinsky, Mon. Not. R. Astron. Soc. **344**, 1057 (2003);  
M.C. Bento, O. Bertolami, A.A. Sen, Phys. Rev. D **70**, 083519 (2004);  
K. Karami, S. Ghaffari, M.M. Soltanzadeh, Astrophys. Space Sci. **331**, 309 (2011);  
M. Jamil, M.A. Rashid, Eur. Phys. J. C **56**, 429 (2008).
- [12] H.B. Benraoum, hep-th/0205140;  
U. Debnath, A. Banerjee, S. Chakraborty, Class. Quantum Grav. **21**, 5609 (2004);  
M. Jamil, M.A. Rashid, Eur. Phys. J. C **60**, 141 (2009).

---

[1] K. Karami, A. Abdolmaleki, arXiv:1009.2459.  
[2] R. Ferraro, F. Fiorini, Phys. Rev. D **75**, 084031 (2007);  
R. Ferraro, F. Fiorini, Phys. Rev. D **78**, 124019 (2008).

## آشکارسازی مستقیم ماده تاریک

پژوهش، رضا<sup>۱</sup> یوسفی رویات، کاظم<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> استادیار گروه فیزیک دانشکده علوم، دانشگاه بیرجند

<sup>۲</sup> گروه فیزیک دانشکده علوم، دانشگاه بیرجند

### چکیده

ماده تاریک در اخترشناسی و کیهانشناسی، ماده ای فرضی است که چون از خود نور (امواج الکترومغناطیس) گسیل یا بازتاب نمی‌کند، نمی‌توان آن را مستقیماً دید، اما از اثرات گرانشی موجود بر روی اجرام مرئی، مثل ستاره‌ها و کهکشان‌ها، می‌توان به وجود آن پی‌برد. پس از انتشار مقاله زویکی<sup>۱</sup> در سال ۱۹۳۳ م. و اولین اشاره به وجود ماده تاریک، کارهای زیادی در زمینه اثبات وجود این ماده صورت گرفته است، اما علی رغم این که دلایل محکمی بر وجود ماده تاریک پیدا شده است، هنوز ماهیت و منشا وجود آن گوشه‌ای از تاریکی‌های ذهن انسان را به خود اختصاص داده و هم اکنون هزاران محقق و فیزیکدان در سراسر جهان، در صدد شناخت ماهیت و منشا وجود ماده تاریک هستند.

اولین گزارش درباره ماده تاریک را زویکی<sup>۱</sup> در سال ۱۹۳۳ م. در بررسی که روی سرعت شعاعی کهکشان‌های خوشگیسو انجام داده بود، ارائه کرد. در سال ۱۹۳۹ م. بابکوک<sup>۲</sup> توانست به بررسی منحنی چرخش M۳۱ اولین شواهد وجود ماده تاریک در یک کهکشان منفرد را ارائه کند. اما با این وجود کیهانشناسان و منجمان تا سال ۱۹۷۴ م. و انتشار مقاله پیبلز<sup>۳</sup>، استیکر<sup>۴</sup> و یاهیل<sup>۵</sup> در مورد پایداری دیسک‌های کهکشانی و لزوم وجود هاله جرم دار، ماده تاریک را به رسمیت نشناختند.

در حال حاضر دلایل و شواهد زیادی وجود دارد که وجود ماده تاریک را تایید می‌کند، از جمله منحنی سرعت چرخش کهکشان‌ها، جرم خوشگیسو انجام داده بود، ارائه کرد. اما در این مقاله مجال پرداختن به آن‌ها وجود ندارد. بر اساس این شواهد پیش‌بینی می‌شود حدود ۲۳٪ جرم کیهان مربوط به ماده تاریک، ۷۲٪ مربوط به انرژی تاریک و ۵٪ مربوط به مواد باریونی و نوتريونها باشد. همچنین ماده تاریک مشاهده شده در نقاط مختلف کیهان ماهیت یکسانی نداشته و براین اساس دو نوع ماده تاریک سرد و گرم خواهیم داشت. به عنوان مثال ماده تاریکی که در داخل کهکشان‌ها وجود دارد بیشتر در نواحی بیرونی توزیع شده‌هو ماده تاریک سرد می‌باشد؛ اما در خوشگیسو از کهکشانی ماده تاریک بیشتر در نواحی داخلی خوشگیسو قرار دارد و از نوع ماده تاریک گرم می‌باشد.

تاکنون نامزدهای زیادی برای ماده تاریک معرفی و پیشنهاد شده است که می‌توان به عنوان نمونه از سیاهچاله‌ها، MACHO<sup>۶</sup>، دینامیک نیوتونی تعمیم یافته و WIMP<sup>۷</sup> که ذرات غیرباریونی هستند، یاد کرد. نتایج بدست آمده از فعالیت‌های هسته‌ای کیهان، نسبت هیدروژن به دوتریم و تابش زمینه کیهانی مؤید این نکته است که چگالی ماده باریونی در کیهان چیزی در حدود ۴۰٪ و چگالی ماده تاریک در حدود ۲۳٪ است؛ پس نامزدهایی که باعث فرض کیهان کاملاً باریونی می‌شوند، نمی‌توانند به عنوان تنها گزینه برای ماده تاریک مطرح شده و باید به دنبال نامزدهای غیرباریونی رفت. به همین دلیل در سال‌های اخیر تلاش‌ها بر روی آشکارسازی و پیداکردن ذرات غیرباریونی (WIMP) متوجه شده است.

اگر فرض کنیم ماده تاریک موجود در هاله کهکشانی راه شیری از WIMP تشکیل شده باشد، باید شاری از مرتبه  $10^5 \left(100 \frac{Gev}{m_x}\right) Cm^{-2} s^{-1}$  از این ذرات از زمین عبور کند اما برهمکنش بسیار ضعیف آنها باعث می‌شود با وجود این شار نسبتاً زیاد آشکارسازی این ذرات بسیار مشکل باشد. آشکارسازی مستقیم WIMP‌ها از طریق پراکندگی الاستیک آنها با هسته‌های سنگین قابل دسترسی خواهد بود.

نرخ دیفرانسیلی رویداد برخورد WIMP و هسته هدف معمولاً بر حسب واحد  $Kg^{-1} day^{-1} KeV^{-1}$  بیان می‌شود و برای ذره‌ای با جرم  $m_x$  و هسته هدفی با جرم  $m_N$  این نرخ عبارت خواهد بود از:

$$\frac{dR}{dE_R} = \frac{\rho_0}{m_N m_x} \int_{v_{min}}^{\infty} v f(v) \frac{d\sigma_{wn}}{dE_R}(v, E_R) dv \quad (1)$$

که در آن  $R$  نرخ رویدادها،  $E_R$  انرژی هسته پس زده شده،  $\rho_0$  چگالی WIMP در محل و  $\frac{d\sigma_{wn}}{dE_R}(v, E_R)$  سطح مقطع دیفرانسیلی برخورد و  $f(v)$ تابع توزیع سرعت ذرات در دستگاه مختصات متصل به آشکارساز است. ماده تاریک موجود در هاله کهکشان از نوع سرد بوده و بنابراین ذرات آن سرعت‌های کم و غیر نسبیتی داشته و به راحتی می‌توان انرژی هسته پس زده شده را بر حسب زاویه پراکندگی\*  $\theta$  در چارچوب مرکز جرم محاسبه کرد.

$$E_R = \frac{\mu_N^2 v^2 (1 - \cos \theta^*)}{m_N} \quad (2)$$

که  $m_N$  جرم کاهش یافته است.

حد پایین انتگرال رابطه ۱، حداقل سرعت لازم برای WIMP است که بتواند انرژی  $E_R$  را به هسته پس زده شده منتقل کند؛ بنابراین

$$v_{min} = \sqrt{\frac{m_N E_R}{2 \mu_N^2}} \quad (3)$$

حد بالای انتگرال از نظر تئوری بینهایت است اما در عمل ما ذراتی با سرعت‌های بیشتر از سرعت فرار در کهکشان نخواهیم داشت زیرا این ذرات از نظر گرانشی به کهکشان محدود هستند پس حد بالای انتگرال سرعت فرار ( $V_{esc}$ ) خواهد بود مگر این که از مدل‌هایی استفاده کنیم که در آن‌ها هاله کهکشان تا بینهایت ادامه دارد. نرخ کلی مشاهده رویدادها با انتگرال گیری روی تمام انرژی‌های  $E_R$  بدست خواهد آمد که در اینجا نیز باید دقت کرد حد پایین انتگرال  $E_T$  برابر با انرژی آستانه آشکارساز خواهد بود.

$$R = \int_{E_T}^{\infty} dE_R \frac{\rho_0}{m_N m_x} \int_{v_{min}}^{\infty} v f(v) \frac{d\sigma_{wn}}{dE_R}(v, E_R) dv \quad (4)$$

سطح مقطع دیفرانسیلی برخورد WIMP و هسته به طور کامل در فیزیک ذرات و بر اساس برهمکنش و WIMP کوارک‌ها و گلئون‌ها مورد بحث و بررسی قرار می‌گیرد که در این مقاله تنها از نتایج بدست آمده استفاده می‌شود. به طور کلی می‌توان گفت که این پارامتر به دو قسمت وابسته به اسپین و مستقل از اسپین قابل تفکیک است.

$$\frac{d\sigma_{wn}}{dE_R} = \left( \frac{d\sigma_{wn}}{dE_R} \right)_{SI} + \left( \frac{d\sigma_{wn}}{dE_R} \right)_{SD} \quad (5)$$

که قسمت وابسته به اسپین آن برابر است با:

$$\left(\frac{d\sigma_{wn}}{dE_R}\right)_{SD} = \frac{16m_N}{\pi v^2} A^2 G_F^2 J(J+1) \frac{S(E_R)}{S(0)} \quad (6)$$

که در آن  $J$  اندازه حرکت زاویه ای کل،  $A$  عدد اتمی هسته هدف و  $S(E_R)$  و  $S(0)$  اسپین بعد و قبل از پراکندگی است. قسمت مستقل از اسپین به صورت:

$$\left(\frac{d\sigma_{wn}}{dE_R}\right)_{SI} = \frac{2m_N}{\pi v^2} A^2 (f^P)^2 F^2(E_R) \quad (7)$$

است که در آن  $f^P$  ثابتی است که بر اساس برهمنکنش WIMP و کوارک ها و گلئون ها از نظریات تئوری محاسبه می شود و  $F(E_R)$  تابع موج هسته است. با توجه به وابستگی هر دو پارامتر برخورد به  $A^2$  کاملاً واضح است که استفاده از عناصر با هسته های سنگین در آشکارساز بسیار مهم خواهد بود.

چگالی WIMP در محل ( $p_0$ ) آشکارساز (فاصله خورشید از مرکز کهکشان Kpc ( $r = 0/8 \pm 0/05$ )) به طور مستقیم روی نرخ رویدادها مؤثر بوده و مقدار  $p_0$  از روی شواهدی مثل منحنی چرخش کهکشان و ... بدست می آید. بهترین مدلی که تاکنون برای توزیع ماده تاریک در راه شیری پیشنهاد شده است وجود یک هاله جرم دار کروی همگن و در تعادل گرمایی با چگالی ماده متناسب با  $r^{-\alpha}$  است. براین اساس مقداری که برای  $p_0$  پیشنهاد می شود برابر با  $0/3 \text{ GeVCm}^{-3}$  است.

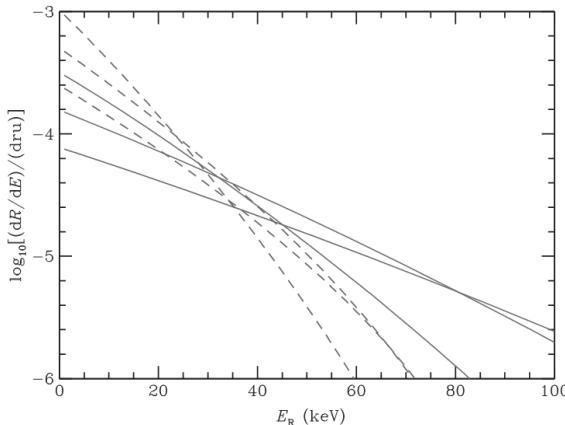
اگر معتقد به مدل استاندارد کیهانشناسی باشیم باید توزیع سرعت WIMP کاملاً همگن بوده و یک تابع توزیع سرعت گاوی داشته باشیم.

$$f(v) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{|v|^2}{2\sigma^2}} \quad (8)$$

که  $\approx 270 \text{ Kms}^{-1}$  خواهد بود که با فرض وجود تعادل گرمایی در هاله کروی و همگن بودن آن بدست می آید. اما مشاهدات ستاره شناسان و شبیه سازی های عددی، هردو تایید کننده این مطلب هستند که توزیع ماده تاریک در ابعاد Kpc همگن است و این در حالی است که آزمایشات ما در ابعاد mpc انجام می شود (سرعت زمین نسبت به چارچوب ثابت کهکشانی  $V_E \approx 0/2 \text{ mpcyr}^{-1}$ ) و در این ابعاد هنوز ماده تاریک به حالت تعادل پایدار نرسیده و دارای افت و خیزهایی است و نمی توان توزیع همگن را برای آن بکاربرد بنابراین تعیین دقیق توزیع سرعت ذرات ماده تاریک هنوز به صورت یکی از سوالات بدون پاسخ باقی مانده است.

در رابطه ۱، سرعت ذرات نسبت به آشکارساز است، چون سرعت ها نسبیتی نیستند برای محاسبه این سرعت مجاز خواهیم بود از تبدیلات گالیله ای سرعت استفاده کنیم. سرعت ذرات در چارچوب ثابت کهکشانی از مدل های تئوری بدست می آید و سرعت خورشید در کهکشان و سرعت زمین به دور خورشید و خود را نیز می توان از کاتالوگ های موجود استخراج کرد بنابراین ۷ قابل محاسبه خواهد بود.

اگر نرخ دیفرانسیلی رویدادها را برای هسته های هدف مختلف و ذرات ماده تاریک مختلف بر حسب انرژی هسته پس زده شده ( $E_R$ ) در یک نمودار رسم کنیم با استفاده از این نمودار می توان برای هر ذره خاص که می خواهیم آن را آشکارسازی کنیم بهترین هسته هدف و بهترین محدوده حساسیت انرژی آشکارساز را پیدا کنیم. این نمودار برای دو هسته هدف زرمانیم (Ge) و زنون (Xe) و برای سه ذره با جرم های در حال سکون ۵۰، ۱۰۰ و ۲۰۰ کیلو الکترون ولت در شکل ۱ رسم شده است.



شکل ۱: نمودار نرخ دیفرانسیل مشاهده رویداد بر حسب انرژی  $E_R$ . خط پر مربوط به هسته ژرمانیوم (Ge) و خط چین مربوط به هسته زنون (Xe) و نمودارها از بالا به پایین مربوط به WIMP با جرم ۵۰، ۱۰۰ و ۲۰۰ کیلو الکترون ولت است

البته در محدوده های پایین انرژی  $E_R$  از بین بردن تابش های زمینه کار بسیار مشکلی است و در بسیاری از موارد حذف آن ممکن نیست. علاوه بر موارد بالا، مسائیلی مانند زاویه و جهت گیری آشکارساز نسبت به راستای شار رسیده به زمین، فاصله متفاوت زمین از مرکز کهکشان در زمان های مختلف سال که باعث نوسانات در تعداد رخدادهای مشاهده شده می شود و... همگی دست به دست هم داده اند تا در مقام عمل آنقدر آشکارسازی مستقیم ماده تاریک، سنگین، پیچیده و دور از دسترس باشد که با وجود انجام آزمایشات متعدد و پروژه های سنگین هنوز هیچ یک از این تلاش ها موفقیت آمیز نباشد.

- |  |                                |
|--|--------------------------------|
| 1- Zwicky                              | 2-Babcock                      |
| 3- Peebles                             | 4-Ostiker                      |
| 5- Yahil                               | 6- MAssive Halo Compact Object |
| 7- Weakly Interaction Massive Particle |                                |

#### مراجع:

- 1 –John Ellis,Keith A.olive. Supersymmetric Dark Matter Candidates. *Astr-ph-CO*, 2010
- 2 –Gianfranco Bertone. Particle Dark Matter. *Cambridge University Press*, 2010
- 3 –Jonathan L.feng. Non-WIMP Candidate. *Hep-ph*, 2010
- 4 –R.H.Sandres. From Dark Matter To MOND. *Astro-ph*, 2008
- 5 –Frank Daniel Steffen. Dark Matter Candidates. *Hep-ph*, 2008
- 6 – Klapdor-Kleingrothaus. *Dark Matter in Astrophysics and Particle Physics*. 1999
- 7 – Jonathan L.Feng. Dark Matter Candidates From Particle Physics and Methods of Detection. *Astro-ph.CO*, 2010
- 8 – Mordehai Milgrom. Does Dark Matter Realy Exist?. *Scientific American*, 2002.

## بررسی و طبقه بندی حل‌های گرانش کوانتومی بوهمی

خداقلی زاده، جعفر<sup>۱</sup> احمدی، فاطمه<sup>۲</sup>

گروه فیزیک، دانشگاه تربیت مدرس، تهران گروه فیزیک، دانشگاه شهید رجایی، تهران

**چکیده:** کوانتومی کردن گرانش یکی از سوالات باز کنونی می‌باشد. روش‌های استاندارد برای کوانتومی کردن گرانش به مشکلاتی منجر می‌شود. این مشکلات را می‌توان به دو دسته مشکلات مفهومی نظری مفهوم تابع موج و اندازه گیری و مشکلات تکینگی نظری مسئله زمان تقسیم کرد. به نظر میرسد که فرمول بندی علی مکانیک کوانتومی یا نظریه بوهم راهکار مناسبی برای کوانتومی کردن گرانش می‌باشد.

### مقدمه: توصیف علی مکانیک کوانتومی

در این بخش مروری بر بسط علی مکانیک کوانتومی خواهیم داشت. از معادله شرودینگر شروع می‌کنیم و برای ذرات غیر

$$\text{هاملیتونین} (x) = \frac{p^2}{2m} + V(x) \quad \text{نسبیتی با داریم:}$$

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = \left( -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V \right) \psi(x) \quad (1)$$

اگر  $\psi = R e^{-\frac{iE}{\hbar t}}$  در معادله فرق قرار بدهیم به دو معادله زیر خواهیم رسید:

$$\frac{\partial^2 R}{R} + \nabla \cdot \left( \frac{\vec{R} \nabla S}{m} \right) = 0 \quad \text{و} \quad V + \left( \frac{\partial S}{\partial t} \right) + \frac{\nabla S)^2}{2m} - \frac{\hbar^2}{2m} \frac{(\nabla^2 R)}{R} = 0 \quad (2)$$

$S$  تابع موج است و تمام اطلاعات فیزیکی در مورد یک سیستم در  $R^2$  موجود است. پیشنهاد می‌شود که  $P = \nabla S$  در نظر گرفته شود که در این صورت  $\frac{\vec{\nabla} S}{m}$  سرعت میدان خواهد بود. معادلات (۲) دارای مشخصات زیر هستند:

۱. هر سیستم کوانتومی از ذره و میدان  $\psi$  تشکیل شده که در معادله شرودینگر صدق می‌کند.
۲. ذرات کوانتومی دارای مسیر  $(t)$   $x$  و مستقل از مشاهده شدن هستند. از این رو در این تعبیر از مسیرهای کوانتومی صحبت می‌شود که بر خلاف تعبیر کوانتومی است و اینکه حالت‌ها در یک زمان ثابت دارای معنی فیزیکی می‌شوند.
۳. تکانه‌ی ذره به صورت  $\vec{P} = \vec{\nabla} S$  است.
۴. برای آنسامبل آماری از ذرات در میدان کوانتومی چگالی احتمال به صورت  $P^2 = R$  است که معادله (۲) آن را تضمین می‌کند.

معادله اول (۲) شبیه معادله هامیلتون-ژاکوبی برای ذرات در پتانسیل خارجی است که به علاوه بر پتانسیل کلاسیکی،

$$\frac{d^2}{dt^2} \vec{R} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 Q(x, t) \quad (2)$$

پتانسیل جدیدی به نام پتانسیل کوانتمی می‌شود. از این رو طبق قانون حرکت مسیر  $x(t)$  به دست می‌آید:

$$\frac{d}{dt} \left( m \vec{x} \right) = -\vec{\nabla}(Q + V) \quad (3)$$

در هر ناحیه‌ای اگر  $\nabla$  خیلی کوچک باشد، پتانسیل کوانتمی می‌تواند بزرگ باشد و بودن پتانسیل کوانتمی دلیلی بر وجود اثرهای کوانتمی است و اگر پتانسیل کوانتمی به سمت صفر میل کند حدود کلاسیکی پدیدار می‌شود.

**معادله ویلر-دویت :**

متريک را می‌توان براساستابع انحراف  $N_i$  و متريک جزئی  $h_{ij}$  نمايش داد:

$$ds^2 = (N dt)^2 + h_{ij} (N^i dt + dx^i)(N^j dt + dx^j) \quad (4)$$

در اين صورت لاگرانژین به صورت  $L[g_{\mu\nu}] = -\sqrt{-g} \frac{R}{16\pi G}$  به دست می‌آيد که  $R$  اسکالر ریچی است. به طوری که مشتق زمانی نسبت به  $h_{ij}$  و تریس آن مشتق جزئی نسبت به  $N_i$  است و همچنین اتحانی سه بعدی مشتق جزئی  $K_{ij}$  نسبت به  $h_{ij}$  است. چون لاگرانژین شامل مشتق زمانی از  $N_i$  و  $N_j$  نیست لذا به ترتیب ممتومن کانونیکی آن به ترتیب  $\Pi^i$  و  $\Pi^j$  صفر هستند و چون در تمام زمانها برقرار است لذا  $\dot{\Pi}^i = \prod^i = 0$  و با نوشتن براکتهای پواسون برای  $\Pi^i$  و  $\Pi^j$  خواهیم داشت:

$$\dot{\Pi}^i = \{H, \Pi^i\} = \frac{\partial H}{\partial N^i} = 0, \quad \dot{\Pi}^j = -\{H, \Pi^j\} = \frac{\partial H}{\partial N^j} = 0 \quad (5)$$

چون  $H$  مستقل از  $N_i$  است و متغیرهای دینامیکی نیستند لذا  $H_G = H^i = 0$  است در حالیکه:

$$H_G = 16\pi G G_{ijkl} \Pi^{ij} \Pi_{kl} - \sqrt{h} \frac{R}{16\pi G} = 0 \quad \text{و} \quad H^i = -2 \frac{\Pi^{ij}}{16\pi G} \quad (6)$$

و تنها متغیر دینامیکی  $h_{ij}$  است و تابع موج به صورت  $\psi(h_{ij})$  نوشته می‌شود و چون  $H_G$  برای تمام زمانها صفر است لذا  $WDW = H_G(\Pi_{ij}, h_{ij})\psi(h_{ij}) = 0$  معروف است.

**معادله موج جهان :**

اگر معادله فریدمن (Friedmann) را در نظر بگیریم:

$$\frac{1}{R} \frac{d^2 R}{dt^2} + \frac{1}{R} = \frac{\Lambda}{3}$$

که جواب دوسيته‌ی آن  $R(t) = R_0 \cos\left(\frac{t}{R_0}\right)^{\frac{1}{3}}$  است که به مراتب بزرگ بوده

و به مقدار می‌nim می‌شود و سپس به سمت بینهایت بزرگ آن خواهد رفت در حالیکه  $\langle R \rangle = 0$  در  $t = 0$  منقبض می‌شود و غیر قابل توصیف است و اگر به سمت استفاده از معادله ویلر- دویت برویم به هامیلتونین

$$\left[ \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{9\pi^2}{4G} (R^2 - \frac{\Lambda}{3} R^4) \right] \psi(R) = 0$$

شروع دینگر تک بعدی با انرژی کل صفر می‌شود. در این صورت ذره می‌تواند به ناحیه  $\langle R \rangle = 0$  تونل زنی کند و با استفاده از تقریب WKB احتمال تونل زنی به صورت  $S_E = \exp(-S_E)$  کش اقلیدسی است به دست می‌آید (در این حالت زمان موهومی است و انرژی گرانش منفی است) در این صورت باز هم نتوانستیم توصیف کامل برای جهان با استفاده از معادله-  $WDW$  ارایه بدهیم که از اینجا به بعد می‌خواهیم از تلفیق معادله  $WDW$  با توصیف علی کوانتمی مدل‌های کاملتری را ارایه بدهیم.

### تفسیر پتانسیل کوانتمی در معادله‌ی ویلر- دویت

کنش یک جهان دوسيته به صورت  $S = \frac{1}{2} \int dt N \left[ -\frac{a}{N^2} \dot{a}^2 + Ka - \Lambda a^3 \right]$  است معادله  $WDW$  به صورت

است. اگر نوشته شود خواهیم داشت:

$$\left\{ \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \frac{P}{a} \frac{\partial}{\partial a} - a^2 [K - a^2 \Lambda] \right\} \psi(a) = 0$$

$$\begin{aligned} & - \left( \frac{\partial S}{\partial a} \right)^2 - Ka + a^4 (\Lambda + Q_G(a)) = 0 \\ & \partial_a (a^p A^2 \partial_a S) = 0 \end{aligned} \tag{V}$$

که  $Q_G(a)$  پتانسیل کوانتمی گرانش است:  $P_a = \partial_a S$  با  $Q_G(a) = a^{-4} \frac{1}{A} \left( \frac{\partial^2 A}{\partial a^2} + \frac{P}{a} \frac{\partial A}{\partial a} \right)$  داریم

است که دارای جواب های زیر با  $K$  های مختلف است:  $\dot{a}^2 = -K + a^2 (\Lambda + Q_G(a))$  و حل آن  $\dot{a} = P_a = \frac{\partial S}{\partial a}$ :

$$a(t) = \frac{1}{\sqrt{\Lambda}} \cosh(\sqrt{\Lambda}t) \quad a(t) = a_0 \exp(\sqrt{\Lambda}t) \quad a(t) = \frac{1}{\sqrt{\Lambda}} \sinh(\sqrt{\Lambda}t)$$

اگر مدل رابرتسون- واکر- فریدمن میدان اسکالر بدون جرم در نظر بگیریم:

$$S = \frac{1}{2} \int dt N \left[ -\frac{a}{N^2} \dot{a}^2 + \frac{a^3 \dot{\varphi}^2}{N} - Na^3 \Lambda \right]$$

و با بوهی کردن معادلات به دو معادله زیر می‌رسیم :

$$-\partial_a(a^P A^2 \partial_a S) + \partial_\varphi \left( a^{P-2} A^2 \partial_\varphi S \right) = 0 \quad \text{و} \quad -(\partial_a S)^2 + \frac{1}{a^2} (\partial_\varphi S) + a^4 (\Lambda + Q_G + Q_M) = 0 \quad (8)$$

که  $Q_M = -a^{-6} \frac{1}{A} \partial_\varphi^2 A$  و  $Q_G(a) = a^{-4} \frac{1}{A} \left( \frac{\partial^2 A}{\partial a^2} + \frac{P}{a} \frac{\partial A}{\partial a} \right)$  به ترتیب پتانسیل گرانش و پتانسیل کوانتمی ماده هستند که با حل آنها به معادله  $a^2 - a^2 \varphi - a^2 (\Lambda + Q_G + Q_M) = 0$  می‌رسیم که حل آن توصیف کوانتمی از جهان کلاسیک ارایه داد.

### کیهانشناسی کوانتمی بوهمی:

در این بخش می‌خواهیم از تعبیر کوانتمی بوهمی در جایی که چشممه‌های میدان گرانش غبارگونه هستند استفاده کنیم هامیلتونین به صورت

$$H = - \left( \frac{P a}{24a} + 6K a \right) + P \frac{3}{4} \dot{a}^2 e^5 \quad (9)$$

با قرار دادن  $t = \varphi$  و انجام تبدیلات کانونیکی خواهیم داشت:  $\psi(x, t) = \left( \frac{8b}{\pi} \right)^{1/4} (1 + 4i\beta t)^{-1/2} \exp(-\frac{\beta x^2}{1 + 4i\beta t})$

و با استفاده از تعبیر بوهمی مسیر  $x(t) = x_0 [16b^2 t^2 + (1 - 4\beta t)]^{1/2}$  به دست می‌آید که یک مسیر کوانتمی بدون تکینه است و مقیاس هرگز صفر نخواهد شد و با استفاده از مسیر کوانتمی پتانسیل کوانتمی زیر به دست می‌آید:

$$Q_d = -2b \frac{\left[ 2b(x^2 - 8bt^2) - (1 - 4\beta t)^2 \right]}{\left[ (1 - 4\beta t)^2 + 16b^2 t^2 \right]^2}$$

از دو معادله‌ی فوق می‌بینیم که اگر  $|t|$  بزرگ باشد در این صورت  $Q_d$  خیلی کوچک می‌شود، اگر  $|t|$  به سمت صفر میل کند در این صورت در نزدیکی  $x = 0$  تیروی خشی کننده‌ای وجود دارد که از تکینگی جلوگیری می‌کنند این بدین معنی است که جهان از نامتناهی به سمت می‌نیم خود می‌رود و از خود رفتار غیرکلاسیکی نشان می‌دهد و پتانسیل کوانتمی از رسیدن آن به مقدار تکینگی جلوگیری می‌کند و دوباره به سمت بینهایت می‌رود که در آنجا پتانسیل کوانتمی به سمت صفر میل می‌کند.

نتیجه‌گیری: در این مقاله از تعبیر کوانتمی صرف نظر و به سمت استفاده از معادله  $WDW$  در تعبیر دوبروی-بوهم در گرانش کوانتمی برویم. حل معادله‌ی کلاسیکی  $FRW$  جهانی را نشان می‌دهد که در گذشته به مراتب بزرگ بوده و به مقدار می‌نیم  $R_0$  رسید و دوباره به سمت بینهایت می‌رود ولی در محدوده‌ی  $0 < R < R_0$  چیزی ارایه نمی‌دهد. از تعبیر بوهم در جهان بعد از انفجار بزرگ استفاده کردیم که نشان می‌دهد جهان به طور کلاسیکی از بینهایت به کمترین مقدار خود می‌رسد که در این محدوده پتانسیل کوانتمی پدیدار می‌شود تا از تکینه شدن جهان جلوگیری کند و سپس دوباره به سمت

بینهایت خود می‌رود. اگرچه این یک روش کامل و مناسب نیست ولی بسیار جالب خواهد بود که ببینیم تا کجا می‌توانیم از تعبیر دوبعدی-بوهم استفاده کنیم و آن را به عنوان یک روش خوب در نظر داشته باشیم.

#### مرجع‌ها:

- [1] P.R.Holland , The quantum theory of motion ( Cambridge University press , 1993)
- [2]E.W .kolb , M .turner , **The Early universe** ( Addison-Wesley Publishing , 1990)
- [3] T.Horiguchi, **Mod,Phys Lett**, vol.9 , No.16 (1994) 1429-1443
- [4] S. Goldstein, W. Struyve **J. Stat. Phys.** 128, 1197-1209 (2007)
- [5] H. Nikolic, **Found.Phys.Lett.** 18 (2005) 549-561
- [6] N.Pinto-Neto , **Found.Phys.** 35 (2005) 577-603

## اثر ناپایداری گرمایی در قرص برافزایشی مدل آلفا

خصالی، علی رضا<sup>۱</sup> خسروی، آذر<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup>دانشگاه مازندران

### چکیده

در این مقاله می خواهیم ناپایداری یک قرص برافزایشی مدل آلفا را با در نظر گرفتن کدری به صورت یک تابعی از دما و چگالی مورد بررسی قرار داده و یک معیاری از ناپایداری را در نواحی مختلف قرص و کدری های متفاوت ارائه دهیم.

### مقدمه

مدل قرص برافزایشی آلفا یک مدل استادارد است که توسط ساکورا و ساینو در سال ۱۹۷۳ ارائه شد. این قرص یک قرص پایا و تقارن محور است و از نظر هندسی نازک می باشد یعنی  $1 < H/r < 2$  است. H نیم ضخامت قرص و ۲ ساعع قرص است. در راستای عمود، این قرص ها در تعادل هیدرو استاتیک هستند. آنها لحظه اپتیکی ضخیم به شمار می آیند تانسور و شکسانی در این قرص ها فقط دارای مولفه  $\sigma_3 = 0$  بوده و تنها وابسته به فشار است. [۱] برای بررسی ناپایداری در چنین قرص هایی شاید بد نباشد که بدانیم مقیاس زمانی دینامیکی یک قرص مدل آلفا کوتاهتر از مقیاس زمانی گرمایی آن است پس در طول یک ناپایداری گرمایی، قرص در مسیر عمود همچنان در تعادل هیدرو استاتیک باقی می ماند. [۲]

ناپایداری گرمایی فرایندی است که در آن اختلالات دمایی بوسیله فرایند های مختلف گرمایشی و سرمایشی تقویت می شوند. این ایجاد می کند که معادلات انرژی، وابسته به زمان و متغیر در نظر گرفته شوند. ناپایداری گرمایی در اواسط سال ۱۹۷۰ مورد مطالعه قرار گرفت [۲]. از آنجا که در بررسی های مختلف ناپایداری گرمایی یک قرص، مقدار کدری را در تابع سرمایش یک قرص ثابت فرض می کردند؛ ما در اینجا سعی نمودیم تا با متغیر گرفتن کدری و در نظر گرفتن آن به صورت تابعی از چگالی و دما مسئله ناپایداری گرمایی را در قرص مدل آلفا بررسی نماییم.

### معادلات اساسی در بررسی ناپایداری قرص مدل آلفا

معادلاتی که در بررسی یک ناپایداری گرمایی مورد استفاده قرار می گیرد معادله تعادل هیدرو استاتیکی در مسیر عمودی است [۳]:

$$P = \frac{1}{2} \Omega^2 \Sigma H \quad (1)$$

که P فشار،  $\Omega$  سرعت چرخش زاویه ای،  $\Sigma$  چگالی سطحی و H نیم ضخامت قرص می باشد. از طرفی در راستای شعاع نیروها با هم در تعادلند یعنی نیروهای گرانشی و گریز از مرکز، درنتیجه رابطه زیر برقرار می باشد [۳]:

$$\Omega = \Omega_k = \sqrt{\frac{GM}{r^3}} \quad (2)$$

M جرم جسم مرکزی است. در طول فرایند ناپایداری گرمایی، چگالی سطحی ثابت در نظر گرفته می شود [۳]:

$$\Sigma = const \quad (3)$$

در نتیجه

$$p \propto H \quad (4)$$

از طرفی انرژی پتانسیل در یک قرص برافراشی مدل آلفا ابتدا به وسیله فرایندهای وشكسانی به گرما تبدیل شده و سپس به وسیله تابش آزاد می شود. چون آهنگ گرمایشی وشكسانی هر واحد حجم  $\rho v (\frac{d\Omega}{dr})^2$  می باشد آهنگ گرمایش انتگرال گیری شده در راستای عمود برای هر واحد سطح برابر است با

$$q_{vis}^+ = -\frac{3}{2} T_{r\varphi} \Omega \quad (5)$$

$T_{r\varphi}$  مولفه  $-T_{r\varphi}$  تانسور استرس است [۳]. همانطور که قبل گفتیم در مورد یک قرص بر افزایش مدل آلفا این تانسور تابعی از فشار می باشد

$$T_{r\varphi} = -2\alpha(p_{gaz}^\mu p^{1-\mu})H \quad (6)$$

$p_{gaz}$  فشار ناشی از فشار گاز و  $p$  فشار کل گاز می باشد که جمع فشار تابشی با فشار گاز است. آلفا پارامتر وشكسانی و کوچکتر مساوی ۱ است و  $\mu$  یک ضریب دلخواه است که بین صفر تا یک قرار دارد [۳].

$$p = p_{gaz} + p_{rad} = \frac{K_B}{\mu m_H} \rho T + \frac{1}{3} a T^4 \quad (7)$$

سرمایش براساس تابش از سطح قرص اتفاق می افتد. چون قرص از لحاظ اپتکی ظخیم می باشد فرض می شود که گاز در قرص، همانند یک جسم سیاه با دمای موثر تابش می کند. بدین ترتیب سرمایش قرص برابر است با:

$$q_{rad}^- = \frac{16cP_{rad}}{\tilde{\kappa}\Sigma} \quad (8)$$

که  $c$  سرعت نور،  $P_{rad}$  فشار تابشی،  $\tilde{\kappa}$  کدری می باشد [۳].

در سال ۱۹۷۶ پرینگل در مقاله خود معیار کلی ناپایداری یک قرص بر افزایشی مدل استاندارد را به صورت:

$$\frac{\partial}{\partial T} (q_{vis}^+ - q_{rad}^-) > 0 \quad (9)$$

ارائه داد [۴].

در بررسی ناپایداری های گرمایی در قرص بر افزایشی معمولاً سعی بر این بوده که کدری را ثابت یا یک تابعی خاص از دما و چگالی در نظر بگیرند اما کدری می تواند تابعی از دما و چگالی باشد [۳]. با توجه به رابطه (۹) ناپایداری یک قرص مدل کلاسیکی را با یک تابع کدری به شکل

$$\tilde{\kappa} = \rho^m T^{-n} \quad (10)$$

مورد بررسی قرار می دهیم که  $\rho$  چگالی گاز و  $T$  دمای گاز است. از رابطه (۱) و با توجه به ثابت ماندن چگالی سطحی ما می توانیم بنویسیم:

$$\frac{P_1}{P_0} = \frac{H_1}{H_0} \quad (11)$$

که  $P_1$  و  $\Sigma_1$  و  $H_1$  به ترتیب، فشار، چگالی سطحی و نیم ضخامت قرص بعد از اختلال می باشند و آنها بی که با اندیس صفر علامت گذاری شدند بیانگر همان پارامتر ها، قبل از اختلال هستند. هم چنین از رابطه (۷) ما می توانیم به رابطه زیر برسیم:

$$\frac{P_1}{P_0} = -\beta \frac{H_1}{H_0} + (4 - 3\beta) \frac{T_1}{T_0} \quad (12)$$

که نهایتاً داریم:

$$\frac{T_1}{T_0} = \frac{1 + \beta}{4 - 3\beta} \frac{H_1}{H_0} \quad (13)$$

که  $\beta \equiv \frac{P_{gaz}}{p}$  است.

با توجه به روابط (۵) و (۶) و با استفاده از معادلات (۱۱) و (۱۳) و  $\rho_1/\rho_0 + H_1/H_0 = 0$  می توانیم بنویسیم:

$$\frac{q_{vis,1}^+}{q_{vis,0}^+} = \frac{8 - 6\beta - 7\mu + 7\mu\beta}{1 + \beta} \frac{T_1}{T_0} \quad (14)$$

از طرفی با توجه به رابطه (۸) و (۱۰) و ثابت بودن چگالی سطحی داریم :

$$q_{rad}^- \propto T^{(4+n)} \rho^{-m} \quad (15)$$

با این رابطه و با استفاده از معادلات (۱۱) و (۱۳) و  $\rho_1/\rho_0 + H_1/H_0 = 0$  می توانیم بنویسیم:

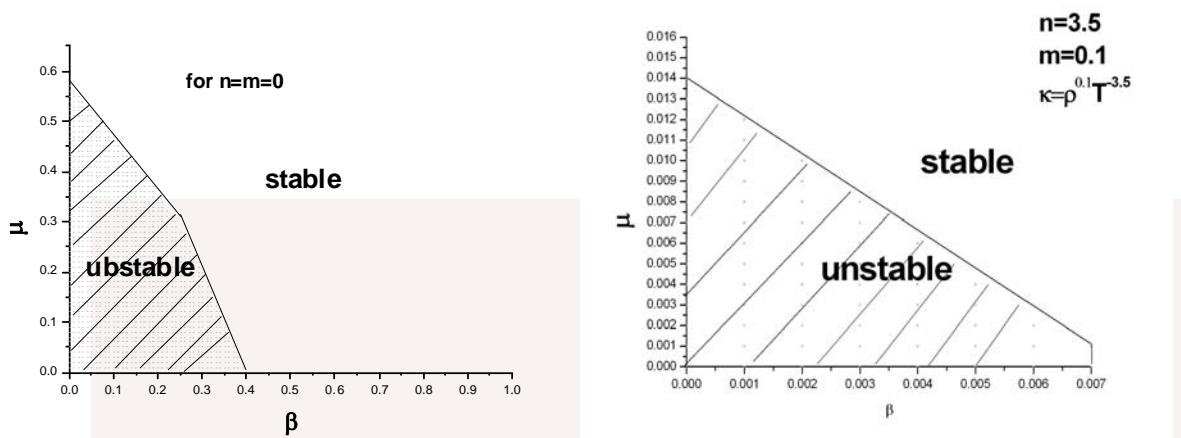
$$\frac{q_{rad,1}^-}{q_{rad,0}^-} = \frac{4m - 3\beta m + 4 + n\beta + n + 4\beta}{1 + \beta} \frac{T_1}{T_0} \quad (16)$$

با توجه به رابطه (۹) می توانیم نشان دهیم قرص به صورت گرمایی ناپایدار است اگر رابطه زیر برقرار باشد. :

$$4 - 10\beta - 7\mu - 4m - n + 3\beta m - n\beta + 7\beta\mu > 0 \quad (17)$$

## نتیجه گیری

برای بررسی شرط ناپایداری به دست آمده در رابطه (۱۷)، با قرار دادن  $n$  و  $m$  های مختلف، می توان شرایط مختلفی را برای ناپایداری قرص به دست آورد که ما در زیر دو نمونه از آن را در نمودار  $(\beta, \mu)$  رسم نمودیم. همانطور که در شکل می بینید برای کدری های ثابت یعنی زمانی که مقادیر  $n$  و  $m$  برابر با صفر می باشند نتیجه همان نمودار بی اشت که توسط افراد مختلف به دست آمد [۳]. هنگامی که کدری مقادیر ثابت باشد و فشار محیط ناشی از فشار تابشی باشد مقادیر  $\mu$  و  $\beta$  برابر صفر خواهد بود . این ناحیه داخلی ترین ناحیه قرص می باشد و همانطور که در شکل می بینید دارای ناپایداری گرمایی است. در خارجی ترین ناحیه یک قرص مدل آلفا فشار برابر فشار گاز است بنابر این  $\beta = 1$  است از طرفی کدری در این ناحیه برابر  $\rho \propto T^{-3.5} K_{ff}$  می باشد پس با توجه به رابطه (۱۷) میبینید که سمت چپ یک مقدار منفی است و بنابراین خارجی ترین ناحیه قرص از نظر گرمایی همیشه می تواند پایدار باشد.



شکل ۱: نمودار  $(\beta, \mu)$  برای مقادیر مختلف  $n$  و  $m$  که ضرایب ثابت در تابع کدری  $\tilde{K}$  می باشند. نواحی سایه دار و هاشور زده نواحی ناپایدار می باشند.

## مرجع‌ها

- Shakura N.I., Sunyaev R.V, 1973, *A&A*, **24**, 337
- Shibazaki N., Hoshi R, 1975, *PTP*, **54**, 706
- Kato S., Fukue J., Mineshige S., 2008, *Blach Hole Accretion Disks*, Kyoto university press, chapter 3&4
- Pringle J.E., Rees M.J., Pacholczyk A.G., 1976, *A&A*, **29**, 179

## بررسی نسبت میون به الکترون در بهمن های گستردۀ ی هوایی

صادقی پری، مهرنوش پورمحمد، داود

گروه فیزیک، دانشگاه بین المللی امام خمینی (ره)

### چکیده

با بررسی نسبت میون به الکترون در بهمن گستردۀ هوایی می توان ذره ی اولیه بهمن را شناسایی نمود. البته این در صورتی است که بتوان بهمن هایی که با ذرات گوناگون شروع می شوند را از هم تفکیک نمود. بدین منظور ۳۵۰۰ بهمن برای پنج ذره ی فوتون، پروتون، هلیوم، آلومنیوم و آهن در بازه ی انرژی  $10^{12}$  تا  $10^{18}$  الکترون ولت برای موقعیت چهارگانه تهران و زوایای سمتی و سرسوی صفر درجه با استفاده از بسته ی نرم افزاری کورسیکا [۱] شبیه سازی شده اند. برای تشخیص اینکه آشکارساز با چه ارتفاعی و در چه انرژی ای توانایی تفکیک جرمی ذرات اولیه را دارد به بررسی نسبت میون به الکترون در چهار ارتفاع مربوط به چهار رصدخانه ی کاسکاده، تبت، دانشگاه شریف و البرز پرداخته ایم. با استفاده از نمودارهایی که میانگین نسبت میون به الکترون را بر حسب عدد جرمی ذرات اولیه به دست می دهنده، توانسته ایم محدوده ی انرژی هر یک از رصدخانه ها برای تفکیک جرمی ذرات اولیه و همچنین ارتفاع مناسب برای چنین تفکیکی را به دست آوریم.

### مقدمه

پرتوهای کیهانی اولیه که اغلب پروتونها و هسته های اتمی سنگین تر هستند، هنگام برخورد با جو زمین ذرات ثانویه ی زیادی را تولید می کنند که بهمن هوایی گستردۀ نامیده می شود [۲]. اکثر این ذرات مزون های ناپایداری هستند که به سرعت به میون ها واپاشیده می شوند.

$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu \quad \pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$$

میون ها به دلیل اثر نسبیتی اتساع زمان می توانند به سطح زمین برسند. میون ها با برهمکنش های ضعیف به صورت زیر واپاشیده می شوند:

$$\mu^- \rightarrow e^- + \nu_e + \bar{\nu}_e \quad \mu^+ \rightarrow e^+ + \nu_e + \bar{\nu}_e$$

در نتیجه اغلب ذرات قابل آشکارسازی در سطح زمین میون ها و الکترون ها هستند [۳]. تعداد میون های بهمن تقریب خوبی از انرژی ذرات اولیه است، در حالیکه تعداد الکترون های بهمن به شدت به جرم ذرات اولیه، انرژی اولیه و زاویه سمت الرأسی برخورد اولیه بستگی دارد [۴]. نسبت میون به الکترون برای تشخیص ذره ی اولیه ی بهمن استفاده می شود [۵].

### شبیه سازی

شبیه سازی ها در موقعیت چهارگانه تهران با استفاده از بسته نرم افزاری کورسیکا انجام شده است. هدف از این شبیه سازی ها بررسی نسبت میون به الکترون در راستای یافتن ارتفاع و انرژی مناسب برای تفکیک جرمی ذرات اولیه بوده است. شبیه سازی ها در بازه ی انرژی  $10^{12}$  تا  $10^{18}$  الکترون ولت برای پنج نوع ذره ورودی فوتون، پروتون، هلیوم، آلومنیوم و آهن انجام شده است. در هر انرژی برای هر نوع ذره ورودی صد بهمن شبیه سازی شده که در

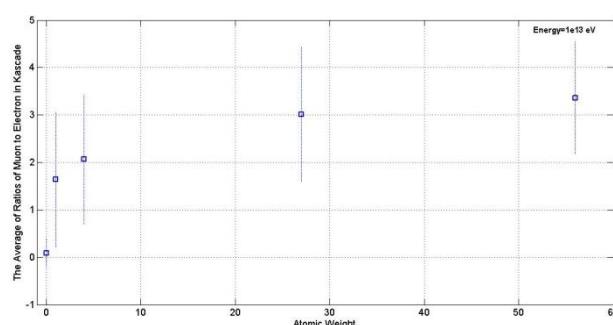
نهایت ۳۵۰۰ بهمن شبیه سازی شده با شرایط فوق الذکر در دسترس بوده اند. در انرژی  $10^{17}$  و  $10^{18}$  الکترون ولت برای کاهش زمان شبیه سازی از روش Thining استفاده شده است. برای تحلیل داده ها فایل DATnnnnnn.long موجود در فایل های خروجی کورسیکا را مورد استفاده قرار داده ایم که در آن برای هر بهمن عمق های جو از عمق  $20 \text{ gcm}^{-2}$  با گام های  $20 \text{ gcm}^{-2}$  تا عمق  $1040 \text{ gcm}^{-2}$  وجود دارد. ارتفاع چهار رصدخانه‌ی کاسکاده، تبت، دانشگاه شریف و البرز به ترتیب عبارتند از  $110$ ،  $4300$ ،  $4200$  و  $2600$  متر که با توجه به فرمول (۱) این ارتفاعات بر حسب  $\text{gcm}^{-2}$  محاسبه شده است:

$$\ln(x) = 5/26 \ln \left[ (44/34 - h) / 11/86 \right] [6] \quad (1)$$

که به ترتیب عبارتند از  $1012/32$ ،  $890/81$ ،  $848/89$ ،  $601/77$  گرم بر سانتی متر مربع که با توجه به عمق های جو موجود در فایل DATnnnnnn.long کورسیکا این ارتفاعات به ارتفاع های  $1020$ ،  $600$  و  $900$  گرم بر سانتی متر مربع تقریب زده شده است. در هر یک از این عمق ها جمع الکترون و پوزیترون ( $e^- + e^+$ ) و جمع میون منفی و میون مثبت ( $\mu^- + \mu^+$ ) محاسبه و سپس نسبت این دو مجموع و یا به عبارت دیگر ( $\mu/e$ ) به دست آمده است. در محاسبه‌ی این نسبت مقادیر بی نهایت در نظر گرفته نشده که در انرژی های بالای  $10^{14}$  الکترون ولت این مقدار به ندرت دیده شد، بنابراین در نتایج حاصله تاثیری ندارد. در نتیجه  $100$  نسبت برای هر ذره در هر بهمن در یک انرژی ثابت به دست آمده که از این  $100$  نسبت میانگین گیری شده و با توجه به انحراف از میانگین داده ها، منحنی نسبت میون به الکترون بر حسب عدد جرمی رسم گردیده است.

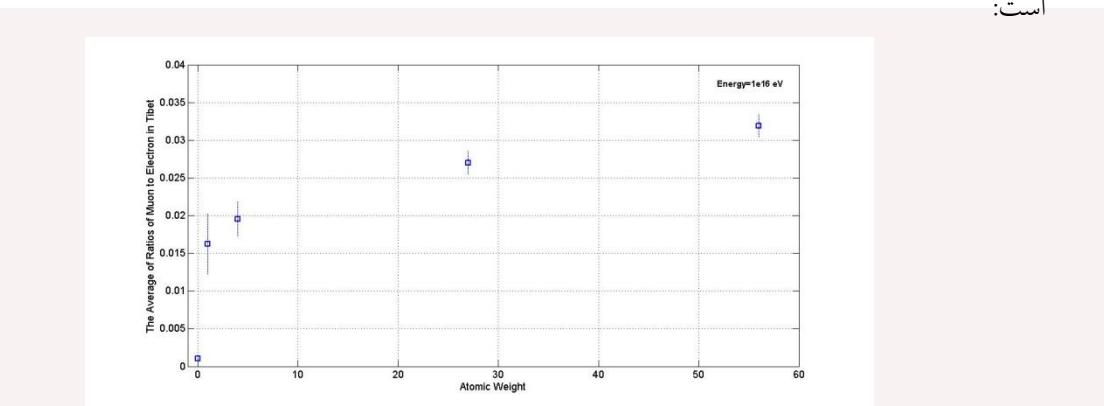
### تحلیل داده ها

نمودار ها برای بازه‌ی انرژی  $10^{12}$  تا  $10^{18}$  (در هر انرژی یک نمودار) برای پنج ذره‌ی فوتون، پروتون، هلیوم، آلومنیوم و آهن و برای چهار ارتفاع کاسکاده، تبت، دانشگاه شریف و البرز رسم گردیده است. با توجه به میله‌های خطأ در هر یک از نمودارها و با مقایسه‌ی نمودارها در یک انرژی ثابت برای چهار ارتفاع، مشخص گردیده است که تفکیک جرمی ذرات اولیه در انرژی های  $10^{12}$  و  $10^{13}$  الکترون ولت در سه ارتفاع کاسکاده، دانشگاه شریف و البرز تقریباً امکان پذیر نیست. میله‌های خطا چنان همپوشانی ای دارند که بهمن ها با ذرات اولیه‌ی مختلف از هم تمیز نمی‌یابند. نمونه‌ای از این همپوشانی در شکل ۱ دیده می‌شود:



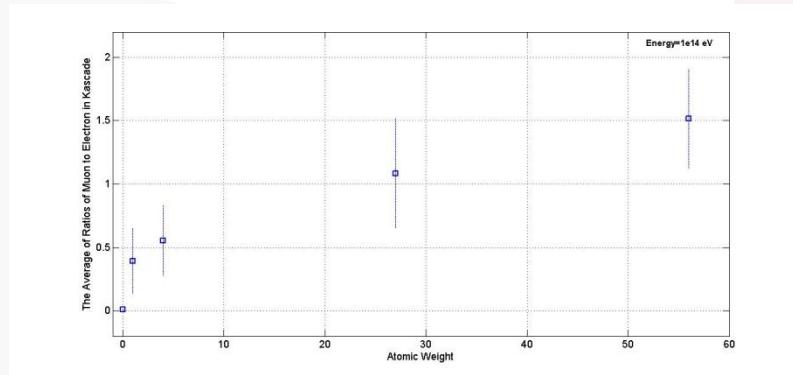
شکل ۱: میانگین نسبت میون به الکترون در انرژی  $10^{13}$  الکترون ولت در ارتفاع کاسکاده.

در مورد ارتفاع تبت در انرژی  $10^{12}$  نیز چنین وضعیتی صادق است؛ اما در انرژی  $10^{13}$  الکترون ولت همپوشانی میله های خطأ کمتر شده و بهمن ها اندکی از هم تمیز می یابند. در سه انرژی  $10^{14}$ ،  $10^{15}$  و  $10^{16}$  الکترون ولت با افزایش انرژی و ارتفاع، تفکیک جرمی ذرات اولیه بسیار مناسب می شود، به طوریکه در انرژی  $10^{16}$  الکترون ولت برای ارتفاع تبت(بیشترین ارتفاع) همانطور که در شکل ۲ دیده می شود تفکیک جرمی ذرات اولیه کاملاً امکانپذیر است:



شکل ۲: میانگین نسبت میون به الکترون در انرژی  $10^{16}$  الکترون ولت در ارتفاع تبت.

اما همانطور که در شکل ۳ دیده می شود برای ارتفاع کاسکاده (کمترین ارتفاع) و انرژی  $10^{14}$  الکترون ولت، تفکیک جرمی ذرات اولیه ای بهمن ها سخت تر انجام می شود:



شکل ۳: میانگین نسبت میون به الکترون در انرژی  $10^{14}$  الکترون ولت در ارتفاع کاسکاده.

در انرژی  $10^{17}$  و  $10^{18}$  الکترون ولت همپوشانی میله های خطأ افزایش یافته و در نتیجه تفکیک جرمی ذرات اولیه به سختی صورت می پذیرد. بنابراین تفکیک جرمی ذرات اولیه ای بهمن در ناحیه ای زانو و اطراف آن و در ارتفاعات بالاتر با سهولت بیشتری انجام می پذیرد.

نتیجه ای دیگری که با توجه به نمودارها می توان به آن اشاره نمود این است که نسبت میون به الکترون برای بهمن فوتونی(بهمن الکترومغناطیسی) در تمامی انرژی ها و در تمامی ارتفاعات دارای مقدار نزدیک به صفر است. همچنین از انرژی  $10^{14}$  الکترون ولت به بالا، بهمن الکترومغناطیسی از بهمن های هادرونی تفکیک پذیر است. و در ناحیه زانو و اطراف آن با دقت و سهولت بیشتری امکان پذیر است.

## نتایج

از آنجائیکه نسبت میون به الکترون اطلاعات مفیدی در زمینهٔ تفکیک جرمی ذرات اولیهٔ بهمن فراهم می‌آورد، به مطالعهٔ این نسبت پرداختیم. بدین منظور  $3500 \times 10^{12}$  بهمن برای پنج ذرهٔ ورودی در بازهٔ انرژی  $10^{12} \text{ to } 10^{18}$  الکترون ولت شبیه سازی نمودیم. نسبت مورد نظر را برای این بهمن‌ها در چهار ارتفاع مختلف به دست آورده و نمودارهایی را بر حسب عدد جرمی رسم نمودیم. میله‌های خطأ در نمودارها این مطلب را نشان دادند که تفکیک جرمی ذرات اولیه در انرژی‌های  $10^{12}$  و  $10^{13}$  الکترون ولت تقریباً غیر ممکن، در ناحیهٔ زانو و اطراف آن امکان‌پذیر و در انرژی‌های  $10^{17}$  و  $10^{18}$  به سختی صورت می‌گیرد. از طرف دیگر از انرژی  $10^{14}$  به بالا بهمن الکترومغناطیسی از بهمن هادرولنی تفکیک پذیر است. بنابراین با استفاده از این روش پیشه‌هادی، ارتفاع و انرژی مناسب برای نصب آشکارساز با هدف تفکیک جرمی ذرهٔ اولیهٔ بهمن مشخص می‌گردد.

## مرجع‌ها

- 1-CORSIKA, D. Heck et al., FZKA 6019, Forschungszentrum Karlsruhe 1998
- 2- Thomas K. Gaisser, *Cosmic Rays and Particle Physics* (CAMBRIDGE UNIVERSITY PRESS)
- 3- H. Rebel, O. Sima, A. Haungs, J. Oehlschläger, C. Manailescu, C. Morariu, A. Patrascioiu, FZKA 7294 Forschungszentrum Karlsruhe (2007)
- 4- J.H.Weber, T. Antoni, W.D. Apel, F. Badea, K. Bekk, K. Bernlöhr, E. Bollmann, H. Bozdog,I.M. Brancus, A. Chilingarian, K. Daumiller, P. Doll, J. Engler, F. Feßler, H.J. Gils,R. Glasstetter, R. Haeusler,W. Hafemann, A. Haungs, D. Heck, J.R. Horandel, T. Holst,K.-H. Kampert,J. Kempa, H.O. Klages, J. Knapp, H.J. Mathes, H.J. Mayer, J. Milke,D. Mühlenberg, J. Oehlschläger,M. Petcu, H. Rebel,M. Risse, M. Roth, G. Schatz, H. Schieler,F.K. Schmidt, T. Thouw, H. Ulrich, A. Vardanyan, B. Vulpescu, J. Wentz, T.Wibig, T.Wiegert,D.Wochele, J. Wochele, J. Zabierowski,international cosmic ray 1999 conference
- 5-J.H. Weber, Forschungszentrum Karlsruhe, Postfach 3640, 76021 Karlsruhe, Germany
- 6-Todor Stanev, High Energy Cosmic Rays(University of Delaware)

## Threshold density of kaon condensation in the neutron star matter

M. Bigdeli, M.S. Zamani

*Department of Physics, Zanjan University, P.O.Box 45195-313, Zanjan, Iran*

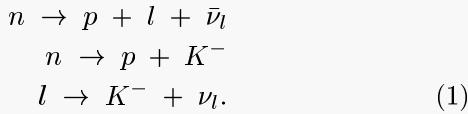
In this paper, we investigate the threshold density to produce the kaon condensate in the neutron star. According to our results, the threshold density for kaon condensation lies in the range (0.4-0.9)  $fm^{-3}$ .

PACS numbers: 21.65.-f, 26.60.-c, 64.70.-p

### I. INTRODUCTION

Neutron star is composed of neutrons, protons, electrons and muons ( $npe\mu$  matter) at low densities. As density increases, strange matter like hyperons, a kaon condensate, or quark matter appear. Kaplan and Nelson first proposed the possibility of kaon condensation as a new possible hadronic phase with a macroscopic strangeness condensate and as a passing way to strange matter [1]. The existence of the  $K^-$  condensed phase would be significant in astrophysics. For example it affects the equation of state of neutron star matter and gives a possibility of a low maximum mass of  $\sim 1.4M_\odot$ , and thereby the low mass black holes can be expected around  $\sim 1.4M_\odot$  [2].

The kaon condensate in the neutron star matter can be present through the following beta equilibrium reactions:



where  $l = e, \mu$ . As neutrinos leave the star freely, the above reactions of chemical equilibrium lead to following conditions for all particles composed the system,

$$\mu = \mu_K = \mu_e = \mu_\mu = \mu_n - \mu_p \quad (2)$$

### II. FORMALISM

In general, the energy density of neutron star matter which contains nucleon matter, leptons and kaon condensate has been determined in the following way,

$$\varepsilon = \varepsilon_{NN} + \varepsilon_{lep} + \varepsilon_{KN} \quad (3)$$

where  $\varepsilon_{KN}$  is the kaon-nucleon interaction energy density,  $\varepsilon_{lep}$  is the energy density of leptons and  $\varepsilon_{NN}$  is energy density of nucleon-nucleon interactions.

The energy per particle of asymmetrical nucleon matter can be calculated by semi-empirical mass formula as [3,4],

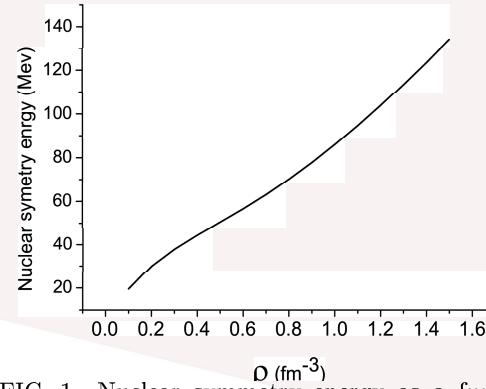


FIG. 1. Nuclear symmetry energy as a function of the baryon number density.

$$E(\rho, \beta) = E(\rho, 0) + E_s(\rho)(1 - 2Y_p)^2 \quad (4)$$

where  $E_s(\rho)$  is the symmetry energy of the nuclear matter which is given by the following relation,

$$E_s(\rho) = E(\rho, 1) - E(\rho, 0). \quad (5)$$

$E(\rho, 1)$  and  $E(\rho, 0)$  are the energy per particle of pure neutron matter and symmetrical nuclear matter respectively. In our calculations, these energies have been determined using the LOCV method [5].

We can find the kaon-nucleon contribution,  $\varepsilon_{KN}$ , by using the baym theorem in natural unit [6],

$$\begin{aligned} \varepsilon_{KN} &= f^2 \frac{\mu_K^2}{2} \sin^2 \theta + 2m_K^2 f^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \\ &+ \rho(2a_1x + 2a_2 + 4a_3)m_s \sin^2 \frac{\theta}{2} \end{aligned} \quad (6)$$

where

$f = 93 MeV$ ,  $a_1 m_s = -67 MeV$ ,  $a_2 m_s = 134 MeV$  and  $-310 MeV < a_3 m_s < -134 MeV$ .

When all densities are fixed, the minimization of the energy density of neutron star matter, Eq. 3, with respect to the free microscopic parameter  $\theta$ , leads to

$$\left( \frac{\partial \varepsilon}{\partial \theta} \right)_{\rho_i} = 0 \quad (7)$$

TABLE I. Threshold density for the Kaon condensation

	$a_3 m_s [MeV]$	$\rho_{th} [fm^{-3}]$	$Y_p$	$\mu [MeV]$	$Y_e$	$Y_\mu$
<i>a</i>	-310	0.42505	0.0627	161.54	0.0436	0.0191
<i>b</i>	-222	0.56765	0.0769	185.36	0.0493	0.0276
<i>c</i>	-134	0.8164	0.1048	225.67	0.0619	0.0429

- [4] G. H. Bordbar and M. Bigdeli, Phys. Rev. **C 76**, 035803 (2007).
- [5] M. Bigdeli, Phys. Rev. **C 82**, 054312 (2010).
- [6] S. Kubis and M. Kutschera, Nucl. Phys. **A 720**, 189 (2003).

we can find the equation below for  $\theta$ ,

$$\begin{aligned} \cos\theta = & \frac{1}{f^2 \mu^2} (m_K^2 f^2 + \frac{1}{2} \rho (2a_1 x + 2a_2 + 4a_3) m_s \\ & - \frac{1}{2} \mu \rho (1+x)) \end{aligned} \quad (8)$$

Kaon condensate appears in the core of the neutron star when the above equation possesses a solution, otherwise the neutron star matter contain only  $npe\mu$  matter.

For the systems which are considered here, charged particles satisfy the neutrality condition,

$$\rho_p = \rho_e + \rho_\mu + \rho_K \quad (9)$$

hence:

$$\begin{aligned} f^2 \mu \sin^2 \theta + \rho (1+x) \sin^2 \frac{\theta}{2} + \frac{\mu^3}{3\pi^2} \\ + \frac{(\mu^2 - m_\mu^2)^{\frac{3}{2}}}{3\pi^2} - \rho x = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

The threshold density may be found from the above relations simply by setting  $\theta = 0$ .

### III. RESULTS AND DISCUSSION

The symmetry energy of nuclear matter has been plotted as a function of the baryon number density in Fig.1. This figure shows that the nuclear symmetry energy is an increasing function of the density.

Results for threshold density of kaon condensate and proton fraction are displayed in table 1 for different values of  $a_3 m_s$ . As it can be seen from this table, the threshold density for the occurrence of the Kaon condensation depends on the value of  $a_3 m_s$  and by increasing  $a_3 m_s$  the threshold density increases. This table also shows the values of particle fractions and chemical potentials for different values of  $a_3 m_s$ .

- 
- [1] D.B Kaplan and A.E Nelson, Phys. Lett. **B 175**, 57 (1986).
  - [2] G.E Brown and H.A Bethe, Astrophys. **J 423**, 659 (1994).
  - [3] G. H. Bordbar and M. Bigdeli, Phys. Rev. **C 75**, 045804 (2007).

## Direct Urca Process in Full Polarized Neutron Star Matter

M. Bigdeli, and N. Roohi

*Department of Physics, Zanjan University, P.O.Box 45195-313, Zanjan, Iran*

In this paper, we have determined the threshold density for the occurrence of direct Urca process for the full polarized neutron star matter. Our calculation shows, this threshold density is about  $0.3278 \text{ fm}^{-3}$ .

PACS numbers: 21.65.-f, 26.60.-c, 64.70.-p

### I. INTRODUCTION

pulsars and magnetars are two kinds of neutron star with very strong magnetic field in about  $10^{13} - 10^{15}$  gause [1]. Because of this strong field, the normal neutron star matter which contains neutrons, protons and leptons (npl matter) becomes polarized. So this phase transition to polarized neutron star matter can affect cooling of the neutron stars.

The cooling of the neutron star occurs via neutrino emission from its core after several seconds of its formation and continues by photon emission from surface after approximately  $10^5$  years. The direct Urca (DUrca) process is believed to be most powerful neutrino emission which is a sequence of direct and inverse beta-decays [2],

$$\begin{aligned} n &\rightarrow p + l + \bar{\nu}_l \\ p + l &\rightarrow n + \nu_l. \end{aligned} \quad (1)$$

where  $l = e$  and  $\mu$ , which is corresponding to electrons and muons. This process can occur if the momentum conservation satisfies the triangle condition,  $k_{F_p} + k_{F_l} > k_{F_n}$ , here  $k_{F_i}$  is fermi momenta of nucleons and leptons. For the systems which are considered here, we have also the charge neutrality condition  $\rho_p = \rho_e$ , for  $npe$  matter and  $\rho_p = \rho_e + \rho_\mu$ , for  $npe\mu$  matter.  $\rho_i$  is the number density of each component of the system. Notice that muon appears after some critical density in which the fermi energy of electron is sufficient to produce muon. The density of each component is given by,

$$\rho_i = 6\pi^2 \frac{k_{F_i}^3}{\nu} \quad (2)$$

where  $\nu$  is the degeneracy of system. The neutrino and antineutrino momenta ( $p_\nu \approx k_B T/c$ ) are negligible with respect to fermi momenta of nucleons and leptons. After doing some calculations these equations lead to the proton fraction ( $Y_p = \frac{\rho_p}{\rho_n + \rho_p}$ ) larger than 0.11 and 0.148 for  $npe$  and  $npe\mu$  matter, respectively.

Nevertheless the energy conservation must also be satisfied simultaneously. In neutron star matter, the proton fraction depends on the nuclear symmetry energy.

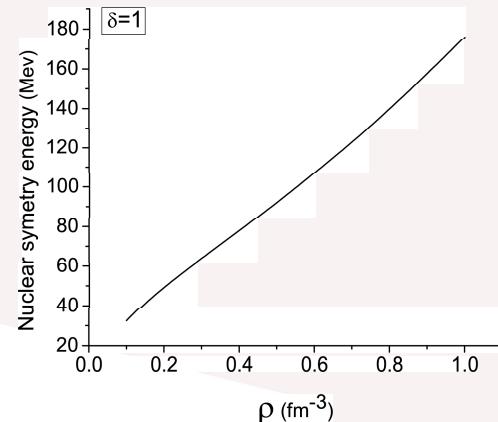


FIG. 1. Nuclear symmetry energy as a function of the baryon density.

In this paper we intent to calculate threshold density for the occurrence of direct Urca process for the full polarized neutron star matter. In this way, first we calculate the nuclear symmetry energy of full polarized matter and then, calculate the threshold value of proton fraction in which direct Urca occurs.

### II. NUCLEAR SYMMETRY ENERGY OF FULL POLARIZED NUCLEAR MATTER

The energy per nucleon of the polarized asymmetrical nuclear matter can be calculated from the semi-empirical mass formula as follows [3,4],

$$E(\rho, \delta, Y_p) = E(\rho, \delta, Y_p = 1/2) + E_s(\rho, \delta)(1 - 2Y_p)^2 \quad (3)$$

where  $Y_p$  is the proton fraction,  $\rho = \rho_n + \rho_p$  is the baryon number density and  $\delta$  is the polarization parameter,

$$\delta = \frac{\rho \uparrow - \rho \downarrow}{\rho \uparrow + \rho \downarrow}. \quad (4)$$

In the above realation  $\rho \uparrow$  ( $\rho \downarrow$ ) stands on the number density of spin up (down) nucleons.  $E_s(\rho, \delta)$  is the symmetry energy of the nuclear matter which is given by,

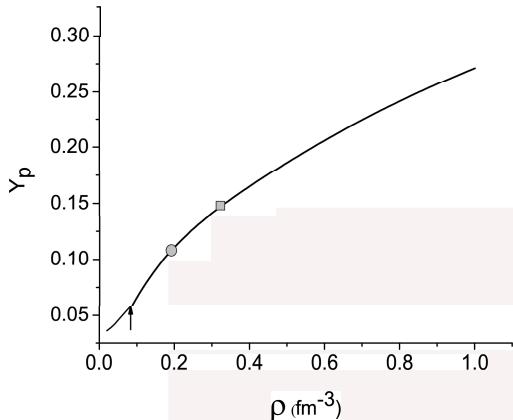


FIG. 2. Proton fraction versus the baryon density.

$$E_s(\rho, \delta) = E(\rho, \delta, Y_p = 0) - E(\rho, \delta, Y_p = \frac{1}{2}), \quad (5)$$

in which  $E(\rho, \delta, Y_p = 0)$  and  $E(\rho, \delta, Y_p = \frac{1}{2})$  are the energy per particle of polarized neutron and symmetrical nuclear matter which are calculated using the lowest order constrained variational (LOCV) method [5]. The LOCV is a powerful tool for determination of the properties of the nucleonic matter at zero and finite temperature [3–5]. In this paper we assume the full polarized matter, that means for each component of the system we have  $\delta = 1$ .

According to the beta equilibrium condition for direct Urca reactions we can write,

$$\mu_\mu = \mu_e = \mu_n - \mu_p = -\frac{\partial E}{\partial Y_p}, \quad (6)$$

where  $\mu_i$  is the chemical potential of particle  $i$ . Assuming ultra relativistic electrons and relativistic muons, we can calculate the proton fraction.

### III. RESULTS AND DISCUSSION

The symmetry energy of full polarized nuclear matter has been plotted as a function of the baryon number density ( $\rho$ ) in Fig. 1. We can see the nuclear symmetry energy increase with increasing the density.

Figure 2 shows the proton fraction versus the baryon density for  $npe\mu$  matter. The arrow denotes the critical density of muon production,  $\rho_c = 0.0862 \text{ fm}^{-3}$ . As we can see from this figure the threshold density for the occurrence of the electron direct Urca process is  $\rho_{th} = 0.199 \text{ fm}^{-3}$ , which is correspond to the proton fraction value of  $Y_{th} = 0.11$  (signed by circle). Figure 2 also shows the direct Urca process, in presence of muon, occurs at density  $\rho_{th} = 0.328 \text{ fm}^{-3}$  (signed by square).

- [1] S. Shapiro and S. Teukolsky, *Black Holes,White Dwarfs and Neutron Stars* (Wiley-New York,1983).
- [2] J.M. Lattimer and C.J. Pethick, *P.R.L.*, 66, 21, 1991
- [3] G.H. Bordbar and M. Modarres, *Phys. Rev. C* **58**, 714 (1998).
- [4] G. H. Bordbar and M. Bigdeli, *Phys. Rev. C* **77**, 015805 (2008).
- [5] M. Bigdeli, *Phys. Rev. C* **82**, 054312 (2010).

## ارزیابی گاز چاپلین تعیین یافته بوسیله تشخیص گر پیدا کننده حالت

محمد احمدی عامل<sup>۱,۲</sup>، محمد ملک جانی<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> گروه فیزیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد همدان، همدان

<sup>۲</sup> گروه فیزیک، دانشگاه بوعلی سینا، همدان

<sup>۳</sup> گروه فیزیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران مرکز

### چکیده

در این مقاله مدل گاز چاپلین تعیین یافته بوسیله تشخیص گر پیدا کننده حالت مورد مطالعه قرار گرفته است. پارامترهای پیدا کننده حالت که عبارتند از زوج  $\{r, s\}$  در این مدل محاسبه شده و رفتار تحولی گاز چاپلین تعیین یافته در صفحه  $s-r$  رسم شده است. نشان می دهیم که تحول مدل چاپلین تعیین یافته در این صفحه به پارامترهای مدل و ابسته بوده و رفتار این مدل در زمانهای آینده شبیه مدل استاندارد  $\Lambda CDM$  است. در نهایت نشان خواهیم داد که انحراف از مدل استاندارد  $\Lambda CDM$  در سناریوی گاز چاپلین تعیین یافته نسبت به گاز چاپلین استاندارد کمتر است.

M. Ahmadi Amel<sup>1</sup>, M. Malekjani<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Department of Physics, Islamic Azad University, Hamedan Branch

<sup>2</sup> Department of Physics, Bu-Ali Sina University, Hamedan 65178

<sup>3</sup> Department of Physics, Islamic Azad University, Central Tehran Branch

### Abstract

In this work by using the state finder diagnostic, the Generalized Chaplygin Gas (GCG) model has been investigated. We derive the state finder parameters  $\{r,s\}$  in GCG model and plot the evolutionary trajectories in  $s-r$  plane. We find that the evolutionary trajectories are depended on the parameters of the model and GCG model mimics the standard  $\Lambda CDM$  model at the late time. Eventually, it has been shown that the deviation of GCG model from the standard  $\Lambda CDM$  model is smaller compare with Standard Chaplygin Gas (SCG) model.

### مقدمه

رصد ابرنواخترهای دور دست بیانگر این واقعیت است که کیهان در حال انبساط تند شونده است. در کنار رصد ابرنواخترهای دور دست، آنالیز داده های رصدی ساختارهای بزرگ مقیاس و امواج میکرو موج زمینه کیهانی (CMB) نیز تایید کننده این انبساط تند شونده است. در چهارچوب مدل استاندارد کیهان شناسی انرژی تاریک بعنوان یک مدل ثوری، که تاکنون هیچگونه آزمایش موافقیت آمیزی درباره کشف ماهیت آن انجام نشده است، برای توجیه انبساط کیهانی بکار برده شده است. انرژی تاریک را می توان در دو گستره وسیع شامل میدان های اسکالار و میدان های برهم کنشی توصیف کرد. میدانهای اسکالار شامل مدلهای  $k$  – اسنس، فانتوم، کویتسن، تاخیون و ... می باشند. همچنین از مدلهای بر هم کنشی می توان به گاز چاپلین، مدل هولوگرافیک، مدل ایج گرافیک و... اشاره کرد. علی رغم اینکه مدلهای تئوری زیادی برای توصیف انرژی تاریک بیان شده اند، اما همچنان مدل استاندارد  $\Lambda CDM$  نتایج سازگاری با مشاهدات رصدی دارد. بنابراین مدلهای ذکر شده در

بالا نباید انحراف زیادی از مدل  $\Lambda CDM$  داشته باشد. یک راهکار مناسب برای تشخیص این انحراف استفاده از تشخیص گر پیدا کننده حالت می باشد. تاکنون مدل‌های مختلفی از انرژی تاریک در این آنالیز مطالعه شده اند که می توان اشاره کرد به مدل های کوینتینس، مدل‌های انرژی تاریک هولوگرافیک در کیهان تخت و غیر تخت، مدل فانتوم، مدل تاخیون، مدل‌های برهمنشی ایج گرافیک و ایج گرافیک جدید در کیهان تخت و غیر تخت و ....

در این مقاله گاز چاپلین تعیین یافته را بوسیله تشخیص گر پیدا کننده حالت در کیهان تخت مورد بررسی قرار می دهیم و نتایج آن را با مدل گاز چاپلین استاندارد مقایسه خواهیم کرد. نشان می دهیم که گاز چاپلین تعیین یافته نسبت به گاز چاپلین استاندارد انحراف کمتری از مدل  $\Lambda CDM$  دارد.

### مدل گاز چاپلین تعیین یافته

علی رغم اینکه گاز چاپلین استاندارد توانسته انبساط تند شونده کیهانی را توجیه کند اما این مدل در توصیف برخی از مسائل اختر فیزیکی مانند تشکیل ساختارهای کیهانی ناکارامد بوده است. به همین دلیل مدل گاز چاپلین تعیین یافته، که معادله حالت آن بصورت زیر می باشد، معرفی شده است

$$p = -\frac{A}{\rho^\alpha} \quad (1)$$

که در آن مقادیر  $A$  و  $\alpha$  پارامترهای مدل می باشند. بازی  $\alpha$  برابر صفر  $P = -A$ ، این مدل به مدل ثابت کیهان شناسی و به ازای  $\alpha$  برابر واحد، این مدل به مدل گاز چاپلین استاندارد تقلیل می یابد.

### تشخیص گر حالت :

با توجه به اینکه تمامی مدل‌های دینامیکی معرفی شده برای توصیف انرژی تاریک دارای پارامتر هابل بزرگتر از صفر ( $H = \frac{\dot{a}}{a} > 0$ ) و همچنین پارامتر کاهندگی کوچکتر از صفر در زمان حال هستند،  $(q = -\frac{\ddot{a}}{aH^2} < 0)$  بیانگر انبساط تند شونده کیهانی می باشد) لذا برای ارزیابی و مقایسه این مدلها با یکدیگر نیازمند مشتقهای بالاتر فاکتور مقیاس هستیم. این کار را اولین بار سنه‌ی <sup>۱</sup> به همراه آلام<sup>۲</sup> در سال ۲۰۰۳ با معرفی پارامترهای تشخیص گر حالت بصورت زیر معرفی کردند.

$$r = \frac{\ddot{a}}{aH^3} \quad s = \frac{r-1}{3(q-1/2)} \quad (2)$$

با توجه به اینکه پارامترهای  $r$  و  $s$  به فاکتور مقیاس وابسته هستند، بنابراین این پارامترها کمیت‌های هندسی محسوب می شوند. با در نظر گرفتن اینکه مدل‌های دینامیکی انرژی تاریک  $r$  و  $s$  متفاوتی دارند، بنابراین هر کدام از آنها مسیر تحولی متفاوتی را در صفحه  $s-r$  خواهد داشت. مدل استاندارد ثابت کیهان شناسی بعنوان اولین و ساده ترین توصیف انرژی تاریک در صفحه  $s-r$  با نقطه ثابت  $\{s=0, r=1\}$  مشخص می شود. مدل‌های مختلف انرژی تاریک مسیرهای تحولی متفاوتی را در صفحه  $s-r$  دارند. با محاسبه مقادیر عددی پارامترهای  $s$  و  $r$  در زمان حال و مقایسه آن با مقادیر استاندارد  $\{s=0, r=1\}$  می توان انحراف مدل مورد نظر را از مدل  $\Lambda CDM$  پیدا کرد. با توجه به اینکه مدل استاندارد  $\Lambda CDM$  سازگاری بسیار خوبی با شواهد رصدی دارد، لذا هر چقدر مقادیر  $s$  و  $r$  از  $\{s=0, r=1\}$  کمتر باشد، می توان گفت که مدل مورد نظر برای توصیف مسئله انرژی تاریک از دیدگاه آنالیز تشخیص گر پیدا کننده حالت دارای ارزش بیشتری خواهد بود. در این بخش ابتدا پارامترهای  $s$  و  $r$  را در مدل گاز چاپلین تعیین یافته محاسبه کرده و سپس رفتار تحولی این مدل را در صفحه  $s-r$  رسم خواهیم کرد. با در نظر گرفتن کیهانی شامل گاز چاپلین تعیین یافته و ماده باریونی با هندسه تخت معادله فریدمان و بدنبال آن پارامتر هابل نرمال شده به مقدار کنونی بصورت زیر نوشته می شود.

$$H^2 = H_0^2 E^2(a) = H_0^2 \{(1 - \Omega_b)[A_S + (1 - A_S)a^{-3(1+\alpha)}]^{\frac{1}{1+\alpha}} + \Omega_b a^{-3}\} \quad (4)$$

$$E(a) = \{(1 - \Omega_b)[A_S + (1 - A_S)a^{-3(1+\alpha)}]^{\frac{1}{1+\alpha}} + \Omega_b a^{-3}\}^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

که در آن  $\Omega_b$  چگالی بی بعد ماده باریونی است. مطالعات رصدی مقدار  $\Omega_b h^2 = 0.23$  را برای ماده باریونی پیشنهاد می کنند. پارامتر کاهندگی  $q$  که معیاری برای تعیین انبساط کند شونده یا تند شونده کیهانی است بر حسب پارامتر هابل بی بعد بصورت زیر بیان می شود.

$$q(x) = -\frac{1}{E} \frac{dE}{d \ln a} - 1 \quad (6)$$

با استفاده از رابطه (5)، رابطه (6) را می توان بصورت زیر نوشت

$$q = \frac{3}{2} \frac{(1 - \Omega_b)\{A_S + (1 - A_S)a^{-3(1+\alpha)}\}^{\frac{\alpha}{1+\alpha}} (1 - A_S)a^{-3(1+\alpha)} + \Omega_b a^{-3}}{(1 - \Omega_b)\{A_S + (1 - A_S)a^{-3(1+\alpha)}\}^{\frac{1}{1+\alpha}} + \Omega_b a^{-3}} - 1 \quad (7)$$

معادله (7) وابستگی پارامتر  $q$  را به مقادیر  $A_S$  و  $\alpha$  نشان می دهد. اکنون می توانیم زوج تشخیص گر حالت  $\{r, s\}$  را برای مدل گاز چاپلین تعیین یافته رسم کنیم و از تعریف معادله (2) استفاده

$$r = \frac{\ddot{a}}{a H^3} = \frac{\ddot{H}}{H^3} - 3q - 2 \quad (8)$$

همانند پارامتر  $q$  می توانیم دوباره پارامتر  $r$  را برای  $E$  بازنویسی کنیم.

$$r = \frac{1}{E} \frac{d^2 E}{d(\ln a)^2} + \frac{1}{E^2} \left( \frac{dE}{d \ln a} \right)^2 + \frac{3}{E} \frac{dE}{d \ln a} + 1 \quad (9)$$

همچنین برای پارامتر  $s$  می توانیم بدست آوریم

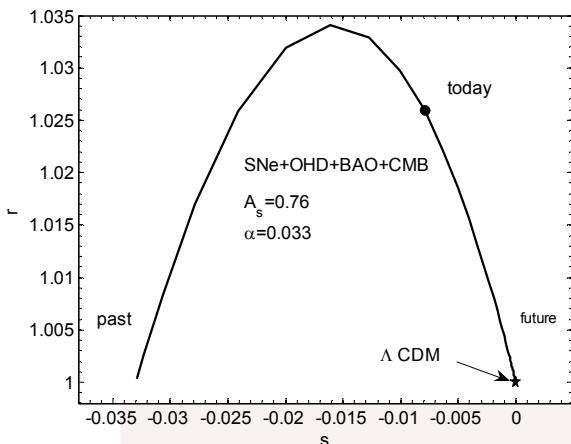
$$s = -\frac{\frac{1}{E} \frac{d^2 E}{d(\ln a)^2} + \frac{1}{E^2} \left( \frac{dE}{d \ln a} \right)^2 + \frac{3}{E} \frac{dE}{d \ln a}}{\frac{3}{E} \frac{dE}{d \ln a} + \frac{9}{2}} \quad (10)$$

چنانچه معادله (5) را در معادله های (9) و (10) قرار بدھیم می توانیم  $r$  و  $s$  را در مدل گاز چاپلین تعیین یافته بدست آوریم.

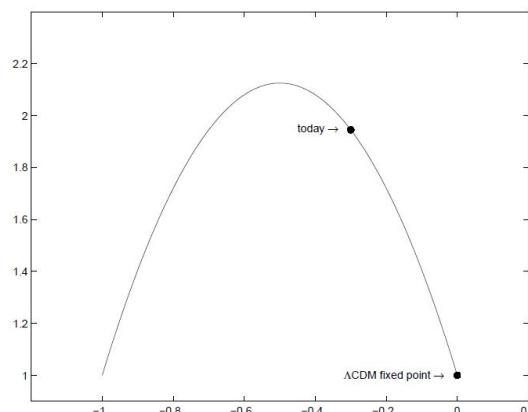
$$r = \frac{9}{2} \frac{(1 - \Omega_b)(1 - A_S)\{A_S + (1 - A_S)a^{-3(1+\alpha)}\}^{\frac{1-2\alpha}{1+\alpha}} A_S \alpha a^{-3(1+\alpha)}}{(1 - \Omega_b)\{A_S + (1 - A_S)a^{-3(1+\alpha)}\}^{\frac{1}{1+\alpha}} + \Omega_b a^{-3}} + 1 \quad (11)$$

$$s = -\frac{(1 - A_S)\alpha a^{-3(1+\alpha)}}{A_S + (1 - A_S)a^{-3(1+\alpha)}} \quad (12)$$

باز ای مقادیر  $\alpha = 0$  یا  $A_S = 1$  رفتار گاز چاپلین تعیین یافته مانند مدل استاندارد ثابت کیهان شناسی در کیهان تخت یعنی  $\{r = 1, s = 0\}$  خواهد بود.



شکل (۱) مسیر تحولی گاز چاپلین تعیین یافته در صفحه  $s-t$



شکل (۲) مسیر تحولی گاز چاپلین استاندار در صفحه  $s-t$

با حل معادله (۱۱) و (۱۲) مسیر تحولی گاز چاپلین تعیین یافته در صفحه  $s-t$  برای مقادیر رصدی  $A_s$  و  $\alpha$  در شکل (۱) نشان داده شده است. مقادیر رصدی نشان داده شده در شکل برای پارامترهای  $A_s$  و  $\alpha$  از آنالیز داده های کیهانی ابرنواخترهای دور دست (SNe)، داده های تابش زمینه کیهانی (CMB)، نوسانات آکوستیکی ماده باریونی در کیهان (BAO) و داده های رصدی هابل (OHD) بدست آمده است. مشاهده می شود که مسیر تحولی به پارامترهای گاز چاپلین وابسته بوده و مدل گاز چاپلین تعیین یافته در زمانهای آینده به نقطه  $\{s=0, r=1\}$  که بیانگر مدل استاندارد ثابت کیهان شناسی است خواهد رسید. بازای مقادیر انتخاب شده برای پارامترهای مدل مقدار کنونی پارامترهای  $s$  و  $r$  عبارتند از  $s=-0.007$  و  $r=1.027$ . در شکل (۲) مسیر تحولی گاز چاپلین استاندار در صفحه  $s-t$  نشان داده شده است. مقدار کنونی زوج  $\{s, r\}$  در این مدل عبارت است از  $\{s=-0.3, r=1.9\}$ . در مقایسه با مدل گاز چاپلین استاندارد، ملاحظه می شود که انحراف گاز چاپلین تعیین یافته نسبت به مدل استاندارد ثابت کیهان شناسی یعنی نقطه ثابت  $\{s=0, r=1\}$  کمتر است.

### نتیجه گیری

در این مقاله با استفاده از آنالیز تشخیص گر پیدا کننده حالت گاز چاپلین تعیین یافته بعنوان مدلی برای توصیف انسیاط تند شونده کیهانی مورد مطالعه قرار گرفته است. نشان دادیم که این مدل می تواند در زمانهای آینده رفتاری شبیه مدل استاندارد ثابت کیهان شناسی را داشته باشد. علاوه بر این، نکته حائز اهمیت این است که در صفحه  $s-t$  انحراف این مدل از مدل ثابت کیهان شناسی در مقایسه با گاز چاپلین استاندارد کمتر است. گاز چاپلین تعیین یافته علاوه بر اینکه در توصیف انسیاط تند شونده کیهانی و تشکیل ساختارهای کیهانی (مسئله ای که مدل گاز چاپلین استاندارد در توصیف آن ناکارامد بود) موفق می باشد، انحراف کمتری نیز از مدل استاندارد ثابت کیهان شناسی دارد.

### مراجع

- 1-Alam, U., Sahni, V., Saini, T. D., and Starobinsky, A.A., MNRAS. 344, 1057 (2003a).
- 2-Sahni, V. , Saini, T. D. , Starobinsky, A. A. and Alam, U. , JETP Lett 77, 201 (2003).
- 3-L. Xu, J. Lu, JCAP, 1003, 025, (2010).
- 4-Malekjani, M., Khodam-Mohammadi, A., Int. J. Mod. Phys. D, 19, 1 (2010).

## بررسی چگالی هسته های بدون ستاره ابرهای مولکولی

مصطفی علیرضا<sup>۱</sup> نژادصغر، محسن<sup>۱</sup> محمدپور، مطهره<sup>۱</sup>

<sup>۱</sup>دانشگاه مازندران

### چکیده

رصدهای جدید وجود گرادیان دما در هسته ها نشان می دهند و از آنجانی که تغییرات دما بطور مؤثر می تواند بر فشار هسته تاثیر گذارد باشد به بررسی اثر سرمایش و گرمایش در هسته ها می پردازیم. مشاهده می شود که با در نظر گرفتن اثر گرمایش و سرمایش، هسته ها جرم بحرانی بیشتری نسبت به حالت همدما (جرم بحرانی بزونور - ابرت) را دارا می باشند. از طرفی دیگر، دمای قسمت های درونی هسته و درنتیجه جرم آن با میزان تابش پرتوهای کیهانی متناسب است.

### مقدمه

چگونگی تشکیل ستارگان همواره از موضوعات اساسی اختوفیزیک بوده است. امروزه مشخص شده است که هسته های ابرهای مولکولی جایگاه اصلی شکل گیری ستارگان می باشند. ابرهای مولکولی به صورت ذاتی دارای زیر ساختهای که ای شکل بوده که هسته های ابر مولکولی نامیده می شوند. این هسته های چگال در ابعاد  $1,0 \text{ pc}$  به صورت کپه هایی در ابرهای مولکولی غول با ابعاد چند صد پارسک و گاهی نیز به صورت منفرد (گلبلو) ظاهر می شوند. مطالعه ساختار درونی این هسته ها ممکن در چگونگی تشکیل ستارگان را فراهم می آورد به طوری که کشف الگوهای حاکم بر این هسته ها به عنوان یکی از مسایل مهم اختوفیزیک همچنان در کانون توجه قرار دارد.

تشکیل ستاره، فرایندی بسیار پیچیده بوده که هنوز بسیاری از جوانب آن ناشناخته مانده است. در حالیکه گرانش مهم ترین عامل شکل گیری ستاره می باشد ناپایداریهای گرمایی و مغناطوهیدرودینامیکی نیز نقش بسزایی ایفا می کنند. کمتر از نیمی از هسته های رصد شده دارای ستاره می باشند [۱]، بقیه که در اصطلاح هسته های بی ستاره نامیده می شوند گستره ای از کنتراست چگالی و گرادیان دما را نشان می دهند [۲]. تعیین شرایط اولیه حاکم بر هسته، مانند شکل اولیه تغییرات شعاعی چگالی، دما، سرعت و میدان مغناطیسی در مرحله انقباض این هسته های پیش ستاره ای و تشکیل ستارگان بسیار تعیین کننده می باشد.

### معادلات حاکم بر مسئله

فروریزش گرانشی این هسته های چگال ستاره ایجاد می نماید. حرکت گازها در هسته ها فروصوت بوده که نشان می دهد علی رغم اینکه محیط خارجی هسته ها، محیطی تلاطمی است اما این هسته ها تقریبا در تعادل نیرو می باشند که جمع شدن فروصوتی و شتابدار هسته به مدت طولانی بستگی به توازن فشار و نیروی گرانشی دارد. استالر [۳] شرایط اولیه را برای هسته های پیش ستاره ای بصورت حالت نیمه تعادلی در نظر گرفت و در مدل خویش ابر را به صورت همدما در نظر گرفت. امروزه ابزارهای رصدی به حدی پیشرفت کرده است که آشکارسازی هسته های بسیار کوچک را امکان پذیر نموده است. رصد های جدید وجود گرادیان دما

را در هسته ها نشان می دهند. در واقع ابرهای مولکولی تحت تاثیر گرمایش و سرمایش قرار دارند و از آنجائی که تغییرات دما بطور مؤثر می تواند بر فشارهسته تاثیر گذار باشد به بررسی اثر سرمایش و گرمایش در آن ها می پردازیم. فرض می کنیم که الکترون ها و یون ها با هم حرکت می کنند. در مقیاس زمانی سرمایش، ختنی ها و یون ها جفت شده و به صورت تک شاره در نظر می گیریم. هسته ها را نیز بصورت کروی فرض می نماییم. البته هسته های رصد شده بیشتر بصورت دوکوار هستند که ممکن است به علت اثر نیروی ناهمسانگرد مغناطیسی باشد و برای سادگی از اثر میدان مغناطیسی و درنتیجه پخش دوقطبی صرف نظر می کنیم. با توجه به اینکه فشار در لبه خارجی هسته به مقدار ثابت  $P_0$  می رسد. معادلات بقای جرم، بقای تکانه، بقای انرژی را در سیستم مختصات اویلری به صورت زیر می نویسیم:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \rho u) \quad (1)$$

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{u \partial u}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} - \frac{Gm}{r^2} \quad (2)$$

$$\frac{1}{r-1} \left( \frac{\partial P}{\partial r} + u \frac{\partial P}{\partial u} \right) + \frac{\gamma - 1}{r-1} \frac{\partial (r^2 u)}{\partial r} = -\rho \Omega + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \kappa \frac{\partial T}{\partial r}) \quad (3)$$

در روابط فوق جمله  $\frac{\partial P}{\partial r}$  تابع سرددشوندگی خالص  $u$  سرعت شاره می باشد. در معادله انرژی جمله آخر مربوط به رسانندگی گرمایی است که با توجه به ابعاد و گرادیان دمای هسته ها  $\Delta T \sim 10 \text{ K}$  و  $\Delta L \sim 0.1 \text{ pc} \sim 10^{17} \text{ cm}$  و ضریب پخش حرارتی  $\kappa \sim 10^4 \text{ erg s}^{-1} \text{ K}^{-1} \text{ cm}^{-3}$ . رسانندگی گرمایی از مرتبه  $\nabla (\kappa \nabla T) \sim 10^{-22} \text{ erg s}^{-1} \text{ cm}^{-3}$  خواهد بود که در مقایسه با اثر جملات دیگر  $[4] \rho \Omega_{\min} \sim 10^{-24} \text{ erg s}^{-1} \text{ cm}^{-3}$  بوده و قابل صرف نظر کردن می باشد. سرعت شار با  $u \equiv \frac{dr}{dt}$  جایگزین می نماییم. جرم محصور شده در هر شعاع به صورت  $m \equiv \int_0^r 4\pi r^2 \rho dr$  می باشد. از آنجاییکه جرم کل ثابت است، مختصات اویلری  $(r, t)$  را به مختصات لاگرانژی  $(m, t)$  تبدیل می کنیم و کمیات زیر را برای بی بعدسازی تعریف می کنیم:

$$m_0 \equiv \frac{a^4}{a \sqrt{4\pi G P_0}}, \quad \tau_0 \equiv \frac{a^3}{\sqrt{4\pi G P_0}}, \quad \rho_0 \equiv \frac{P_0}{a^2}, \quad t_0 \equiv \frac{a}{\sqrt{4\pi G P_0}}, \quad \Omega_0 \equiv a \sqrt{4\pi G R_p} \quad (4)$$

معادلات بی بعد شده به صورت زیر می باشند.

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} = -\rho^2 \frac{\partial}{\partial m} \left( r^2 \frac{\partial r}{\partial \tau} \right) \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 r}{\partial \tau^2} = -r^2 \frac{\partial P}{\partial m} - \frac{m}{r^2} \quad (6)$$

$$\frac{\partial P}{\partial \tau} = \frac{\gamma P \partial \rho}{\rho} - (\gamma - 1) \rho \Omega \quad (7)$$

با در نظر گرفتن چگالی و فشار به صورت  $\rho \equiv e^{-\Psi}$  و  $P \equiv e^{-\Psi}$  کمیات بی بعد می باشند.

$$(\frac{\partial \rho}{\partial \tau} = e^{-\Psi} \frac{\partial}{\partial m} (r^2 \frac{\partial r}{\partial \tau})) \quad (8)$$

$$\frac{\partial^2 r}{\partial \tau^2} = r^2 e^{-\Psi} \frac{\partial \Psi}{\partial m} - \frac{m}{r^2} \quad (9)$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial \tau} = \frac{\partial \rho}{\partial \tau} + (\gamma - 1) e^{\Psi - \Omega} \Omega \quad (10)$$

$$\frac{dr}{dm} = \frac{e^\Psi}{r^2} \quad (11)$$

که معادلات (10-9-8) به ترتیب همان معادلات بقای جرم، تکانه و انرژی می باشد. شرایط مرزی برای معادلات فوق به صورت  $\Psi(M, t) = 0$  و  $\frac{dr}{dm}(M, t) = 0$  و  $\frac{d\Psi}{dm}(M, t) = 0$  می باشد. پیکر بندی اولیه ابر را طوری در نظر می گیریم که حالت تعادل تحت اثر مدهای نوسانی اندکی آشفته شده باشد. آشفتگی حول حالت تعادل را به صورت زیر تعریف می نماییم که در آن مرتبه صفرم که به زمان وابسته نیست بیانگر حالت تعادل و جمله دیگر بیانگر نوسان با دامنه  $\epsilon$  است.

$$\Psi(m, t) = \Psi_0(m) + \epsilon \Psi_1(m, t)$$

$$\Psi(m, t) = \Psi_0(m) + \varepsilon \Psi_1(m, t), \quad r(m, t) = r_0(m) + \varepsilon r_1(m, t) \quad (12)$$

با قراردادن بسط معادله (۱۲) در معادلات (۱۰ و ۱۱)، و جداسازی معادلات مرتبه صفرم و اول از یکدیگر، معادلات به شکل

$$\begin{cases} \frac{d\Psi_0}{dm} = \frac{m e^{\Psi_0}}{n_0^4} \\ \frac{dn_0}{dm} = \frac{e^{\Psi_0}}{n_0^2} \\ \Omega_0 = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{\partial \Omega_1}{\partial t} = e^{-\alpha_0} \frac{\partial}{\partial m} \left( n_0^2 \frac{\partial n_1}{\partial m} \right) \\ \frac{\partial^2 n_1}{\partial t^2} = e^{-\Psi_0} \frac{d\Psi_0}{dm} (2n_0 n_1 - n_0^2 \Psi_1) + n_0^2 e^{-\Psi_0} \frac{\partial \Psi_1}{\partial m} + \frac{2mn_1}{n_0^3} \\ \frac{\partial \Psi_1}{\partial t} = \gamma \frac{\partial \Omega_1}{\partial t} + (\gamma - 1) e^{\Psi_0 - \alpha_0} \Omega_1 \\ \frac{\partial n_1}{\partial m} = \frac{e^{\Psi_0}}{n_0^2} \left( \Omega_1 - \frac{2n_1}{n_0} \right) \end{cases} \quad (13)$$

در می آید. مرتبه صفرم که به بررسی حالت تعادل می پردازد تابع سرمایش خالص را به صورت  $\Omega_0 = 0$  می دهد. تابع گرمایش و سرمایش در ابرهای مولکولی یک تابع پیچیده می باشد اما از آنجایی که میدان تابشی میان ستاره های نمی تواند به درون این هسته های چگال نفوذ کند عامل اصلی گرمایش ابرهای چگال را پرتوهای کیهانی در نظر می گیریم. این هسته ها بوسیله پرتوهای کیهانی گرم شده و با تابش خطوط اپتیکی ضخیم سرد می شوند. سرد شوندگی به دما و چگالی وابسته است، آنرا مانند گلداشتمیت [۵] پارامتری در نظر می گیریم. تابع سرمایش خالص به صورت  $\Omega(\rho, T) = \Delta(\rho, T) - \Gamma_{\text{tot}} \text{erg.s}^{-1}.g^{-1}$  می باشد. تابع سرمایش را به صورت  $\Delta(\rho, T) = \Lambda(\rho, T) = \Lambda_0 \rho^\beta T^\beta$  که  $\alpha, \beta, \Lambda_0$  پارامترهای ثابتی بوده و به چگالی وابسته می باشند. گستره  $\beta$  بین ۱,۴ و ۰,۵ برای مواردی که از نظر اپتیکی نازک یا ضخیم باشند به ترتیب بزرگتر و کمتر از صفر می باشد. در محیط چگال هسته ابر مولکولی عامل اصلی گرمایش پرتوهای کیهانی است که با در نظر گرفتن ابری با چگالی لبه  $n_0 = 10^{-3} \text{cm}^{-3}$  مقدار آن به طور تقریبی  $\Gamma_{\text{tot}} \approx 3.12 \times 10^{-8} \text{J.kg}^{-1} \text{s}^{-1}$  تخمین زده می شود. پس از بی بعد کردن تابع سرمایش خالص به روابط زیر می رسیم:

$$\begin{aligned} \Omega &= \rho^\beta T^\beta - 1 \\ \Omega &= \rho^\alpha P^\beta - 1 = e^{-\alpha_0 - \beta \Psi} - 1 \rightarrow \alpha = \beta - \gamma \end{aligned}$$

$$\Omega_0 = 0 \rightarrow e^{-\alpha_0 \Omega_0 - \beta_0 \Psi_0} = 1 \rightarrow \alpha_0 \Omega_0 + \beta_0 \Psi_0 = 0 \rightarrow \Psi_0 = -\frac{\alpha_0}{\beta_0} \Omega_0 \rightarrow \Psi_0 = \kappa \Omega_0 \quad (14)$$

حال بایستی مقادیر  $\kappa$  را بیاییم. برای اینکار ابتدا مقادیر  $\alpha$  را تعیین می نماییم. پارامترهای ابری تابع سرد شوندگی با فراوانی استاندارد و گرادیان سرعت  $1 \text{km.s}^{-1}.\text{pc}^{-1}$  در جدول شماره ۱ تراویث [۶] داده شده است بر اساس این جدول در محدوده چگالی هسته مورد نظر ما  $n_0 \geq 10^{-3} \text{cm}^{-3}$  مقدار  $\alpha$  مطابق جدول زیر بدست می آید:

$$\alpha = \beta - \gamma \rightarrow \begin{cases} \alpha = -0.2 - 2.6 & \text{for } 10^3 < n < 10^4 \text{ cm}^{-3} \\ \alpha = -0.4 - 2.9 & \text{for } 10^4 < n < 10^5 \text{ cm}^{-3} \\ \alpha = -0.7 - 3.2 & \text{for } 10^5 < n < 10^6 \text{ cm}^{-3} \end{cases} \quad (15)$$

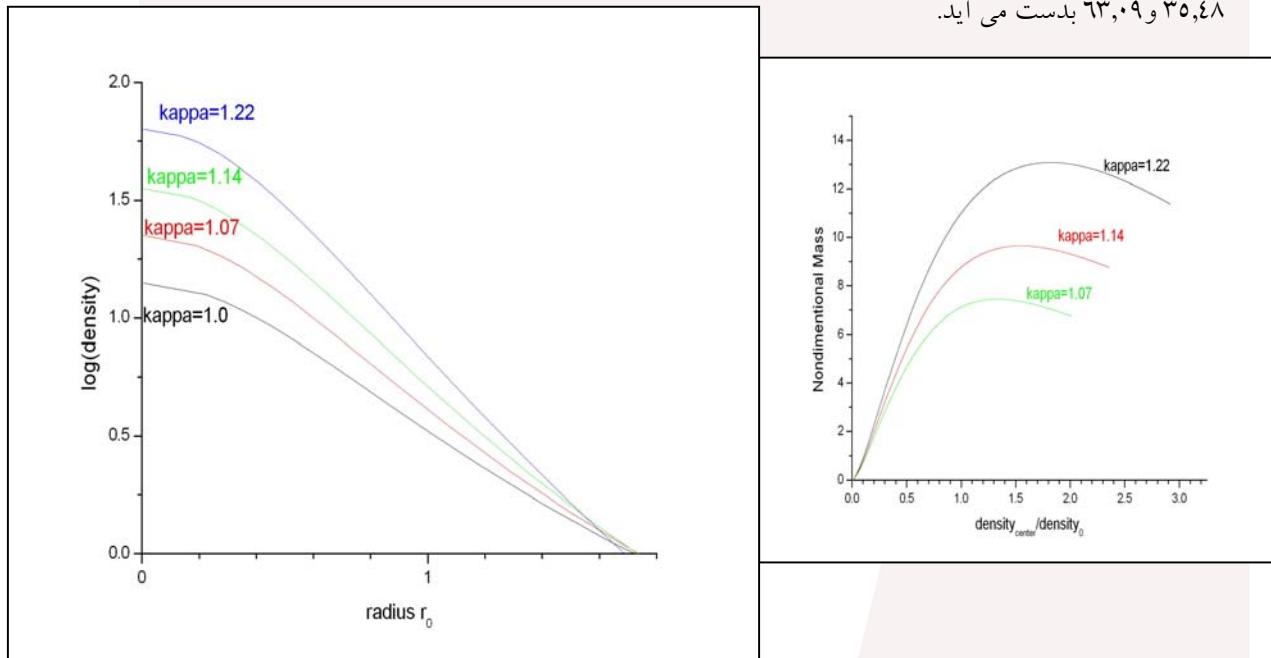
همواره بزرگتر از یک می باشد. با قرار دادن نتایج معادله (۱۴)  $\kappa$  منفی می باشد. بنابراین مشاهده می شود در محدود مورد نظر، در معادلات حالت تعادل (۱۳) مشخص می شود که حالت تعادل با معادله پایی ترکیب بیان می شود

$$\begin{cases} \frac{d\Omega_0}{dm} = \frac{e^{\Psi_0}}{\kappa n_0^4} \\ \frac{dn_0}{dm} = \frac{e^{\Psi_0}}{n_0^2} \\ P = \rho^\kappa \end{cases} \quad (16)$$

به علت شرایط مرزی سمت راست معادل (۱۶) در مرکز تکینه می باشد به همین علت برای شروع انتگرال گیری عددی از سری های توانی زیر استفاده می کنیم:

$$r_0 = a_0 m^{1/2} + a_1 m + a_2 m^{3/2} + \dots \rightarrow \left\{ \begin{array}{l} r_0 = \left(\frac{3}{\rho_0}\right)^{1/2} m^{1/2} \\ \phi_0 = -\ln \rho_0 + b_0 m^{1/2} + b_2 m^{3/2} + \dots \end{array} \right\} \text{ for } m \rightarrow 0 \quad (17)$$

از معادله بالا مشاهده می شود که برای اینکه بتوانیم معادله (۱۶) را به روش عددی حل نماییم ، بایستی  $\kappa$  و کتراست چگالی مرکز به لبه  $p_e$  را بدست آوریم. مقدار  $\kappa$  را با توجه به معادله (۱۵) به ترتیب در محدوده مختلف چگالی مورد نظر  $1, 14, 1, 07, 1, 22$  بدست می آید. کتراست چگالی مرکز به لبه نیز با حل معادله لین-امدن در حالت پلی تروب و بدست آوردن جرم بی بعد به صورت  $\kappa = \kappa(6^{\alpha})^{1/(2-\alpha)} (2-\alpha)/(k-1.07)$  به ازای مقادیر مختلف به ترتیب مقادیر  $22, 38, 35, 48$  و  $63, 09$  بدست می آید.



### نتیجه گیری

از نتایج بالا مشاهده می شود که با در نظر گرفتن اثر گرمایش و سرمایش هسته ها جرم بحرانی بیشتری نسبت به حالت همدما (جرم بحرانی بونور-ابرت) نشان می دهند هرچند که در هر دو حالت فشار محیط خارجی یکسان است. فشار قسمت های داخلی هسته نسبت به حالت همدما بیشتر بوده و در نتیجه دمای قسمت های درونی افزایش می یابد در حالیکه دما در لبه بدون تغییر باقی می ماند که بر خلاف یافته های رصدی است. البته در این نواحی چگال ذرات گاز با ذرات غبار با هم کوپل شده اند که سرمایش در اثر برخورد این ذرات می توانند این افزایش دما را جبران کنند. نتایج فوق تایید می کنند که دمای قسمت های درونی و در نتیجه جرم هسته با میزان تابش پرتوهای کیهانی متناسب است. جرم کره بونور-ابرت با پایداری حاشیه ای که در فشار خارجی ثابت قرار دارد، نیز حدود  $35, 0$  توان تابشی افزایش می یابد [۷]. هسته ها با کتراست چگالی بالاتر شعاع کمتری را نشان می دهند که نتیجه جرم و اثر نیروی گرانش بیشتری می باشد که این هسته ها احساس می کنند.

مرجع‌ها

1. Jessop, N. E. & Ward-Thompson, D. 2000, *MNRAS*, **311**, 63
2. Tafalla, M., Myers, P. C., Caselli, P., & Walmsley, C. M. 2004, *A&A*, **416**, 181
3. Stahler, S. W. & Yen, J. J. 2009, *MNRAS*, **396**, 579
4. Neufeld, D. A., Leep, S., Melnick, G. J., 1995, *ApJS*, **100**, 132.
5. Goldsmith, P. F: 2001, *Astrophys. J.*, **557**, 736.
6. Nejad-Asghar, M., 2007, *MNRAS*, **379**, 222
7. Galli D., Walmsley M., Goncalves J., 2002, *A&A*, **394**, 275

## بررسی منحنی نوری بلازار Mrk 180 در ۲۴ آوریل ۲۰۰۹

سیزی سروستانی، منصوره<sup>۱</sup>؛ آقائی، علیرضا<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> گروه فیزیک، دانشگاه سیستان و بلوچستان، زاهدان

<sup>۲</sup> پژوهشکده نجوم، پژوهشگاه دانشهاي بنیادی (IPM)، تهران

### چکیده

به منظور بررسی تغییرات تابندگی و ارتباط آن با شاخص رنگ، بلازار Mrk 180 را در فیلترهای  $V$  و  $R$  و در بازه‌های زمانی چند دقیقه‌ای مورد مانیتورینگ قراردادیم. این مانیتورینگ در رصدخانه ملی فرانسه و در طول سه شب رصدی صورت پذیرفت. در مقاله آقائی و همکارانش در سال ۲۰۱۰ [۱] تغییرات تابندگی در اولین شب رصدی مورد مطالعه قرار گرفت و در این مقاله منحنی نوری بلازار در باندهای مختلف و مربوط به دوین شب رصد مورد بررسی قرار خواهد گرفت.

### مقدمه

تعدادی از AGN‌ها (Active Galactic Nuclei) مشخصات طیفی غیر عادی دارند، که نوع صفر نامیده می‌شوند و زاویه راستای دید ما با بردار عمود بر صفحه دیسک برافراشی آنها، زاویه‌ای کوچک (نزدیک به صفر) می‌باشد. این اجسام، اجسام BL Lacertae (BL Lac) نامیده شدند. اجسام BL Lac به سختی یافت می‌شوند که این به دلیل شکل آن‌هاست و طیف آنها نیز قادر خطوط نشری است. برخلاف بیشتر منابع نجومی، فقط تعداد کمی از اجسام این کلاس در فرکانس اپتیکی کشف شدند. در حقیقت، حدود ۹۵ درصد اجسام BL Lac شناخته شده، در باند رادیویی یا پرتو X شناسایی شده‌اند. کوازارهای شدیداً متغیر اپتیکی یا OVV (Optically Variable Quasars) ، کوازارهای با قطبیدگی زیاد یا HPQ (Highly Polarized Quasars)، کوازارهای هسته غالب یا CDQ (Core Dominated Quasars) Superluminal Motion (SM) و منابع حرکت FSRQ (Flat Spectrum Radio sources) طیف رادیویی تخت دارند و کوازارهای رادیویی طیف تخت یا FSRQ نامیده می‌شوند. این اجسام BL Lac و Quasars (Blazar) را با هم می‌شنوند. Blazar می‌نامند.

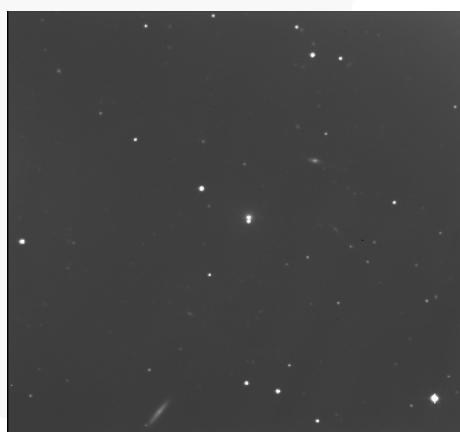
در غیاب رزلوشن فضایی کافی جهت مشاهدات مستقیم، مطالعه‌ی تغییرات تابندگی، ابزار منحصر به فردی برای فهم ساختار مرکزی بلازارها فراهم می‌کند. عامل تغییرات تابندگی اجسام BL Lac اغلب در دو چارچوب کاری متفاوت بررسی می‌شود: (۱) لکه‌های داغ روی دیسک برافراشی و دیگر ناهمگنی‌هایی که به علت تپش دیسک به وجود می‌آید، و (۲) شوک‌های درون جت‌های اجسام BL Lac که به سوی ناظر جهت‌گیری شده‌اند. البته عوامل خارجی مانند میکرولنزینگ گرانشی، خمس جت‌ها و ... نیز ممکن است در ایجاد تغییرات دخیل باشند. تاکنون هیچ یک از این مدل‌ها قادر به توضیح دادن طبیعت تغییرپذیری روی تمام طیف الکترومغناطیسی نبوده‌اند [۳].

### بلازار Mrk 180، مشاهدات رصدی و داده‌کاهی

بلازار 180 (1ES 113+704) با تابش کامای GeV Mrk 180 است. Mrk 180 هسته‌ی شبیه ستاره‌ای دارد که توسط ابر گازی کم نوری احاطه شده که خطوط نشری در طیف هسته‌ی آن وجود ندارد. اسپکتروسکوپی ابر

گازی، خطوط جذبی کهکشانی بیضوی را در انتقال به سرخ  $Z = 0.046$  نشان می‌دهد. این جسم طیف رادیویی پیوسته تخت دارد و قطبش خطی آن متغیر است [4]. مشاهدات ما از بلازار 180 Mrk با تلسکوپ ۱/۲۰ متری رصدخانه ملی فرانسه OHP (Observatoire de Haute-Provence) واقع در ایالت Provence و در فیلترهای V و R و در سه شب رصدی انجام شده است. این تلسکوپ، دوربین CCDی با آرایه‌ای  $1024 \times 1024$  پیکسلی دارد که در  $1 \times 1$  bin می‌کند. از این تلسکوپ برای تصویر برداری و فوتومتری در فیلترهای UBVRI استفاده می‌شود. ما در این مقاله مشاهدات مربوط به دوین شب رصدی در تاریخ ۲۴ آوریل ۲۰۰۹ را مورد داده‌کاهی و آنالیز قرار داده‌ایم. از آنجاییکه در این تلسکوپ، اندازه‌گیری همزمان در فیلترهای مختلف مقدور نیست لذا به صورت تکرار متوالی از یک فیلتر به فیلتر دیگر و با زمان نوردهی ۱۰ و ۱۵ دقیقه، به ترتیب برای فیلترهای V و R صورت پذیرفت. هدف از انتخاب این زمان‌های نوردهی، بالا بردن نسبت S/N به منظور سهولت در بررسی وجود یا عدم وجود تغییرات در تابندگی بلازار می‌باشد. پردازش و داده‌کاهی داده‌های خام، با استفاده از سیستم استاندارد رصد خانه جنوبگان اروپا ESO-MIDAS انجام می‌شود.

داده‌های مربوط به هر شب مشاهده را که از تلسکوپ گرفته‌ایم به فرمتی که قابل استفاده برای نرم‌افزار MIDAS باشد تبدیل کرده و پس از median گرفتن از بایاس فرم‌ها (bias frames) یک مستر بایاس (master bias) ایجاد می‌کنیم. برای ایجاد مستر فلت (master flat) نیز مانند مستر بایاس عمل کرده، تنها با این تفاوت که برای هر فیلتر یک مستر فلت جداگانه ایجاد می‌کنیم، یعنی یک مستر فلت برای فیلتر V و یکی برای فیلتر R. هدف ما در داده‌کاهی این است که تصویر واضح و با نسبت S/N بالا از جسم مورد نظر داشته باشیم. با کم کردن مستر بایاس از تمام فریم‌ها و سپس تقسیم بر مستر فلت به این هدف می‌رسیم. در شکل ۱ نمونه‌ی تصویر کاهش یافته‌ای از بلازار 180 Mrk (مرکز تصویر) و دیگر اجرام زمینه در فیلتر V آمده است. توجه کنید که در مرکز تصویر دو نقطه‌ی نورانی وجود دارد که یکی از آن‌ها کهکشان میزبان بلازار 180 Mrk است که در زیر قرار گرفته است.



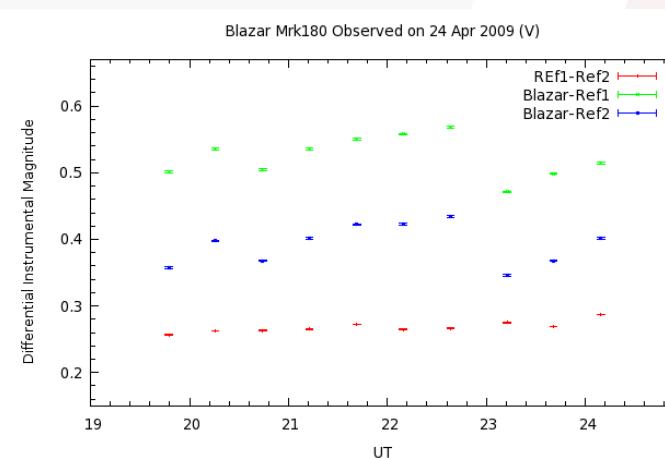
شکل ۱. تصویر کاهش یافته‌ای از بلازار در فیلتر V

## منحنی نوری و نتایج آنالیز

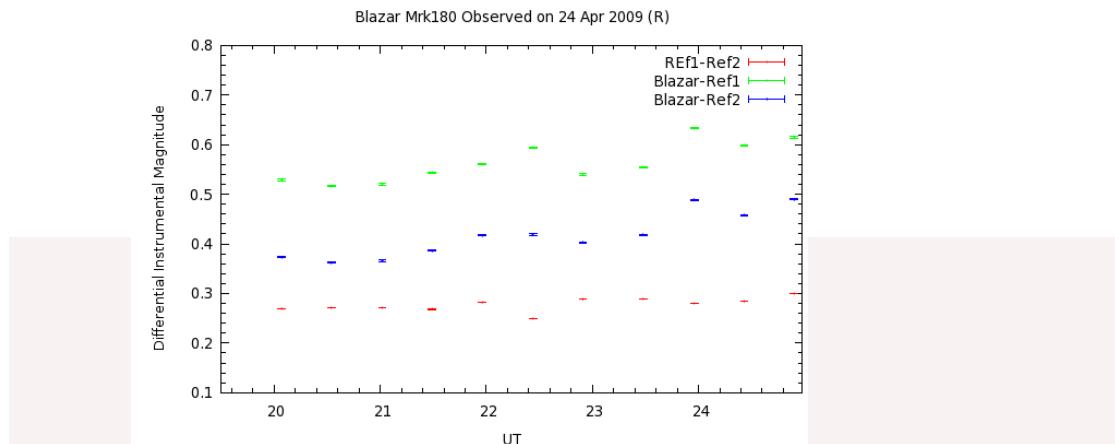
در تصویر کاهش یافته چند ستاره را به عنوان مرجع مشخص کرده و قدر آنها را به دست می‌آوریم مثلاً ستاره‌های ۱ و ۲ (دقت می‌کنیم ستاره مرجع ما یک ستاره تپنده نباشد). از اختلاف قدرهای بین ستاره مرجع و بلازار Mrk 180 می‌توان منحنی نوری را رسم کرد.

برای تعیین قدر، دایره‌ای به شعاع  $r$  (و سطح A) در نظر می‌گیریم به نحوی که جسم نورانی به طور کامل داخل دایره قرار گیرد. اول باید نور زمینه‌ی آسمان را تعیین کرد. برای این کار نواری حول جسم فرض می‌کنیم که مرز اول آن برابر  $2r$  و مرز دوم آن  $3r$  است، تمام پیکسل‌های موجود در این نوار نور زمینه محسوب می‌شوند. پیکسل‌ها را به صورت صعودی یا نزولی مرتب کرده و پیکسل وسط را به عنوان پیکسل نماینده‌ی نور زمینه (B) انتخاب می‌کنیم. با استفاده از رابطه‌ی  $I = S - n_{pix} \bar{B}$  می‌توان قدر را به دست آورد. در اینجا  $I$  شدت تابندگی جسم،  $S$  مجموع عددی پیکسل‌های سطح A و  $n_{pix}$  تعداد پیکسل‌های موجود در سطح A است.

در شکل ۲ و ۳، منحنی‌های نوری مربوط به فیلترهای V و R را مشاهده می‌کنید که اختلاف قدر دستگاهی بر حسب زمان جهانی رسم شده است. همان‌طور که در هر دو شکل دیده می‌شود Ref1-Ref2، به رنگ قرمز، مربوط به اختلاف قدر بین ستاره ۱ و ۲، تقریباً یک خط راست است و این یعنی دو ستاره‌ی ۱ و ۲ مرجع خوبی برای کار ما هستند و خودشان تغییرات قدر بلازار را از روی منحنی‌های نوری تحلیل کرد. در شکل ۲، فیلتر V، بیشترین اختلاف قدر را در ساعت ۲۲:۳۸ و کمترین قدر را در ۱۳:۲۲ داریم. روند صعودی و نزولی شدن اختلاف قدرها در شکل کاملاً واضح است و اختلاف قدر تا تقریباً ۰/۰۹ قدر تغییر می‌کند. در شکل ۳، فیلتر R، اختلاف بین بیشینه و کمینه تا ۱۱:۰ قدر می‌باشد متنها نوسان بیشتری در روند صعودی و نزولی، نسبت به فیلتر V، مشاهده می‌شود. لازم به توضیح است که اندازه مقادیر خطأ، در تمامی اندازه گیری‌ها، از اندازه سمبول‌های نشان داده شده در شکل کوچکتر می‌باشند (کمتر از ۰۰۰۲ قدر).



شکل ۲. منحنی نوری بلازار Mrk180 در فیلتر V



شکل ۳: منحنی نوری بلازار Mrk180 در فیلتر R

## مرجع‌ها

- [1] A. Aghaee, C. S. Stalin, P. Petitjean, N. Sohrabkhani, M. Sabzi Sarvestani, "Intranight Variability of Blazar Mrk180", *Proceeding of the Monitoring Variabel X-ray Sources*, Tokyo, Japan, in press, 2010
- [2] Jun-Hui Fan, "Optical Variability of Blazars", *Chin. J. Astron. Astrophys.*, **5**, 213-223, 2005
- [3] U. C. Joshi, K. S. Baliyan and S. Ganesh, "Variability study of blazars with TAUVEK: scope and limitations", *Bull. Astr. Soc. India*, **35**, 261-269, 2007
- [4] M. H. Ulrich, "Spectra of the stellar population in three objects related to BL Lacertae", *ApJ*, **222**, L3-L6, 1978

## یک سیستم سه تایی BV Draconis

سمانه عباسی<sup>۱</sup>، عباس عابدی<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup>گروه فیزیک، دانشگاه بیرجند، بیرجند

### چکیده

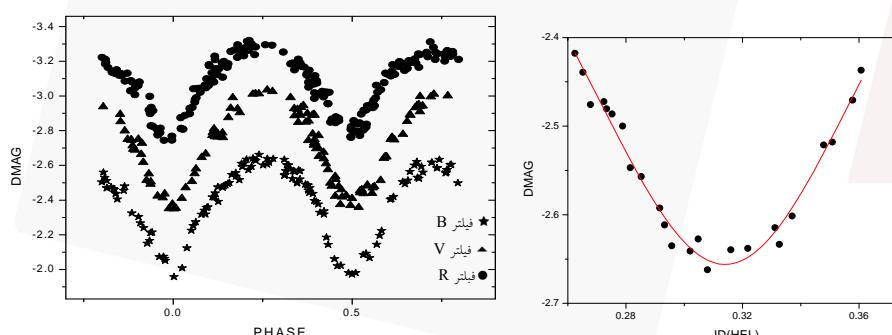
در این مقاله خمن تعیین چند زمان کمینه گرفت اولیه و ثانویه سیستم دوتایی گرفته *BV Dra* در سه فیلتر *B*، *V* و *R* جانسون، با بررسی منحنی *O-C* کمینه های گرفت آن، دوره تناوب جدید این سیستم استخراج شده، و احتمال وجود مؤلفه سوم برای آن و تعیین کمیت های فیزیکی و هندسی سیستم سه تایی نیز مورد ارزیابی و محاسبه قرار گرفته است.

### مقدمه

سیستم *BV Draconis* بیشتر با نام ADS ۹۵۳۷A شناخته می شود، زیرا که این ستاره یکی از اعضای ستاره دوتایی دیدگانی ADS ۹۵۳۷ می باشد. این سیستم اولین بار توسط هاردی و باتن (۱۹۶۷) نورسنجی شده است. باتن و همکارانش (۱۹۷۸) پریود این سیستم را  $0.350376 \pm 0.000001$  روز و رده طیفی این سیستم را  $G_0$  بیان کردند. محققان زیادی این دوتایی را مورد بررسی قرار دادند از جمله وود (۱۹۷۰)، روسبینسکی (۱۹۷۶)، یاماگاتا (۱۹۷۹) و روویدیز (۱۹۸۲) که نشان دادند این سیستم یک *W UMa* است. از طرفی باتن، فلتچر و کارتی (۱۹۹۰) رده طیفی ستارگان این سیستم را F8V و F9V بیان داشتند. کالوزنی و روسبینسکی (۱۹۸۶)، هاردی و هال (۱۹۹۰) به بررسی منحنی *O-C* این سیستم پرداخته و در مورد تغییرات دوره تناوب این سیستم بحث کرده اند.

### مطالعه دوره تناوب

ستاره دوتایی گرفته *BV Dra* طی هفت شب در ماههای ژوئن تا آگوست ۲۰۱۰ در سه صافی *B*، *V* و *R* با استفاده از تلسکوپ ۱۴ اینچی اشمیت کاسگرین رصدخانه دکتر مجتبهدی دانشگاه بیرجند که به فوتومتر SSP5 A مجهز می باشد، نورسنجی شده است. منحنی های نوری بدست آمده در شکل ۱ مشخص شده است. با استفاده از تطبیق تابع لورنتسی بر گرفتهای منحنی های نوری، زمان های کمینه گرفت اولیه و ثانویه این سیستم تعیین و در جدول شماره ۱ آمده است. در شکل ۲ یک نمونه منحنی لورنتسی منطبق شده به گرفت اولیه نشان داده شده است.



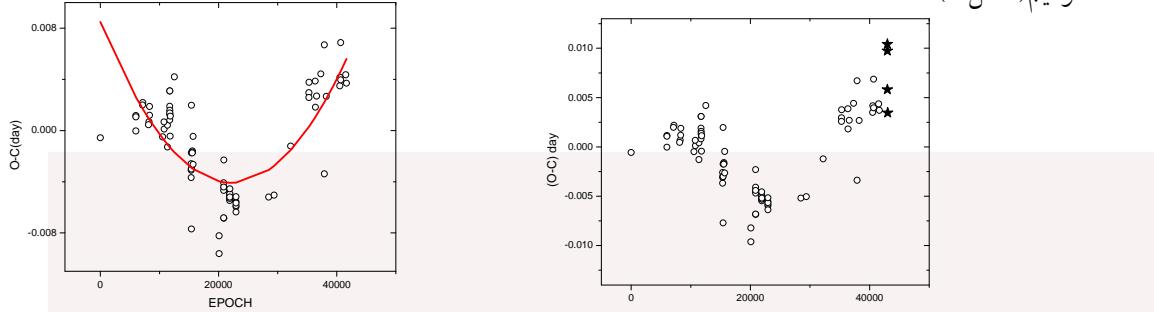
جدول شماره ۱: مقادیر کمینه های اولیه و ثانویه

JD HEL	کمینه	صافی
۲۴۵۵۴۱۳/۲۲۵۰۵	I	B
۲۴۵۵۴۱۳/۳۹۶۹	II	V
۲۴۵۵۴۲۴/۴۲۰۹	I	R
۲۴۵۵۴۱۳/۴۰۱۵	II	R

شکل شماره ۱: منحنی تابع لورنتس بر نقاط کمینه در سه صافی *B*، *V* و *R* بر حسب تغییرات نور منحنی تغییرات نور

با استفاده از مجموعه زمان های کمینه ی گرفت اولیه و ثانویه دوتایی *BV Dra* موجود در سایت O-C gateway با این های کمینه ای فوق الذکر و به کمک رابطه خطی زیجی زیر که توسط هاردی و هال (۱۹۹۰) ارائه شده است،  $\text{Min I}(\text{Hel}) = 2440362.79270 + 350066^d E$

منحنی (O-C) کمینه‌های گرفت اولیه و ثانویه این سیستم را بر حسب تعداد دوره‌ای کامل آن، Epoch، رسم نمودیم(شکل ۳)



شکل ۳: نمودار BV Dra. O-C برحسب تعداد دورها

برای تعیین دوره تناوب حرکت مداری، با استفاده از روش کالیمیریز(۱۹۹۴). ابتدا بر منحنی O-C تابع درجه دو را تطبیق نمودیم(شکل ۴). سپس به کمک ضرایب این تابع که در جدول ۲ آمده است، دوره تناوب، P، و آهنگ تغییرات آن،  $P'$ ، بصورت زیر تعیین گردید. بدین ترتیب زیج خطی جدید سیستم به صورت زیر به دست می آید.

$$\frac{dP}{dE} = 2C_2 \quad (1)$$

$$P = \frac{1}{P_e} \frac{dP}{dE} \quad (2)$$

$$\text{Min I(He)} = 2455413.22505 + 0.3500679525^d E$$

ابتدا با فرض پایسته بودن جرم سیستم، نسبت به تعیین آهنگ انتقال جرم اقدام مینماییم.

جدول شماره ۲: ضرایب سهمی منطبق شده بر نمودار O-C

ضرایب	مقادیر	خطاهای
$C_2$	$2/55671 \times 10^{-11}$	$2/46427 \times 10^{-12}$
$C_1$	$-1/1344 \times 10^{-6}$	$1/18766 \times 10^{-7}$
$C_0$	$0/0085$	$0/00123$

با توجه به فرمول زیر هیلدیچ(۲۰۰۱) آهنگ انتقال جرم را محاسبه می کنیم.

$$\frac{P}{P'} = \frac{3m_1(m_1 - m_2)}{m_1 m_2} \quad (3)$$

با توجه به مقادیر جرم مؤلفه ها  $M_2 = 0.438 M_{\text{SUN}}$  و  $M_1 = 1.064 M_{\text{SUN}}$  عباسی و دیگران(۱۳۸۹)، داریم:

$$m_1 = 3.624759 \times 10^{-11} M_{\text{SUN}} \text{ day}^{-1}$$

در حالت دوم فرض می کنیم که جرم سیستم پایسته نباشد یعنی و اتلاف جرم رخ دهد، با توجه به فرمول زیر (هیلدیچ ۲۰۰۱) آهنگ اتلاف جرم،  $\dot{m}_1$ ، انتقال جرم،  $\dot{m}_2$ ، را محاسبه می کنیم:

که K ضریب ترمز مغناطیسی یا امواج گرانشی است. با فرض  $K=0$ ، داریم:

$$\frac{P}{P'} = -\frac{2m}{m_1 + m_2} - \frac{3m_2}{m_1 m_2} (m_1 - m_2) + 3k \quad (4)$$

$$0.0911553 \times 10^{11} m + 0.27588 \times 10^{11} m_2 - 1 = 0 \quad (5)$$

$$m_2 = -0.3304 m + 3.6247 \times 10^{-11}$$

با فرض خروج جرم از طریق باد ستاره ای  $\dot{m}_2 = 0$  خواهیم داشت:

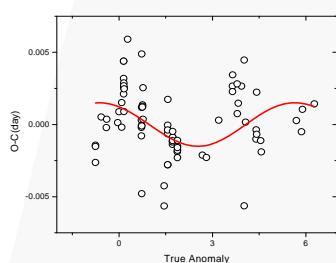
$$m = 10.97 \times 10^{-11} M_{\text{SUN}} \text{ day}^{-1}$$

پس از کسر منحنیتابع درجه دوم از داده های O-C، داده های باقیمانده تغییرات تناوبی را نشان می دهد، که می تواند به دلیل اثر نور-زمان باشد. برای تعیین پارامترهای سیستم سه تابی، ابتدا بهترین تابع لورنتسی را بر قله های داده ها تطبیق می کنیم تا بتوانیم دوره تناوب جسم سوم حول مرکز جرم سیستم سه تابی، P، دامنه های بیشینه و کمینه نوسانات داده ها را بدست آوریم. در مرحله بعد سعی می کنیم با استفاده از روابط زیر و مقادیر مختلف طول حضیض،  $\omega$ ، خروج از مرکز، e و زمان عبور از حضیض، T، بهترین تطبیق منحنی را بر داده ها با چشم انجام دهیم. پس از این کار برای بدست آوردن مقادیر دقیق تر طول حضیض و خروج از مرکز، از نرم افزار Origin8 استفاده کردیم و کمیتهای  $\omega$ ، e و K را آزاد گذاشتیم تا بهترین تطبیق انجام پذیرد. شکل شماره ۶ نمودار داده های O-C همراه با بهترین منحنی نور-زمان منطبق بر آن را نشان می دهد. مقادیر K، e، P، T و  $\omega$  در جدول شماره ۳ همراه با خطاهای نشان داده شده است.

$$\tau = \frac{k}{\sqrt{1-e^2 \cos^2 \omega}} \left[ \frac{(1-e^2) \sin(\nu + \omega)}{(1+e \cos \nu)} + e \sin \omega \right] \quad (6)$$

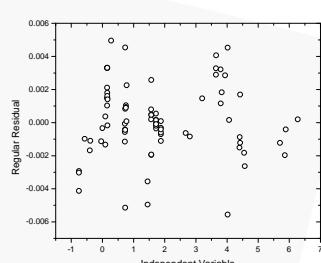
$$\tan(\nu/2) = [(1+e)(1-e)]^{1/2} \tan(E/2) \quad (7)$$

$$E - e \sin E = 2\pi(t - T)/P \quad (8)$$



شکل ۶: نمودار داده های O-C

همراه با بهترین منحنی نور-زمان منطبق بر آن



شکل شماره ۷: توزیع باقیمانده

نهایی داده های O-C حول خط افقی که از مبدأ می گذرد.

جدول شماره ۳: پارامترهای سیستم سه تابی DI Peg

پارامتر	مقادیر	خطاهای
P(yr)	۲۰/۷۰۲	----
T(HJD)	۲۴۵۹۱۶۹/۹۵۵	----
K(days)	۰/۰۰۱۸۶	۰/۰۰۰۰۳۸۵
e	۰/۰۲۴۶۳	۰/۰۲۹۸۳
$\omega$ (deg)	-۵۶/۲۹۲	۱۲/۰۰۸

### محاسبه جرم جسم سوم

با استفاده از مقادیری بدست آمده در مرحله قبل و همچنین با استفاده از رابطه زیر برای تابع جرم سیستم سه

جسمی (کیان و دیگران ۲۰۰۲):

$$K = \frac{a_{12} \sin i}{2.59 \times 10^{10}} \sqrt{1 - e^2 \cos^2 \omega} \quad (9)$$

$$f(m) = \frac{(m_3 \sin i')^3}{(m_1 + m_2 + m_3)^2} = \frac{4\pi^2}{GP^2} (a_{12} \sin i')^3 \quad (10)$$

ازویه شیب مداری سیستم سه تابی می باشد، می توان با پذیرش بازه ای از شیب مداری،  $i'$ ، جرم ستاره سوم را پیدا کرد. ضمناً با استفاده از رابطه زیر می توانیم محور اصلی مدار نسبی جسم سوم را بیابیم.

مقادیر بدست آمده در جدول شماره ۴ درج شده است.

$$\frac{a_3}{a_{12}} = \frac{m_1 + m_2}{m_3} \quad (11)$$

جدول شماره ۴ مقادیر ممکن جرم و شعاع برای جسم سوم دوتایی BV Dra

پارامترها	مقادیر
$f(m)$	$8/290753 \times 10^{-25}$
$m_3(i=90)(M_{\text{SUN}})$	$0/0000416$
$m_3(i=80)(M_{\text{SUN}})$	$0/00004364$
$m_3(i=70)(M_{\text{SUN}})$	$0/0000502$
$m_3(i=60)(M_{\text{SUN}})$	$0/00006417$
$m_3(i=50)(M_{\text{SUN}})$	$0/00009273$
$a_3(i=90)(\text{AU})$	$94/193 \times 10^{-2}$
$a_3(i=80)(\text{AU})$	$91/321 \times 10^{-2}$
$a_3(i=70)(\text{AU})$	$83/169 \times 10^{-2}$
$a_3(i=60)(\text{AU})$	$70/640 \times 10^{-2}$
$a_3(i=50)(\text{AU})$	$55/270 \times 10^{-2}$

### نتیجه گیری

با توجه به اینکه  $m_1$  مثبت می باشد، باید ستاره‌ی اولیه از ستاره‌ی ثانویه جرم دریافت کند ولی چون جرم  $M_1$  از جرم  $M_2$  بزرگتر می باشد در نتیجه بعید به نظر می رسد که انتقال جرم به صورت فوق الذکر رخ داده و انتقال جرم پایستار باشد. لذا احتمال دارد فرم انتقال و اتلاف جرم همزمان وجود داشته باشد. یعنی حالت دوم برای انتقال جرم برقرار باشد.

همانگونه که در شکل ۷ نشان داده شده است، توزیع باقیمانده‌های نهایی داده‌های O-C که تابع نوسانی اثر نور زمان از آن کم شده است در اطراف خط افقی عبور کرده از صفر، پراکندگی کاتوره‌ای دارند. بنا بر این می توان نتیجه گرفت که رفتار O-C را درست تشخیص داده و سیستم BV Dra به احتمال زیاد یک سیستم سه تایی می باشد.

### مرجع‌ها

- [1] A. Yamasaki; "W UMa-Type stars BV Draconis and BW Draconis: photoelectric observations"; *Astrophysics and space science* **60**. (1979) 173-182
- [2] A. H. Batten and R. H. Hardie; " ADS 9537-A pair of eclipsing" ; *Astron* **70**.(1967) 666
- [3] A. H. Batten, J. M. Fletcher and P. J. Mann; " Seventh catalogue of the orbital elements of spectroscopic binary systems" ; *Astrophys* **15**, (1978) 164-243
- [4] P. Rovithis and H.Rovithis-Livaniou; "Photoelectric observations of BV Draconis"; *Astrophysics and space science* **82**. (1982) 229-249
- [5] R. H. Hardie and D. S. Hall; "1965 light curve of BV Dra and BW Dra"; *J. Astrophys. Astr* **11**. (1990) 265-270
- [6] [عباسی، سمانه، و دیگران؛ "نورسنجی و تحلیل منحنی نوری ستاره دوتایی گرفتی BV Dra در صافی‌های B، V، R و I] "؛ چهارمین همایش نجوم و اختنر فیزیک ۱ و ۹ در ماه سال ۱۳۸۹ زاهدان - دانشگاه سیستان و بلوچستان، ۱۵۲، ۱۳۸۹
- [7] E. H. Geyer, M. Hoffmann and M. T. Karimie; "The visual double W UMa binary BV and BW Draconis" ; *Astronomy and Astrophysics* **48**.(1982) 85-91
- [8] A. Kalimeris, H. Rovithis-Livaniou and P. Rovithis; "On the orbital period changes in contact binaries" ; *Astronomy and Astrophysics* **282**. (1994) 775-586
- [9] R. W. Hilditch; " An introduction to close binary stars" ; *Cambridge University Press 2001*
- [10] Qian, S. B and Zhu, L. Y., " A low mass ratio algol-type eclipsing binary at the active phase of mass transfer" , *The Astrophysical journal supplement series* **142**, 139-143(2002)

## نورسنجی و تحلیل منحنی نوری ستاره دوتایی گرفتی DI Pegasi در صافی های R، V، B

سمانه عباسی، عباس عابدی

فاطمه زهرا زراعتگری، محمد فرحی نژاد، فخر الدین اکبریان، مرضیه مصطفایی، بهجت زارعی، حمیدرضا غلام

حسین پور

گروه فیزیک، دانشگاه بیرجند، دانشکده علوم، بیرجند

### چکیده

ستاره دوتایی گرفتی *DI Peg* در سه صافی *V*, *B* و *R* در رصد خانه دکتر مجتبه‌ی دانشگاه بیرجند نورسنجی شده است. پس از کاهش داده‌ها با استفاده از برنامه ای *LC* و *WISUON*-دوینی داده‌ها تحلیل شده و پارامترهای فیزیکی و هندسی نسبی این سیستم بدست آمده است. به کمک این پارامترها و پارامترهای منتج از سرعت شعاعی، کمیت های مطلق این دوتایی تعیین شده است. زمان های کمینه های گرفت، کمیت های دیگری است که از داده‌ها استخراج شده است.

### مقدمه

سیستم دوتایی گرفتی *DI Peg* یک سیستم دوتایی الگول می باشد ([مرجع ذکر شود](#)). گاپوچکین (۱۹۵۲) پریود این سیستم را متغیر اعلام کرد و تغییرات نور این سیستم را در گرفت ثانویه حدود ۰/۱۳ قدر دانست. اولین بار این سیستم به صورت کامل در چهار فیلتر *UBVY* توسط روزینسکی (۱۹۶۷) مورد بررسی قرار گرفت. در بررسی های انجام شده توسط او، رده طیفی مؤلفه اولیه این سیستم *F4* بیان شد و از حل منحنی نوری این سیستم پیشنهاد نمود که این دوتایی دارای یک مؤلفه سوم می باشد، به طوری که ۲۴ درصد از کل نور این سیستم از مؤلفه سوم می باشد. بیدلمن (۱۹۷۲) رده طیفی این سیستم را *K0* اعلام کرد. بینندجیک (۱۹۷۲) سیر تکاملی و نورسنجی این سیستم را در دو فیلتر *B*، *V* مورد بررسی قرار داد و متوجه غیر عادی بودن نور این سیستم شده و وجود مؤلفه سوم را حدس زد. چاووبی (۱۹۸۲) این سیستم را در سه فیلتر *U*, *B* و *V* مورد بررسی قرار داد و بعضی از پارامترهای آن را اعلام کرد، علاوه بر آن منحنی *C-O* این سیستم را بررسی کرده و سیر تکاملی این سیستم را دنبال کرد. ونکسین (۱۹۹۲) منحنی سرعت شعاعی این سیستم را مورد توجه قرار داد و با توجه به آن وجود جسم سوم را ثابت کرد. چاووبی (۱۹۸۰) رده طیفی ستارگان اولیه و ثانویه را به ترتیب *F4* و *G9* دانست.

در این پژوهش ابتدا به استناد نتایج سایر پژوهشگران، نور جسم سوم را در تحلیل منحنی نوری سیستم اثر داده و پارامترهای مختلف نسبی و مطلق سه مؤلفه را محاسبه نمودیم، بدین ترتیب جرم جسم سومی که بدست آمد آنقدر کم بود که قادر به تشکیل ستاره و نوردهی نبود. در نتیجه دو فرض امکان پذیر می باشد. ۱- سیستم سه جسمی بوده و جسم سوم تأثیر نوری روی منحنی نوری سیستم ندارد و فقط اثر گرانش روی سیستم دوتایی دارد. ۲- ممکن است این سیستم چهار جسمی باشد بطوریکه جسم چهارم علی رغم اثر نوری روی منحنی نوری تحت تأثیر گرانش سیستم سه تایی نیست.

در این پژوهش فرض اول را در نظر گرفته و محاسبات را بر مبنای سیستم سه تابی که مؤلفه سوم اثر نوری ندارد انجام داده ایم.

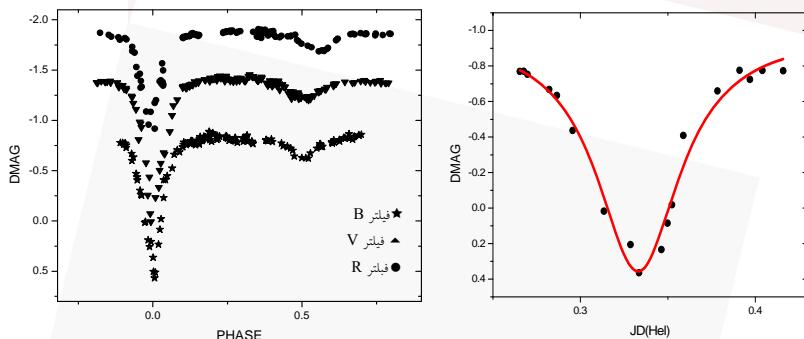
## مشاهدات و نورسنجی

دو تابی گرفتی DI Peg در طی شش شب در ماههای سپتامبر و اکتبر ۲۰۱۰ در سه صافی B، V و R با استفاده از تلسکوپ ۱۴ اینچی اشمیت کاسکرین رصد خانه دکتر مجتبهی دانشگاه بیرجند که دارای فوتومتر SSP5 A می‌باشد، نورسنجی شده است. در طول نورسنجی ستاره TYC 1720-865-1 به عنوان ستاره مقایسه در نظر گرفته شده است. کاهش داده‌ها و تصحیح زمانی با استفاده از نرم افزار REDWIP انجام گرفته است. برای تبدیل زمان‌ها به فاز مداری از زیج خطی زیر که بینندیجک (۱۹۷۲) بیان نموده، استفاده شده است.

$$HJD(\text{Min}) = 2437527.3776 + 0.711817^{\circ}E$$

منحنی‌های نوری بدست آمده در شکل ۱ مشخص شده است. با استفاده از تطبیقتابع لورنتسی بر گرفت‌های منحنی نوری، زمان‌های کمینه گرفت اولیه و ثانویه این سیستم تعیین و در جدول شماره ۱ آمده است. یک نمونه منحنی لورنتسی منطبق شده به گرفت اولیه در شکل ۲ نشان داده شده است.

جدول شماره ۱ : مقادیر کمینه‌های اولیه و ثانویه



شکل شماره ۲: تطبیقتابع لورنتسی بر نقاط کمینه DI Peg در سه صافی B، V و R بر حسب تغییرات قدر نسبت به فاز

JD Hel	کمینه	صافی
۲۴۵۵۴۵۲/۳۳۲	I	B
۲۴۵۵۴۵۲/۳۳۲	I	V
۲۴۵۵۴۵۳/۴۲۰۳	II	V
۲۴۵۵۴۷۳/۳۴۸۴	II	V
۲۴۵۵۴۵۲/۳۷۱۶	I	R

## تحلیل منحنی نوری

در تحلیل منحنی‌های نوری، ابتدا تغییرات قدر بر حسب فاز، به تغییرات شدت بر حسب فاز تبدیل گردید. سپس در شروع برنامه LC از پارامترهایی که سایرین اعلام کرده بودند استفاده شد و با تغییرات جزئی آن‌ها بهترین تطبیق بر داده‌ها بدست آمد. بعد از LC به اجرای برنامه DC پرداخته شد تا اندازه دقیق پارامترهای سیستم بدست آید. در شکل ۳ داده‌های مشاهده‌ای، همراه بهترین منحنی برآشش شده بر آنها نشان داده شده است. جدول شماره ۳ پارامترهای فیزیکی و هندسی متنج از این تطبیق‌ها را بیان می‌کند. به کمک این پارامترها وضعیت قرار گیری ستارگان سیستم در روج لب‌های آن‌ها در شکل ۴ مشخص گردیده است.

## تعیین کمیت‌های مطلق سیستم :

با توجه به کمیت‌های استخراج شده از داده‌های سرعت شعاعی سیستم برگرفته از ونکسیان لو (۱۹۹۲) یعنی با در نظر گرفتن (کیلومتر بر ثانیه)  $K_1 = 109$  و (کیلومتر بر ثانیه)  $K_2 = 185/2$  و با توجه فرمول‌های اتا ۵ از دمیرکان و کاهرامان (۱۹۹۱) پارامترهای مطلق سیستم محاسبه شده است.

$$M_B = 5.84 - 6.54 \log(m) \quad (1)$$

$$M_B = 4.67 - 9.79 \log(m) \quad (2)$$

$$M_B - M_{B(Sun)} = -2.5 \log L_B / L_{B(Sun)} \quad (3)$$

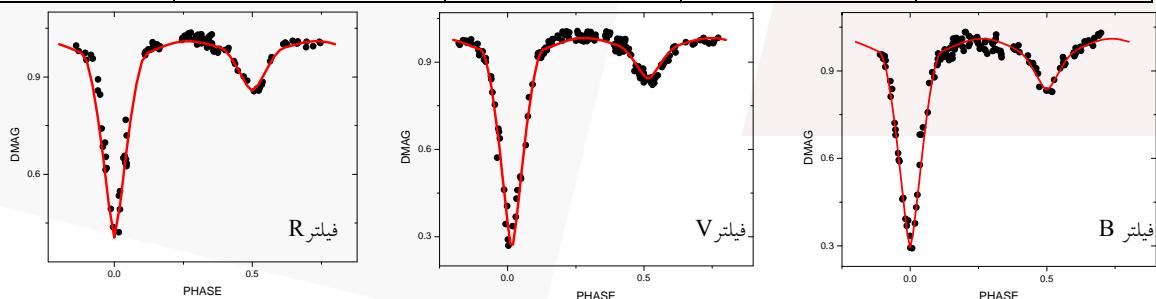
$$a_{1,2} \sin i = (1.9758 * 10^{-2}) (1 - e^2)^{1/2} K_{1,2} P R_{Sun} \quad (4)$$

$$R = (a_1 + a_2) \bar{r} \quad (5)$$

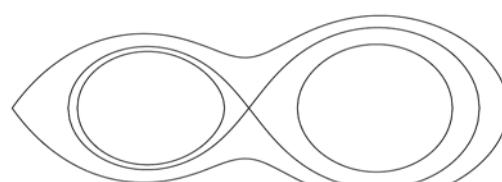
مقادیر به دست آمده در جدول شماره ۳ درج شده است.

جدول ۲ : نتایج بدست آمده از برنامه DC

پارامتر	B صافی	V صافی	R صافی	B+V+R صافی
i(deg)	۸۴/۸۸	۸۷/۷۸	۸۸/۵۲	۸۲/۶۳
q	۰/۵۸۷	۰/۵۹۱	۰/۵۵۵	۰/۵۹۲
$\psi_1$	۳/۶۰	۳/۶۸	۳/۸۰	۳/۵۹
$\psi_2$	۳/۷۴	۲/۴۹	۳/۷۴	۳/۲۹۱
$T_1(^0K)$	۶۲۱۳	۶۳۸۱	۵۹۰۰	۶۳۸۸
$T_2(^0K)$	۴۶۲۰	۴۳۹۸	۴۲۵۰	۴۳۹۶
$A_1 = A_2$	۰/۵	۰/۵	۰/۵	۰/۵
$g_1 = g_2$	۰/۷۹۶	۰/۶۹۱	۰/۶۳۹	---
$x_1$	۰/۸۵۴	۰/۸۰۴	۰/۷۳۲	---
$x_2$	۰/۲۵۵	۰/۲۹۰	۰/۲۸۴	---
$y_1$	-۰/۰۱۸	۰/۰۰۵	۰/۱۰۹	---
$y_2$	۰/۶۳۸	۰/۶۳۹	۰/۶۳۹	---
$x_1(bol)$	۰/۶۴۴	۰/۶۳۲	۰/۶۳۲	---
$x_2(bol)$	۰/۲۴۸	۰/۲۰۵	۰/۲۴۱	---
$y_1(bol)$	۰/۱۶۳	۰/۱۴۵	۰/۱۴۵	----
$y_2(bol)$	۰/۸۹۰۷۶	۰/۸۹۲۰۸	۰/۸۸۵۶	۰/۸۹۲۲۸
$L_1 / L_1 + L_2$	۰/۱۰۹۲۳	۰/۱۰۷۹۱	۰/۱۱۴۳۱	۰/۱۰۷۷۸
$L_2 / L_1 + L_2$	۰/۳۲۳۶۶	۰/۳۱۸۰۹	۰/۳۰۱۳۲	----
$r_1(pole)$	۰/۳۵۰۶۶	۰/۳۴۳۴۷	۰/۳۱۹۲۰	----
$r_1(point)$	۰/۳۳۲۹۹	۰/۳۲۷۳۲	۰/۳۰۸۰۸	----
$r_1(side)$	۰/۳۴۲۹۴	۰/۳۳۶۰۸	۰/۳۱۴۸۴	----
$r_1(back)$	۰/۲۷۶۴۴	۰/۲۷۶۴۴	۰/۲۲۶۴۰	----
$r_2(pole)$	۰/۳۱۴۷۷	۰/۳۱۴۷۷	۰/۲۴۰۷۰	----
$r_2(point)$	۰/۲۸۴۷۷	۰/۲۸۴۷۷	۰/۲۳۰۲۰	----
$r_2(side)$	۰/۳۰۱۷۰	۰/۳۰۱۷۰	۰/۲۳۷۴۵	----
$r_2(back)$	۰/۰۱	۰/۰۰۲	۰/۰۰۳	۰/۰۲



شکل ۳: تطبیق منحنی LC بر داده های نور سنجی شده در سه فیلتر R، V و B



شکل شماره ۴: وضعیت دو ستاره نسبت به روح لب سیستم در فاز ۰/۲۵

جدول شماره ۳: پارامترهای مطلق سیستم

پارامترها	DI Pegasi
$a_1$	$1/534 R_{\text{SUN}}$
$a_2$	$2/604 R_{\text{SUN}}$
$M_1$	$1/187 M_{\text{SUN}}$
$M_2$	$0/697 M_{\text{SUN}}$
$M_{\text{Bol}}$	$3/938 M_{\text{Bol SUN}}$
$L_{\text{bol}}$	$2/130 L_{\text{Bol SUN}}$
$R_1$	$1/365 R_{\text{SUN}}$
$R_2$	$1/208 R_{\text{SUN}}$

## بحث و نتیجه گیری

پارامترهای نسبی که برای سیستم دوتایی DI Peg در این پژوهش محاسبه شد، بدلیل عدم نور جسم سوم با پارامترهایی که سایرین به دست آورده اند تفاوت‌هایی دارد. از جمله زاویه میل مداری است که مقداری را که ونکسیان لو (۱۹۹۲) حدود  $88/4$  تا  $88/6$  بدست آورده با مقداری که ما بین  $84/88$  تا  $88/52$  درجه محاسبه کرده ایم متفاوت است. مقدار پتانسیلی که در این پژوهش برای ستاره دوم محاسبه شده با مقدار محاسبه شده توسط ونکسیان لو (۱۹۹۲) متفاوت بوده، به طوریکه در این پژوهش مقدار آن حدود  $3/3$  در صافی B بوده ولی ونکسیان لو (۱۹۹۲) آن را حدود  $3/09$  بدست آورده است.

نکته‌ی قابل بحث دیگر نوع این سیستم است. با توجه به شکل شماره ۴ که متناسب با پارامترهای به دست آمده، ترسیم شده است، مشخص است که علی رغم اعلان دیگران این سیستم به احتمال زیاد یک سیستم جدا از هم می‌باشد، نه یک سیستم نیمه جدا. این موضوع در بررسی منحنی O-C کمینه‌های گرفت این سیستم توسط عابدی (۲۰۱۰) نیز به تأیید رسیده است.

## مرجع‌ها

- [1] K. C. Masatoshi and M. Kitamura; “Analysis on the photometric orbit of DI Pegasi”; *Astronomical society* **1**. (1968) 1-18
- [2] Gaposchkin and Sergei; “Variable stars in Milton field 22”; *Annals of Harvard college observatory* **118**. (1952) 4-43
- [3] S. M. Rucinski; “The eclipsing binary system DI Pegasi”; *Acta Astronomica* **17**. (1967)
- [4] W. P. Bidelman; “On the spectral type of DI Pegasi”; *Information Bulletin on variable stars* 629 (IBVS). (1972)
- [5] L. Binnendijk; “The light variation of the eclipsing variable DI Pegasi”; *The Astronomical journal* **78**. (1972)
- [6] U. S. Chaubey; “Photometric elements and evolutionary status of eclipsing binary DI Pegasi”; *Astrophysics and space science* **81**. (1981) 283-293
- [7] Lu. Wenxian; “A truly triple system DI Pegasi”; *Acta Astronomica* **42**. (1992) 73-84
- [8] U. S. Chaubey; “Flare like activities in eclipsing binary DI Peg”; *Information Bulletin on variable stars* 1739 (IBVS). (1980)
- [۹] عابدی، عباس و عباسی، سمانه؛ ”یک سیستم سه تایی“؛ چهارمین همایش نجوم و اختر فیزیک ۱ و ۹ در ماه سال ۱۳۹۰ زاهدان - دانشگاه سیستان و بلوچستان (۱۳۹۰)

## اندازه‌گیری فراوانی فلزی با استفاده از پهنه‌ای همارز (EWs) برای کهکشان‌ها در

انتقال به سرخ  $Z < 1/5 < 0/5$

غفاری، زهره؛ تیموری‌نیا، حسین

دانشگاه فیزیک دانشگاه تحصیلات تکمیلی علوم پایه زنجان، جاده گاوازنگ، زنجان

### چکیده

در این مقاله فراوانی فلزی طیف یک کهکشان را از روی نسبت خطوط نشری موجود در طیف بدست می‌آوریم. مهم‌ترین قسمت در اندازه‌گیری فراوانی، تعیین دقیق شار زیر قله یا همان پهنه‌ای همارز است که هدف ما محاسبه‌ی آن با استفاده از یک کد فرترن است. سپس نتایج را با نرم‌افزار استاندارد تجزیه و تحلیل طیف *Splot* مقایسه می‌کنیم. در پایان رابطه‌ی فراوانی فلزی را بر حسب جرم بررسی می‌کنیم.

### مقدمه

یکی از پارامترهای اصلی در دنبال کردن تاریخچه‌ی تشکیل ستاره‌ها و تحول کهکشان‌ها، میزان فراوانی عناصر آن‌ها است. یکی از رایج‌ترین شاخص‌های اندازه‌گیری فراوانی فلز در محیط بین ستاره‌ای (ISM)، خط نشری اکسیژن است. رایج‌ترین روش برای کهکشان‌های با فراوانی فلز بالا، استفاده از شاخص  $R_{23}$  است. این روش در سال ۱۹۹۲ توسط پَگل معرفی شد و به صورت زیر است:

$$R_{23} = \frac{I([OII]\lambda 3727) + I([OIII]\lambda\lambda 4959,5007)}{I(H_\beta)} \quad (1)$$

کالیبره کردن شار در نسل‌های جدید پیمایش‌های اسپکتروسکوپی مشکل است. اثرهای نامطلوب مربوط به ابزارها و شرایط رصد، مانع از اندازه‌گیری دقیق شار می‌شوند. با این حال فراوانی فلزی را می‌توان از روی پهنه‌ای همارز (EWs) به دست آورد. لیانگ و همکارانش در سال ۲۰۰۷ روش جایگزینی برای اندازه‌گیری شار پیشنهاد کردند. در این روش فراوانی با استفاده از پهنه‌ای همارز به دست می‌آید.

$$R_{23}(EW)_{corrected} = \frac{\alpha \times EW([OII]) + EW([OIII])}{EW(H_\beta)} \quad (2)$$

که پارامتری برای تعیین میزان شباهت پیوستار، در ناحیه‌ی سمت راست خط نشری OII و سمت چپ خط  $H_\beta$  است. [1]

### مشخصات ناحیه و داده‌های بررسی شده

برنامه‌های اسپکتروسکوپی تیم ESO با تلسکوپ VLT، شامل دو قسمت عظیم است که توسط طیف‌نگارهای FORS2 و VIMOS انجام شده است. برنامه‌ی FORS2 در منطقه‌ی جنوبی چاندرا (CDF-S) و برای کهکشان‌های کم نور انجام شده است. برنامه‌ی VIMOS هم در زمینه‌ی پوشش آسمان و هم از نظر افزودن جزئیات، مکمل برنامه‌ی FORS2 است. این برنامه در دو حالت وضوح پایین در ناحیه‌ی طول موجی (۳۵۰۰-۶۹۰۰) آنگسترم و در حالت

وضوح متوسط در ناحیه طول موجی ( $4000-1000$ ) آنگسترم فعالیت دارد. توان تفکیک این دو حالت به ترتیب ۲۸ و ۱۳ آنگسترم هستند. ما نمونه‌های خود را از میدان جنوبی و در محدوده قرمز‌گرایی  $Z < 1/5 < 0/5$  انتخاب کرده‌ایم. برای اندازه‌گیری فراوانی فلزی کهکشان، خطوط نشري [OIII]، [OII] و  $H_{\beta}$  باید در طیف کهکشان، وجود داشته باشند. این شرط، کهکشان‌هایی را که قرمز‌گرایی  $Z < 0/5 < 1$  دارند کنار می‌گذارد. علت آن بیرون افتادن این خطوط از محدوده پوشش طیف‌نگار است.

توجه ما بیشتر به سمت کهکشان‌هایی است که کثر زیادی از جمعیت آن‌ها در حال تشکیل ستاره‌اند. در این نواحی ستاره‌های پر جرمی متولد می‌شوند و مواد اطرافشان (ISM) را یونیده می‌کنند. فوتون‌های با انرژی بیشتر از انرژی بستگی هیدروژن، می‌توانند هیدروژن‌های اطراف را یونیده کنند. یون‌ها با گیر انداختن الکترون‌ها، تابش‌هایی در سری بالمر مانند  $H_{\alpha}$  دارند. گاهی هم برانگیختگی و والانگیختگی در اثر برخورد با الکترون‌های جدا شده، خطوط ممنوعه‌ی OII و OIII را تولید می‌کنند. [4]

## روش‌های اندازه‌گیری پهنه‌ی همارز و فراوانی فلزی

در این قسمت روش‌هایی را که برای اندازه‌گیری پهنه‌ی همارز (EWs) به کار برده‌ایم، معرفی می‌کنیم. ما با استفاده از یک کد و همچنین با استفاده از نرم‌افزارهای استاندارد برای تجزیه و تحلیل طیف مانند IRAF محاسبات را انجام داده‌ایم و نتایج را با هم مقایسه کرده‌ایم. در قسمت بعد، فراوانی فلزی را با روش‌های استانداردی که پذیرفته شده‌اند به دست آورده‌ایم.

### الف-پهنه‌ی همارز

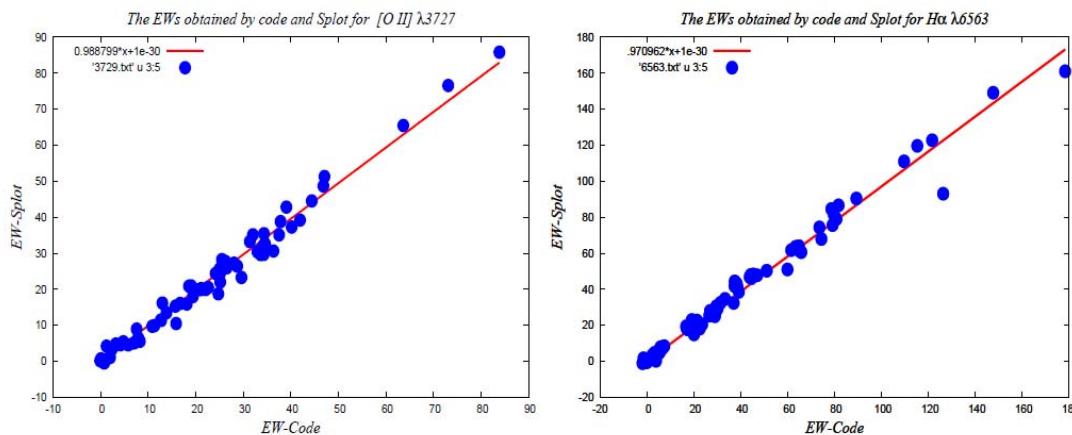
ابتدا در یک بازه‌ی مطلوب حول قله‌های نشری، متوسط پیوستار را به دست آورده‌ایم و به روش انتگرال‌گیری مستقیم شار ناحیه زیر قله‌ی نشری را اندازه گرفته‌ایم.

$$w_{\lambda} = \int_a^b \frac{F_c - F_{\lambda}}{F_c} d\lambda \quad (3)$$

شار در ناحیه میان قله و پیوستار، پهنه‌ی همارز نامیده می‌شود زیرا این ناحیه را می‌توان برابر با مستطیلی گرفت که مساحت آن برابر شار زیر قله است. ما برای محاسبه خطای EWs از تغییرات پیوستار به اندازه  $\pm 15 \text{ میانگین}$  استفاده کردیم.

در قسمت بعد با استفاده از Splot در یک ترمینال گرافیکی انواع تابع‌های گوسی، لورنتسی و... را به قله‌های OII، OIII و  $H_{\beta}$  برازش کرده‌ایم. سپس اطلاعات مفیدی مانند: "طول موج مرکزی قله"، "پهنا در نصف بیشینه-ماکزیمم"، "پیوستار" و "پهنه‌ی همارز" را به دست آورده‌ایم. تکنیک‌های زیادی از جمله اندازه‌گیری مستقیم، برازش توابع مختلف و همچنین غیرآمیخته کردن قله‌هایی نزدیک به هم، در این نرم‌افزار در نظر گرفته شده‌اند. خطای انتگرال‌گیری مستقیم با استفاده از روش انتشار خطای در روش‌های غیرمستقیم با استفاده از شبیه‌سازی‌های مونت-کارلو با تکرار نمونه‌های تصادفی به دست می‌آید. ما نتایج کارمان را با نتایج به دست آمده با Splot مقایسه کرده‌ایم و برای دو خط نشری آورده‌ایم.

محور y ها نتایج حاصل از Splot و محور x نتایج کارمان با کد فرتون را نشان می‌دهد.



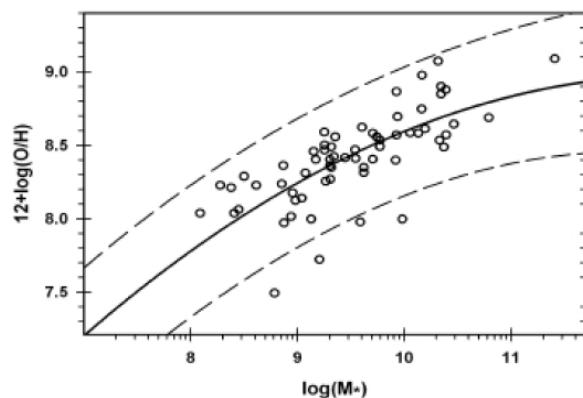
شکل ۱ : مقایسه میان نتایج به دست آمده برای خط  $H\beta$  و OII با استفاده از کد فرتون و نتایج حاصل از Splot

در شکل ۱ شبیخ ط بودست آمده تقریباً برابر با یک است. پس نتایج به دست آمده از کد را می‌توان با اطمینان برای محاسبه فراوانی به کار برد. خطای اندازه‌گیری بیشتر مربوط به پیوستار است. تعیین همسایگی مناسب برای تک‌تک قله‌ها به دقت زیادی، نیاز دارد. در بعضی موارد، عددی که ما به دست آورده‌ایم، به دلیل اختلال توسط قله‌های کوچک موجود در اطراف قله‌ی اصلی، بیشتر است. در حالیکه در Splot به مجموع دو قله یک تابع گوسی برازش می‌شود و در بهترین حالت نیز قسمت‌هایی از آن در اندازه‌گیری وارد نمی‌شود.

## ب- فراوانی فلزی

فراوانی فلزی به عناصر سازنده‌ی یک منبع نوری به غیر از هیدروژن و هلیوم گفته می‌شود. معمولاً رابطه‌های استفاده کرده‌ایم. رابطه‌ای که تا کنون با جواب‌های  $\log(O/H) + 12$  فراوانی به صورت لگاریتمی است و ما از رابطه‌ی تجربی سازگاری بهتری دارد. جرم برای نمونه‌ی کهکشان‌ها را با استفاده از روش‌های فوتومتری به دست آورده‌ایم.

شکل ۲ نمودار فراوانی بر حسب جرم را نشان می‌دهد.



شکل ۲: تمودار جرم بر حسب فراوانی. محور y فراوانی فلزی و محور X جرم را نشان می‌دهد. خط پررنگ تابع درجه‌ی دومی که به داده‌ها برآذش شده را نشان می‌دهد و خطوط بریده بازه‌های پیش‌بینی را نشان می‌دهند.

با افزایش جرم برای کهکشان‌هایی که در حال تشکیل ستاره‌اند فراوانی فلزی نیز افزایش می‌یابد. نتیجه‌ی ما با کارهای کبلنیکی و همکارانش در سال ۲۰۰۴ برای کهکشان‌های منطقه‌ی شمالی GOODS-N، در بازه‌ی قرمزگرایی  $0.3 < z < 1.5$  مطابقت دارد. [2]

### نتیجه گیری

- نتایجی که با کد به دست آمده با نتایج حاصل از Splot مطابقت دارد.
- برای کهکشان‌های مورد مطالعه، با افزایش جرم فلزی نیز زیاد شده است.

### مرجع‌ها

1. Y. c. Liang, “Checking the reliability of equivalent width R23 for estimating the metallicities of galaxies”, *A&A* **474**, 807–814 (2007)
2. H. A. Kobulnicky, “Metallicities of  $0.3 < z < 1.0$  Galaxies in the GOODS-North Field”, *astro-ph*, **0408128v1**, 2004
3. E. Vanzella, “The Great Observatories Origins Deep Survey VLT/FORS2 Spectroscopy in the GOODs-South Field: partII”, *astro-ph0*, **0711.0850v1**, 2008
4. I. Balestra, “The Great Observatories Origins Deep Survey VLT/VIMOS Spectroscopy in the GOODs-South Field: partII”, *astro-ph0*, **1001.1115v1**, (2010)

## Evolution of Brane with Bulk Scalar Field

K. Saaidi<sup>1</sup> and A. Mohammadi<sup>1</sup>

<sup>1</sup>*Department of Physics, Faculty of Science, University of Kurdistan, Sanandaj, Iran*

In this work, the effects of chameleon scalar field on the evolution of brane (our universe), is studied. Here one brane is selected (like RSII model) which is embedded on  $y = 0$ . By taking a FLRW as the metric of space-time, the Friedmann equations are acquired, and after considering these equation at early time and late time one can realized that there is an exponential expansion at early time which may be related to inflation. Also, for having an accelerated expansion in late time, we should have  $\omega < -\frac{2}{3}$  that it is in perfect match with observation.

Submitted for Gen. Relativ. Grav.

### I. INTRODUCTION

In the early 1990's onething about the expansion of universe was certain. It might have enough energy density to stop its expansion and recollaps, or it might have so little energy density that it would never stop expanding, but gravity was certain to slow the expansion by passing time. In the 1998, two independent research groups of astronomers in California and Australila found that the expansion of the universe in actually accelerating. It was a shock for scientists. How it can be possible? How one can explain that? Is there something wrong with Einstein's theory of Gravity?

After a while, theorists came up with an explanation, named "Dark Energy", a strange fluid with negative pressure to cause this expansion. Some proposal have been introduced for dark energy. The simplest candidate is "cosmological constant", but it has some problems such as fine-tunning. Another proposal is scalar field. A most general model for cosmic accelerating is a slow-rolling scalar field, called "Quintessence". Though quintessence is a good model for universe in the large scale, however it is not a reasonable model in the solar system because of its light mass. Khouri and Weltman [1] have improved the model so that it has a coupling to matter which gives the scalar field a mass dependeing on the local density of matter. It was named "Chameleon scalar field".

Another model which has attractived a huge attention, is the theory of extra dimension where all kind of matter and their interaction are confined to a four dimensional hypersurface (3-brane) embedded in higher dimension space-time, except gravity which can propagate along the fifth dimension. In the 1999, in the two paper [2], Randall and Sundrum revived this proposal. They supposed one spatial extra-dimension. Their main goal was finding a model to solve hierarchy problem. However, interesting feature of this model, such as existence of quadratic term of energy density in the Friedmann equation, caused this model recieved scientists' attention. we found it interesting to investigate evolution of universe in the model of

extra dimension in the presence of chameleon scalar field in the bulk.

### II. GENERAL FRAMEWORK

In the begin, we should specify our action. We select an action in the following form

$$S = \int d^5x \sqrt{-g} \left\{ \frac{M_5^3}{2} R^{(5)} - \left( \frac{1}{2} (\nabla\phi)^2 + V(\phi) \right) \right\} - \int d^4x \mathcal{L}_m(\psi_m, \tilde{h}_{\mu\nu}), \quad (1)$$

the five-dimensional gravity in the presence of scalar field  $\phi$  is displaied by the first term on the right hand sid of relation and the second term describes the matter of brane that are coupled to scalar field by

$$\tilde{h}_{\mu\nu} = \exp\left(\frac{2\beta\phi}{\sqrt{M_p^3}}\right) h_{\mu\nu}, \quad (2)$$

where  $\beta$  is a dimensionless coupled constant, and  $M_p$  is the effective four-dimensional Planck mass on the brane. Make attention that the brane tension is hidden on the last term action, namely  $\mathcal{L}_m$ , and tension appears on the brane energy density in evolution equation (this feature can be seen in some paper such as [3,?]). Note that  $\mathcal{L}_m$  is a scalar density of weight 1. The five-dimensional metric  $g_{\mu\nu}$  has signature  $(-, +, +, +, +)$ , and  $h_{\mu\nu}$  denote the four-dimensional metric on the brane. One can obtain the equation of action of scalar field by varying the motion with respect to  $\phi$  as

$$\nabla^2\phi = V_{,\phi}(\phi) + \frac{1}{\sqrt{-h}} \frac{2\beta}{\sqrt{M_p^3}} \frac{\partial \mathcal{L}_m}{\partial \tilde{h}_{\mu\nu}} \tilde{h}_{\mu\nu} \delta(y), \quad (3)$$

where  $V(\phi)$  is the chameleon scalar field potential, which is almost flat. For more information about this kind of potential and its features reader can refer to [1,5]. Varying with respect to the metric  $g_{\mu\nu}$ , the Einstein equation are obtained as

$${}^{(5)}G^{\mu\nu} = \kappa_5^2 \left\{ T^{(\phi)\mu\nu} + T^{(b)\mu\nu} \right\}, \quad (4)$$

where  $T^{(\phi)\mu\nu}$  stands for the scalar field of total energy-momentum tensor

$$T^{(\phi)\mu\nu} = \nabla^\mu \phi \nabla^\nu \phi - g^{\mu\nu} \left( \frac{1}{2} (\nabla \phi)^2 + V(\phi) \right),$$

with attention to the dimension of the component of energy-momentum tensor, we realize that the dimension of the scalar field is no longer  $M$ , rather it is  $M^{\frac{3}{2}}$ . Due to this fact, we select  $M_p^{\frac{3}{2}}$  in the exponential of Eq.(2), to make it dimensionless. Also the dimension of potential is  $M^5$ . Since we put scalar field in five-dimensional space-time, all of these results are acquired.

In Jordan frame, it can be assumed that the energy momentum is conserved, namely

$$\tilde{D}_\mu \tilde{T}^{(b)\mu\nu} = 0, \quad (5)$$

where  $\tilde{D}$  displays covariant derivative in four-dimensions space-time, and  $\tilde{T}^{(b)\mu\nu}$  is described by

$$\tilde{T}^{(b)\mu\nu} = \frac{2}{\sqrt{-\tilde{h}}} \frac{\partial \mathcal{L}_{\Phi}}{\partial \tilde{h}_{\mu\nu}} \delta(y). \quad (6)$$

In above equations  $y$  displays the coordinate of fifth dimension and  $\delta(y)$  explains that our matter is confined to a four dimensional hypersurface, namely our universe. This equation gives us the conservation relation in Jordan frame,

$$\dot{\tilde{\rho}} + 3\tilde{H}(\tilde{\rho} + \tilde{p}) = 0.$$

We suppose that the matter be a perfect fluid with  $\tilde{p} = \omega \tilde{\rho}$ , so

$$\tilde{\rho} = \tilde{\rho}_0 \tilde{a}^{-3(1+\omega)} \quad (7)$$

On the brane, the energy-momentum tensor in Einstein frame and Jordan frame are related to each other by

$$T^{\mu\nu} = \exp\left(\frac{6\beta\phi}{\sqrt{M_p^3}}\right) \tilde{T}^{\mu\nu}, \quad (8)$$

therefore,  $\rho_b$  and  $p_b$  are easily expressed in term of the component of energy-momentum of Jordan frame and scalar field as

$$\rho_b = \tilde{\rho}_0 \exp\left(\frac{(1-3\omega)\beta\phi}{\sqrt{M_p^3}}\right) a_0^{-3(1+\omega)}, \quad (9)$$

and

$$p_b = \omega \tilde{\rho}_0 \exp\left(\frac{(1-3\omega)\beta\phi}{\sqrt{M_p^3}}\right) a_0^{-3(1+\omega)} \quad (10)$$

Note that, when scalar field approach to zero, there is  $\rho_b = \tilde{\rho}$  and  $p_b = \tilde{p}$ . Now we introduce a FLRW metric as the five-dimensional space-time metric

$$ds^2 = -n^2(t, y) dt^2 + a^2(t, y) \gamma_{ij} dx^i dx^j + b^2(t, y) dy^2, \quad (11)$$

with a maximally symmetric 3-geometry  $\gamma_{ij}$ . We take our brane as a four-dimensional hypersurface which is embedded on  $y = 0$ , also we suppose  $Z_2$ -symmetry for the model. It should be mentioned that the metric is continuous but their first derivative with respect to  $y$  is discontinuous, and their second derivative with respect to  $y$  includes the Dirac delta function. Under these conditions, we have the following junction conditions

$$\frac{[a']}{a_0} = -\frac{\kappa_5^2}{3} \rho_b, \quad (12)$$

$$\frac{[n']}{n_0} = \frac{\kappa_5^2}{3} (2\rho_b + 3p_b), \quad (13)$$

(reader can refer to .... for more information about mathematical calculation). Note that, here,  $\rho_b$  and  $p_b$ , the brane energy density and pressure respectively, include tension of brane, namely  $\rho_b = \rho + \lambda$  and  $p_b = p - \lambda$ , where  $\rho$  and  $p$  are matter density and pressure respectively. However, we should make attention here that the energy density and pressure, namely  $\rho_b$  and  $p_b$ , depend on scalar field. From the equation 3, one can arrive at junction condition for scalar field as

$$[\phi'] = \frac{\beta}{\sqrt{M_p^3}} (1 - 3\omega) \tilde{\rho} \exp\left(\frac{4\beta\phi}{\sqrt{M_p^3}}\right). \quad (14)$$

where  $\tilde{\rho}$  and  $\tilde{p}$  are the energy density and pressure respectively in the Jordan frame.

### III. EVOLUTION OF BRANE

In this section, we want to achieve evolution equations on the brane (our universe). With the help of metric, one can obtain the component of Einstein tensor, then from the  $(0, 5)$  component of field equation, we arrive at generalized continuity equation on the brane as

$$\dot{\rho}_b + 3H(\rho_b + p_b) = 2\dot{\phi}_0 \phi'_0 \quad (15)$$

Since there is between scalar field and matter, the brane energy density is not conserved, as we expected that. Note that in all of relation in this section we select  $n_0 = 1$ , without any loss of generality. substituting the brane energy density,  $\rho_b$ , and pressure,  $p_b$ , (which we have just obtained them in the last section) in the generalized continuity equation, we realized that equation (15) explicitly confirms the junction condition of scalar field (14). From  $(5, 5)$  component of field equation, one can obtain the second order (or generalized) Friedmann equation as

$$\frac{\ddot{a}_0}{a_0} + \frac{\dot{a}_0^2}{a_0^2} = -\frac{\kappa_5^4}{36}\rho_b(\rho_b + 3p_b) - \frac{\kappa_5^2}{3}(\frac{\dot{\phi}_0^2}{2} + \frac{\phi_0'^2}{2} - V(\phi_0)) \quad (16)$$

where equations (12) and (13) help us to drive above relation. By using  $(0, 0)$  component of field equation, the first Friedmann equation can be obtained as

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}_0}{a_0}\right)^2 = \frac{\kappa_5^4}{36}\rho_b^2 + \frac{\kappa_5^2}{3}(\frac{\dot{\phi}_0^2}{2} + \frac{\phi_0'^2}{2} + V(\phi_0)) + \frac{\hat{a}_0''}{a_0}. \quad (17)$$

$\hat{a}_0''$  is the non-distributional part of double derivative of  $a(t, y)$  with respect to the fifth coordinate, and the subscript 0 of quantity in the above equation means that they are computed in  $y = 0$ . We remind the reader that  $\rho_b$  and  $p_b$ , as it has been expressed in the previous section, depend on scalar field.

#### IV. INVESTIGATION THE EVOLUTION OF UNIVERSE

In this part we want to consider the behavior of universe at the early times and late times, in other world for large and small value of scalar field respectively. One can rearrange the generalized Friedmann equation as following

$$\frac{\ddot{a}_0}{a_0} = -\frac{\kappa_5^4}{36}(2+3\omega)\rho_b^2 - \frac{\kappa_5^2}{3}(\dot{\phi}_0^2 + \phi_0'^2). \quad (18)$$

From the junction condition (14), and with the help of the function of energy density (9), we rearrange this relation as

$$\begin{aligned} \frac{\ddot{a}_0}{a_0} &= -\frac{\kappa_5^4}{36}(2+3\omega)\left(\frac{\tilde{\rho}_0}{a_0^{3(1+\omega)}}\right)^2 \exp\left(\frac{2(1-3\omega)\beta\phi}{\sqrt{M_p^3}}\right) - \frac{\kappa_5^2}{3}\dot{\phi}^2 \\ &- \frac{\kappa_5^2\beta^2}{12M_p^3}(1-3\omega)^2\left(\frac{\tilde{\rho}_0^2}{a_0^{6(1+\omega)}}\right)^2 \exp\left(\frac{2(1-3\omega)\beta\phi}{\sqrt{M_p^3}}\right) \end{aligned} \quad (19)$$

##### • Late time

In late time, when  $\phi$  approach to zero, we have

$$\rho_b \simeq \tilde{\rho} \quad \text{and} \quad a \simeq \tilde{a},$$

so according to generalized continuity relation and the conserved equation in Jordan frame we can deduce that  $\dot{\phi}$  goes to zero, (note that in this area the scale factor,  $a$ , is very large), therefore we arrive at

$$\begin{aligned} \frac{\ddot{a}}{a} &\simeq -\frac{\kappa_5^2}{3}\left(\frac{1}{2M_p^3}(2+3\omega) + \frac{\beta^2}{4M_p^3}(1-3\omega)^2\right) \\ &\times \left(\frac{\tilde{\rho}_0}{a_0^{3(1+\omega)}}\right)^2. \end{aligned} \quad (20)$$

If we take the magnitude of  $M_5$  in order of electroweak scale  $M_E = 1TeV$  [6] and  $M_p$  in order of  $10^{18}GeV$ , the second term in parenthesis may be ignored with respect to the first term. So, to have an accelerated expanding universe in this area  $\omega$  should obey as following

$$\omega < -\frac{2}{3}, \quad (21)$$

this range for  $\omega$  is consistent with astronomical data, because the most recent data indicate that  $\omega < -0.76$  at the 95% confidence level [7]. For  $-1 < \omega < -\frac{2}{3}$ , with attention to the power of  $a_0$ , there is a positive and decreasing value for  $\ddot{a}$  and for  $\omega < -1$  there is a positive and increasing value.

##### • Early time

In early times, when  $\phi$  is very large, by the same argument we have done for obtaining (20), one can obtain

$$\frac{\ddot{a}}{a} \simeq -\frac{\kappa_5^4}{36}(2+3\omega)\frac{\tilde{\rho}_0^2}{a_0^{6(1+\omega)}} \exp\left(\frac{2(1-3\omega)\beta\phi}{\sqrt{M_p^3}}\right). \quad (22)$$

It is clearly seen that, with attention to (21), one realizes that quantity  $(1-3\omega)$  is positive and therefore, the expanded acceleration of universe is so large in early time. Note that in early time the acceleration of universe is exponential. This exponential acceleration in early time may concern an inflation area of universe.

#### V. CONCLUSION

The attractive chameleon scalar field has been taken as a scalar field in the bulk which has interaction with matter in the brane. We could obtain the junction conditions as same as the ..., but both of brane energy density and pressure depend on scalar field. In contrast to the Einstein frame, energy density is conserved in Jordan frame. By taking the FLRW metric as the metric of space-time, the Friedmann equations have been obtained. When there is a large value of scalar field, associated to early time, these equations tell us that there is an exponential expansion. This expansion might be related to the evolution of universe in inflation era, so it has worth for more discussion. In the late time, small value of scalar field, one can see that the energy density and pressure in Einstein frame and Jordan frame are as same. Also, for the equation of state parameter, we have  $\omega < -\frac{2}{3}$ . This result is in compatible with recent observation data which indicate  $\omega < -0.76$ .

- [1] Justin Khoury, Amanda Weltman, Phys. Rev. D **69**:044026, (2004).
- [2] L. Randall and R. Sundrum, Phys. Rev. Lett. **83**, 3370, (1999); Phys. Rev. Lett. **83**, 4690, (1999).
- [3] Pierre Binetruy, Cedric Deffayet, David Langlois, Nucl.Phys.B **565**:269-287, (2000); Pierre Binetruy, Cedric Deffayet, Ulrich Ellwanger, David Langlois, Phys.Lett.B **477**:285-291, (2000).
- [4] D. Langlois, M. Rodriguez-Martinez, Phys. Rev. D **64**,123507, (2001).
- [5] T. P. Waterhouse, [arXiv:astro-ph/0611816].
- [6] P. Brax, C. van de Bruck, Class. Quant. Grav. **20**, (2003).
- [7] A.G. Riess, et al., Astrophys. J. **607**:665-687, (2004); Miao Li, Phys. Lett. B **603**, (2004).

## تورم کیهان‌شناسی برانز-دیک در حضور میدان‌های بوزونی خودبرهم کنشی

شریفیان، الهام<sup>۱</sup>; غفارنژاد، حسین<sup>۲</sup>

دانشکده علوم پایه، گروه فیزیک دانشگاه سمنان، سمنان، صندوق پستی ۳۶۳-۳۵۱۹۵

### چکیده

در این مقاله، مدل تورمی برانز-دیک به همراه یک کنش میدان بوزونی اینفلاتون و یک نوع پتانسیل توانی آن که نقش مولود تورم را بازی می‌کند مورد تحلیل قرار گرفته است. ما نشان می‌دهیم که این پتانسیل برای توان‌های بالاتر از دو می‌تواند توصیف کننده تورم جهان باشد. از این‌رو با اختیار توان چهارم پتانسیل می‌توان پیشنهاد داد که میدان فرضی اینفلاتون چیزی جز بوزون‌های هیگر خودبرهم کنش نیست.

### مقدمه

مدل تورمی به منظور حل دو معماه کیهان‌شناسی مدل استاندارد مهبانگ در ۱۹۸۱ توسط گوت پیشنهاد شد[۱]. این مدل و مدل‌های بعدی تورمی (جدید، آشوبناک و ...) بر پایه نظریه نسبیت عام اینشتین بودند[۲]. نتایج آزمایشات شاپیرو[۳] بر پایه تحلیل تأخیر زمانی پژواک رادار، تغییرات زمانی نسبی ثابت گرانشی را در حدود  $\frac{\dot{G}}{G} \approx 10^{-10}$  و محاسبات نظری صورت گرفته توسط دیک[۴] برای کیهان‌شناسی فریدمن با چشم‌های سیال بی‌فسار مقدار  $\frac{\dot{G}}{G} \approx 10^{-11}$  به ازای یک سال را پیشگویی می‌کنند. اگرچه این تغییرات زمانی در دوره حاضر فوق العاده کوچک است، دیک نشان داد که در مراحل اولیه تحول عالم، این تغییرات از چگالی انرژی ماده بزرگتر بوده است. پس منطقی است که در زمان‌های اولیه پس از خلق جهان از نظریه گرانشی که در آن تغییرات  $G$  منظور شده باشد، استفاده کنیم. از مهم‌ترین این نظریه‌ها، نظریه گرانشی برانز-دیک است، که در سال ۱۹۶۱ توسط برانز و دیک تدوین شد و اصول اولیه آن که توسط جوردن قبل اشاره شده بود براساس اصل ماخ می‌باشد[۵]. تحلیل سناریو تورمی در نظریه گرانشی برانز-دیک توسط لا و استینهارت در ۱۹۸۸ صورت گرفت که به مدل تورمی گسترش یافته معروف شد[۶].

### مدل تورمی گسترش یافته

درکش برانز-دیک فرض می‌کنیم ماده ازنوع بوزون‌های هیگرزاست و  $G$  تابعی از مختصات فضا-زمانی است که با میدان نرده‌ای  $\varphi$  توصیف می‌شود. در مدل تورمی برانز-دیک، یک جمله انرژی جنبشی میدان اینفلاتون  $\sigma$  و نیز یک پتانسیل اینفلاتون را به کنش گرانشی برانز-دیک اضافه می‌کنیم بطوریکه داشته باشیم:

$$(1) \quad I = \frac{1}{16\pi} \int d^4x \sqrt{-g} \left[ R\varphi - \frac{\omega}{\varphi} \partial_i \varphi \partial^i \varphi - \frac{1}{2} \partial_i \sigma \partial^i \sigma - V(\sigma) \right]$$

پارامتر برانز-دیک  $\omega$  یک ثابت بدون بعد است. برای یک جهان همگن و همسانگرد، متريک زمينه متريک فریدمان-روبرتسون-واکر است که از ديدگاه ناظر سقوط آزاد در دستگاه مختصات کروی چنین داده می‌شود:

$$(2) \quad ds^2 = dt^2 - a^2(t) \left[ \frac{dr^2}{1-kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin\theta^2 d\varphi^2 \right]$$

<sup>1</sup> elhamsharif136@gmail.com

<sup>2</sup> hghafarnejad@yahoo.com

در اینجا  $k=0$  و  $k=-1$  بترتیب معرف جهان تخت، باز و بسته دینامیکی می‌باشد. معادلات اویلر- لگرانژ برای سه میدان برانز-دیک  $\varphi$ ، اینفلاتون  $\sigma$  و متريک بترتیب چنین بدست می‌آیند:

$$H^2 + H \frac{\dot{\varphi}}{\varphi} - \frac{\omega}{6} \left( \frac{\dot{\varphi}}{\varphi} \right)^2 + \frac{1}{12} \frac{\dot{\sigma}^2}{\varphi} + \frac{1}{6} \frac{V(\sigma)}{\varphi} = 0 \quad (3)$$

$$\ddot{\varphi} + 3H\dot{\varphi} + \frac{3}{2} \frac{\varphi}{\omega} H^2 - \frac{3}{2} \frac{\varphi k}{\omega a^2} + \frac{3\varphi \ddot{a}}{\omega a} - \frac{\dot{\varphi}^2}{2\varphi} = 0 \quad (4)$$

$$\ddot{\sigma} + 3H\dot{\sigma} + \frac{\partial V}{\partial \sigma} = 0 \quad (5)$$

اگر میدان‌های نرده‌ای  $\sigma$  و  $\varphi$  به آهستگی تغییر کنند و نیز انرژی جنبشی میدان‌ها از انرژی پتانسیل میدان اینفلاتون کوچک‌تر باشد، می‌توانیم از تقریب  $\sigma \approx \frac{\omega}{2} \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} \dot{\sigma}^2 + V(\sigma)$  استفاده کنیم. در اینصورت معادلات دینامیکی میدان‌ها منجر به روابط  $H^2 = \frac{V}{6\varphi}$  و  $\dot{\sigma} = \frac{-1}{3H} \frac{\partial V}{\partial \sigma}$  و  $\dot{\varphi} = -\frac{H}{2\omega}$  می‌شوند. مدل‌های تورمی مختلف، پتانسیل‌های مختلفی را برای اینفلاتون پیشنهاد می‌کنند. در مدل تورمی آشوبناک، تورم با پتانسیل‌های امکان پذیر است که بیشینه مطلق ندارد و حرکت میدان از مقادیر بزرگ شروع می‌شود. یکی از مهم‌ترین این پتانسیل‌ها، پتانسیل توانی است و حالت خاص توان چهارم، متناظر با پتانسیل میدان هیگز است. ذره هیگز از رهیافت ذرات بینایی کاندید مناسبی برای حامل نیروی پنجم است. از همه مهمتر در رهیافت کوانتمی برای پتانسیل‌های توان چهارم هنوز نظریه بازبینی‌جاری‌پذیر می‌باشد. لذا ما در اینجا چنین پتانسیل‌های توانی را در مدل تورمی گسترش یافته بررسی می‌کنیم.

### پتانسیل توانی

پتانسیل توانی  $V(\sigma) \approx \frac{\lambda}{2n} \sigma^{2n}$  را در نظر می‌گیریم که  $n$  یک عدد طبیعی و  $\lambda$  ثابت خودجفت‌شدنی میدان است. با  $\dot{\varphi} = \frac{-H}{2\omega}$  بکار بردن این پتانسیل توانی معادلات تحول در تقریب کند تغییر فوق‌الذکر منجر به روابط به ترتیب

$$H^2 = \frac{\lambda}{12n\varphi} \sigma^{2n} \quad \text{و} \quad \dot{\sigma} = -\frac{1}{3H} \lambda \sigma^{2n-1}$$

است. یعنی  $V(\sigma) \cong M_p^4 (\varphi)$  جایی که پتانسیل مؤثر با چگالی پلانک قابل مقایسه باشد [۷].

تا پیش از رسیدن جهان به این مرحله، فضا-زمان کلاسیکی هیچ معنایی ندارد و افت و خیزهای چگالی انرژی تولید شده، بزرگ‌تر از چگالی انرژی پتانسیل می‌شود. بنابراین میدان اینفلاتون نمی‌تواند مقادیری را بگیرد که پتانسیل در بالای این مرز قرار بگیرد. جرم پلانک به صورت  $M_p^2 = 16\pi\varphi$  تعریف می‌شود. بنابراین مرز آغازی پلانک برای پتانسیل توانی

بصورت  $\varphi_p = \frac{1}{16\pi} \left( \frac{\lambda}{2n} \right)^{\frac{1}{2}}$  خواهد بود. پس در آغاز دوره تورمی باید برای هر میدان اینفلاتون  $\sigma$  دلخواه شرط  $\varphi_0 < \varphi_p$  برقرار باشد. اما پایان تورم جایی است که انرژی جنبشی میدان‌ها با انرژی پتانسیل میدان اینفلاتون قابل مقایسه شود بطوریکه بتوان نوشت  $(\sigma) \cong V$ . به کمک معادلات دینامیکی در تقریب کند

$$\frac{(3\omega-2)}{4n^2\omega} \varphi_* = \left( \frac{3\omega-2}{\omega} \right) \left( \frac{V}{V'} \right)^2$$

تغییر  $\varphi_*$ ، و مرز پایانی تورم برای پتانسیل توانی برابر با  $\sigma_*^2$  است. معادله پایستگی

از روی معادلات دینامیکی بصورت  $\frac{d}{dt} \left[ \varphi^2 + 8 \int d\sigma \frac{V}{V} \right]$  بدست می‌آید [۸]. برای پتانسیل توانی، معادله پایستگی به صورت  $\frac{d}{dt} \left[ \varphi^2 + \frac{2}{n} \sigma^2 \right] = 0$  درمی‌آید. یعنی باید عبارت  $\varphi^2 + \frac{2}{n} \sigma^2$  مقداری ثابت و مستقل از زمان باشد. اما این معادله یک بیضی را در صفحه  $(\sigma, \varphi)$  نشان می‌دهد که تنها ربع اول صفحه جواب فیزیکی است که در آن میدانهای برانز-دیک و اینفلاتون مثبت هستند. جهت بیضی توسط مقادیر اولیه و  $n$  تعیین می‌شود. برای همه مقادیر  $n$ ، منحنی پایان تورم یک سهمی است (تنها دامنه با سهم  $\frac{1}{4n^2}$  مقیاس‌بندی شده است). در حالی که مرزپلانک قویاً به مقدار  $n$  بستگی دارد بطوری که  $\varphi \propto \sigma^n$  است. در شکل ۱ مسیر کلاسیکی میدان‌ها برای یک حالت کلی پتانسیل توانی رسم شده است (مسیر  $A \rightarrow B$ ).

برای  $n=1$  مرزپلانک (مرز آغازی تورم  $BoI$ ) یک خط راست می‌باشد:

$$(6) \quad \varphi_p = \frac{1}{16\pi} \left( \frac{\lambda}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \sigma_p$$

برای  $n=2$  مرزپلانک یک سهمی است:

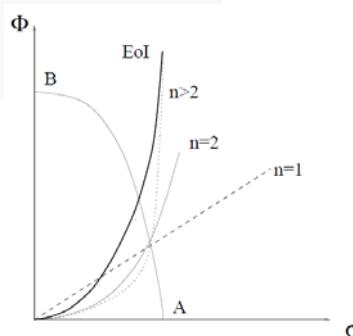
$$(7) \quad \varphi_p = \frac{1}{16\pi} \left( \frac{\lambda}{4} \right)^{\frac{1}{2}} \sigma_p^2$$

در هردو حالت منحنی  $BoI$ ، منحنی مرزپایانی تورم  $EoI$  را قطع نمی‌کند و هردو، یک ناحیه نامحدود روی صفحه  $(\sigma, \varphi)$  را شامل می‌شوند. در حالی که برای  $n=2$ ، مرز آغازی، منحنی  $EoI$  را در یک نقطه قطع می‌کند بطوریکه داریم:

$$(8) \quad \varphi_{\max} = \frac{1}{4n^2} \left( \frac{3\omega - 2}{\omega} \right)^{\frac{n}{n-2}} \left( \frac{32\pi^2}{\lambda n^3} \right)^{\frac{1}{n-2}}$$

ناحیه بین این دو منحنی جایی است که تورم رخ می‌دهد. میدان‌ها بر روی مسیر کلاسیکی در جهت  $B \rightarrow A$  در طول آن بخش از منحنی حرکت می‌کنند که داخل محدوده بسته بین  $EoI$  و  $BoI$  قرار دارد. به واسطه افت و خیزهای کوانتومی، حرکت میدان‌ها به مسیرهای هم مرکز دیگر منطبق بر مقادیر بزرگتر میدان اولیه متغیر می‌شود. طول دوره تورمی به دو عامل بستگی دارد. یکی اینکه نواحی که به سوی مقادیر بزرگتر حرکت می‌کنند، انبساط بیشتری داشته و بیشترین حجم جهان را اشغال می‌کنند. دوم اینکه هر چه مقدار میدان به نقطه برخورد نزدیکتر باشد، طول مسیر کلاسیکی کوتاهتر می‌شود. بنابراین طولانی‌ترین دوره تورم و در نتیجه

بیشترین حجم جهان برای شرایط



شکل ۱: منحنی  $A \rightarrow B$  مسیر تغییرات کلاسیکی میدان‌ها را نشان می‌دهد که بخشی از یک پیضی است. منحنی توپر، مرز پایان تورم برای پتانسیل توانی است. مرز آغاز تورم برای سه مقدار مختلف  $n$  رسم شده است. تنها به ازای  $n < 2$  مرز آغاز و پایان یکدیگر را قطع می‌کنند.

اولیه خاص  $(\sigma_0, \varphi_0)$  رخ می‌دهد. اما برای  $n = 1, 2$  میدان  $\varphi$  تا بینهایت رشد می‌کند و دوره تورم بسیار طولانی می‌شود.

این حل‌ها جواب فیزیکی قابل قبولی نمی‌دهند. از ثابت بودن کمیت  $\frac{2}{n} \varphi^2 + \sigma^2$  در زمان‌های آغاز و پایان تورم، بدست می‌آوریم:

$$\varphi_0^2 + \frac{2}{n} \sigma_0^2 = \varphi_*^2 + \frac{2}{n} \sigma_*^2 \Rightarrow \varphi_*^2 = \frac{2}{n^2} (3\omega - 2) \left( \sigma_0^2 + \frac{n}{2} \varphi_0^2 \right) \left[ 1 + \frac{1}{n} (3\omega - 2) \right]^{-1}$$

اگر  $\varphi_0 \gg \sigma_0$  آن‌گاه میدان برانز-دیک در طول دوره تورمی رشد کرده و بنابراین جرم پلانک در پایان تورم بزرگتر از مقدار اولیه‌اش می‌شود. اما در مورد  $\sigma_0 \ll \varphi_0$  و در حد  $\omega \rightarrow \infty$  جرم پلانک ثابت باقی می‌ماند:  $\varphi_*^2 \approx \varphi_0^2$ . یعنی مقدار میدان نرده‌ای و در نتیجه ثابت گرانشی از آغاز تحول جهان تغییری نکرده است.

برای  $n = 3$  در صورتی که  $\lambda \approx 10^{-17}$ ، جرم پلانک در پایان تورم  $M_p^2 \approx 10^{19} GeV$  پیشگویی می‌شود، که با مقدار امروزه در توافق است. از پایان دوره تورمی تا به امروز، به علت تغییرات کم ثابت گرانشی با تقریب خوبی می‌توان از نسبیت عام استفاده کرد.

### نتیجه گیری

در اینجا دیدیم که مدل تورمی بر پایه نظریه گرانشی برانز-دیک، در حضور پتانسیل توانی برای  $n < 2$  می‌تواند توصیف کننده عامل انبساط فعلی جهان پس از عبور از یک مرحله تورمی باشد. از همه مهم‌تر تحلیل نظری این مدل نشان می‌دهد که ذره بنیادی هیگز می‌تواند بهترین کاندید عامل ایجاد تورم باشد. زیرا که پتانسیل توانی برای توان‌های بالاتر از  $n > 2$  پاسخی مناسب برای ایجاد تورم می‌دهد.

### مرجع‌ها

- [1] A. H. Guth; “Inflationary Universe: a Possible Solution to the Horizon and Flatness Problem”; *Phys. Rev. D* **23**, (1981) 347 .
- [2] A. D. Linde; “Particle Physics and Inflationary Cosmology”;(Harwood, Chur Switzerland, 1990).
- [3] I. Shapiro, W. B. Smith, M. D. Ash, R. P. Ingalls; *Phys. Rev. Lett. B* **112** (1989) 223.
- [4] R. H. Dicke; *AstroPhys.J*,**152**,1 (1968) .
- [5] C. Brans and R. H. Dicke; “Mach's Principle and a Relativistic Theory of Gravitation”; *Phys.Rev. 124* (1961).
- [6] D. La and P. J. Steinhardt ;“Extended Inflationary Cosmology”; *Phys. Rev. Lett* **62** (1989).
- [7] M. Susperregi; “Spectrum of Density Fluctuations in Brans-Dicke Chaotic Inflation”*Phys. Rev. D***55**(1997).
- [8] M. Susperregi; “Classification of Inflationary Potentials”; *Phys. Lett B***440**(1998).

## جداسازی ریخت‌شناسخنی ستاره از کهکشان در داده‌های SDSS DR7 با استفاده از شبکه‌های عصبی خودسازمان (SOM)

صاداقت‌کیش، آروین<sup>۱</sup>

<sup>۱</sup>موسسه‌ی سپهر اختر شیراز، شیراز، خیابان داریوش، مجتمع شهر، طبقه چهارم، پلاک ۶۴

### چکیده

با استفاده از شبکه‌های عصبی خودسازمان بر روی بخشی تصادفی از داده‌های SDSS DR7 راه حلی پیدا شد که ضمن این که دقیق تقریباً برابر (حدود ۱٪ خطأ) راه حل‌های دیگر دارد می‌تواند با کار بر داده‌های کمتری رده‌بندی و جداسازی انجام دهد. از همین رو به نظر می‌رسد به کار گرفتن آن در مواردی که توان پردازشی و پهنای باند اجازه‌ی کار با مجموعه‌ی بزرگی از داده‌ها را نمی‌دهد بر روش‌های دیگر برتری دارد.

### مقدمه

در اثر پیشرفت ابزارهای آشکارسازی داده‌های نجومی روز به روز افزوده می‌شوند به شکلی که امروزه برقی از پویش‌های بزرگ آسمان اجرامی از مرتبه‌ی یکصد میلیون را ثبت می‌کنند. یکی از اولین پردازش‌هایی که بر تصاویر گرفته شده صورت می‌گیرد تعیین نوع اجرامی است که ثبت شده‌اند. به دلیل اینکه ما در کهکشان مخصوصیم تصویر ستاره‌ها نیز در تمامی تصویر برداری‌ها ثبت می‌شود. از آن گذشته عوامل مزاحمی مانند نوافه‌های حاصل از خطای آشکارساز، خطای جوی، خطای ابزار نوری، عبور جسم نورانی و ... نیز در تصاویر دیده می‌شوند. به دلایل چندی از جمله بزرگی تعداد اجرام ثبت شده و اندازه‌ی زاویه‌ای نمی‌توان انتظار داشت متخصصان به روش دستی این جداسازی را انجام دهند. از سوی دیگر گونه‌گونی مشخصات تصاویر ثبت شده (شکل، نوارنیت و ...) تشخیص خودکار را بسیار دشوار می‌کند. همین امر مسئله‌ی جداسازی ستاره از کهکشان را به مسئله‌ی معمول در دنیای داده‌پردازی و پردازش تصویر نجومی بدل ساخته است. تا کنون تلاش‌های زیادی در این زمینه صورت گرفته است که به دلیل شرایط خاص این مسئله عموماً از تکنیک‌های هوش مصنوعی یا شبکه‌های عصبی بهره برده‌اند. کاربرد شبکه‌های عصبی مصنوعی در حل مسائلی از این دست بسیار معمول است چرا که آن‌ها رفتار مغز انسان را شبیه‌سازی می‌کنند. به هر روی اکنون دیگر روشی است که این مسئله راه حل مطلق ندارد فقط می‌توان کارآیی راه حل‌های مربوط به آن را بهبود بخشدید تا بتوانند سریع‌تر و موفق‌تر جداسازی را انجام دهند. از جمله این روش‌های پیشنهاد شده برای این گونه مسئله [۷] و [۸] است که یکی با استفاده از انحراف از تقارن محوری و دیگری با استفاده از منحنی دوبعدی پخش نور تشخیص می‌دهند که جرم مورد بررسی شان ستاره است یا کهکشان، هر چند این راه حل‌ها سریع هستند اما دقت‌شان در مقابل راه حل‌هایی مانند [۲] و [۳] که از تکنیک‌های هوش مصنوعی استفاده می‌کنند، کمتر است و اگر با خطاهای زیادی در تصویر مواجه شوند امکان جداسازی‌شان به شدت کاهش می‌یابد.

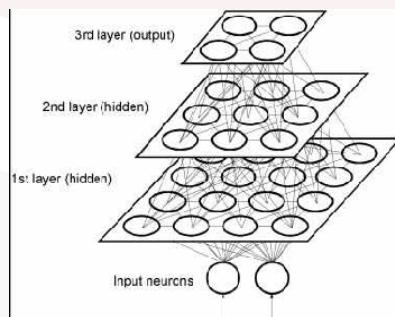
یکی از مهم‌ترین پویش‌های آسمان که در سال‌های اخیر به انجام رسیده و هنوز هم عملیات داده‌پردازی آن ادامه دارد Sloan Digital Sky Survey است. هر چند که تیم‌های فعال در این پژوهه و دیگر گروه‌های پژوهشی مدت‌ها است که به راه حل‌هایی برای جداسازی در داده‌های شان دست یافته‌اند اما همچنان از دو دیدگاه مسئله‌ی جداسازی در داده‌های SDSS مدنظر است؛ بهبود راه حل‌های قبلی، و آزمودن راه حل‌های جدید بر یکی از بزرگ‌ترین مجموعه‌های داده‌ی نجومی که تاکنون وجود داشته است.

## شبکه‌های عصبی SOM

SOM ها که از جمله شبکه‌های عصبی بی‌بازنگری هستند در اوخر دهه‌ی ۱۹۸۰ توسعه کوهن و همکارانش [۴] و [۵] و [۶] مطرح شدند (و تا اوایل قرن حاضر تکمیل گشتند). این شبکه‌های می‌توانند فضای داده‌ی ورودی را به بخش‌های جداگانه تقسیم کنند. آن‌ها فضای داده را به خوش‌هایی تقسیم می‌کنند و به هر یک از نرون‌ها یک بردار وزن نسبت می‌دهند که بی‌ابهام، الگوی ویژگی هر خوش را در فضای مختصات ورودی‌ها از بقیه جدا می‌سازد. پس از فاز یادگیری شبکه می‌تواند کاملاً فضای ورودی را طبقه‌بندی کند. در یک شبکه SOM از یک لایه نرون که در یک شبکه عصبی مستطیلی شکل آرایش شده‌اند تشکیل شده است. وقتی که الگوی  $x$  به چنین شبکه‌ی عصبی‌ای داده می‌شود هر یک از نرون‌ها ( $i$ ) ورودی را دریافت می‌کنند و فاصله‌ی  $d_i$  را میان بردار وزن  $W_i$  و  $x$  محاسبه می‌کند هر نرونی که این مقدار برایش حداقل باشد برنده است. پس از آن در مرحله‌ی انطباق اصلاح وزن از رابطه‌ی زیر صورت می‌گیرد:

$$w_i^{(t+1)} = w_j^{(t)} + \varepsilon^{(t)} h_{\sigma(t)}[d_{(j,k)}](x - w_j^{(t)}) \quad (1)$$

که در آن  $\varepsilon^{(t)}$  نرخ یادگیری است و  $d_{(j,k)}$  فاصله‌ی میان دو نرون  $j$  و  $k$  است و با زمان افزایش می‌یابد.



شکل ۱: شبکه‌ی عصبی خودسازمان چندلایه ML-SOM

## داده‌های مورد بررسی

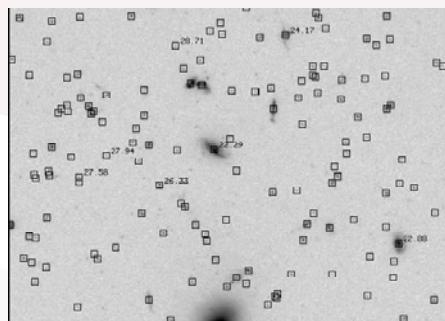
داده‌های مورد بررسی ما به تصادف از میان هفتمنی انتشار (SDSS DR7) انتخاب شده است. این انتشار از داده‌ها ۲۸۷ میلیون جرم تفکیک شده دارد. همان طور که مشخص است، علت این انتخاب محدودیت‌های پردازشی برای سنجیدن درستی روش بر روی همه‌ی داده‌های این پویش بزرگ بوده است. از آنجا که شبکه‌ی عصبی مورد بررسی ما با داده‌های کمتری نسبت به دیگر همتایانش کار‌جاداسازی را انجام می‌دهد این کم کردن تعداد نمونه‌ها به نسبت داده‌ی اصلی مشکلی ایجاد نمی‌کند. مشخصات دیگر این انتشار داده‌ها را می‌توان در جدول دید.

جدول ۱: مشخصات فوتومتریک داده‌ها [۹]

PSF width	1.4" median in $r$				
Pixel size	0.396"				
Exposure time for each pixel	53.9 s				
Photometric calibration	Regular CAS and DAS			Only Ubergal table in CAS	
	$r$	$u-g$	$g-r$	$r-i$	$i-z$
	2%	3%	2%	2%	3%
		$R$	$u-g$	$g-r$	$r-i$
		1%	2.2%	1.5%	1.5%
Astrometry	$< 0.1''$ Rms absolute per coordinate				

## روش کار

اجرام موجود در تصویر از پیش توسط الگوریتمی که در [۱] پیشنهاد داده شده علامت گذاری شده و ابعادشان اندازه‌گیری می‌شود. چون روشی که انتخاب شده یک روش ریخت‌شناسنخانی است بنابراین مهم‌ترین پارامترهای مورد بررسی ما «بیضوی بودن» (E) است (برای نمایش خروج از تقارن محوری در فضای دو بعدی) که باید پیش از آن مقدار تابع پهن شدگی نقاط تصویر به ازاء ابعاد هر جرم را از آن کم کرده باشیم. پس از این کلیه ورودی‌ها را مستقل از مقیاس ساخته (با کم کردن از میانه و تقسیم بر واریانس) و سپس به شبکه تزریق کردیم. جرم‌های شمارش شده در صفحات انتخاب شده به تصادف ۲۴۲۸ عدد است (بخش‌هایی در شکل ۲ قابل رویت است). پس از این شبکه‌ی عصبی به طور خودکار داده‌ها را به پنج دسته تقسیم می‌کند این پنج دسته را پس از بررسی مشخصاتشان می‌توان کهکشان، ستاره، نوافه (تصویر تخریب شده)، جرم ناشناخته و آسمان است. به دلیل این که با هدف مقاله‌ی حاضر تطبیقی نداشت از جدا کردن تغییرات تصویری دیگر مانند آنچه در پایگاه داده‌ی SDSS موجود است (۸ دسته‌ی مختلف) خودداری شد.



## مرجع‌ها

- [۱] N. M. Ball et. Al.; “*Galaxy Types in the Sloan Digital Sky Survey Using Supervised Artificial Neural Networks*”, MNRAS, (2003).
- [۲] P. Boineet et. Al. ; “*Automatic Classification using Self-Organising Neural Networks in Astrophysical Experiments*”;(2003).
- [۳] M. S. Miller and M. J. Coe.; “*Star/Galaxy Classification using Kohonen Self-Organizing Maps* ”, (1996) MNRAS, 279, 293-300.
- [۴] Kohonen T., “*Biological Cybernetic*”s, (1982) 43, 59.
- [۵] Kohonen T.; “*Self-organization and associative memory*”, (1988) 2nd edn. Springer-Verlag, Berlin
- [۶] Kohonen T., “*Self-Organizing Maps*”, (2001) 3rd extended edition, Springer Series in Information Sciences, Vol. 30, Springer, Berlin.
- [۷] Refregier, A. 2003, *MNRAS*, **338**, 35
- [۸] Refregier, A. & Bacon, D. 2003, *MNRAS*, **338**, 48
- [۹] SDSS Official WebSite: <http://www.SDSS.org/dr7/>

## نتایج یک شبیه سازی میدان مغناطیسی کهکشانی و فراکهکشانی و خاستگاه

### پرانرژی ترین ذرات کیهانی

داودی فر، پانته آ<sup>۱</sup>

<sup>۱</sup> مرکز تحقیقات نجوم و اختفیزیک مراجعه

#### چکیده

پرسشن از "منشاء پرانرژی ترین ذرات کیهانی"، پرسشی مهم است که می‌توان در مورد پاسخ آن بحث نمود، اگر درباره‌ی پارامترهای گوناگون همچوون ساختار و مرتبه‌ی بزرگی میدان‌های مغناطیسی کهکشانی و بین‌کهکشانی، میدان‌های بزرگ مقیاس خوش‌های کهکشانی و همچنین مدل‌های انتشار ذرات که برهم‌کنش‌های ذرات را با میدان‌ها و محیط‌های مختلف شامل می‌گردد دارای اطلاعاتی باشیم.

در مورد پرانرژی ترین ذرات کیهانی، برهم‌کنش‌های این ذرات با میدان‌های مغناطیسی سبب انحرافات کوچکی در مسیر آن‌ها نسبت به انتشار مستقیم الخط نور می‌گردد.

دانستن مرتبه‌ی بزرگی زوایای این انحرافات جزئی یکی از روش‌هایی است ما را در پاسخ به این سوال مهم یاری می‌کند.

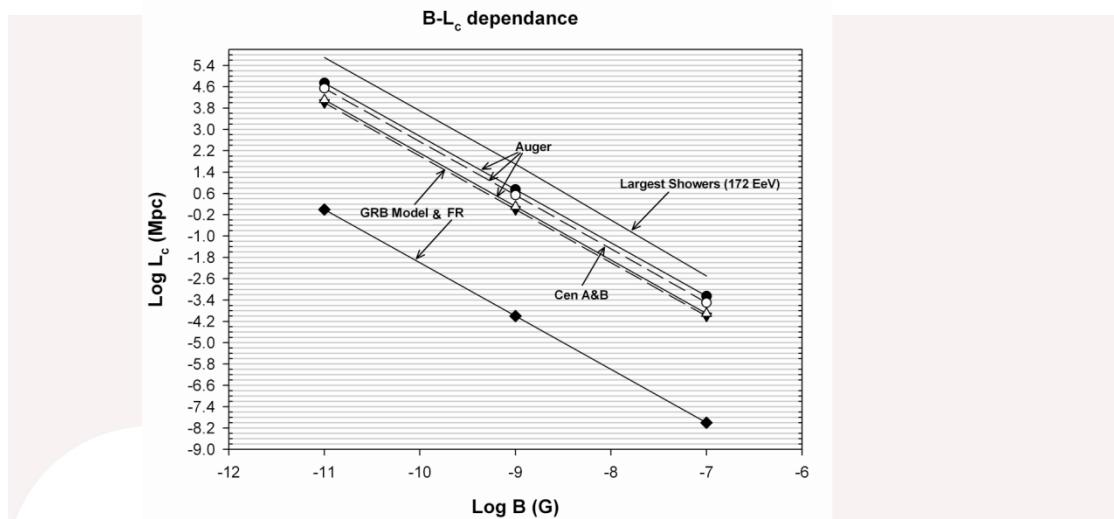
#### مقدمه

پس از مشاهده‌ی ۲۷ بهمن پرانرژی ( $E > 57 EeV$ ) چنین تصور می‌شد که جهات ورودی پرانرژی ترین ذرات کیهانی به جو زمین باجهات مربوط به هسته‌های فعال کهکشانی که در محدوده‌ی ۷۵۰ مگاپارسک یافت می‌گردد همخوانی شدیدی دارد [۱ و ۲]. اما این نتیجه در سال‌های اخیر موردناقاشات زیادی قرار گرفت [۳]؛ به عنوان مثال چنین پیشنهاد شده که این همخوانی برای هسته‌های FRI/II فعال کهکشانی دارای پرتوی ایکس سخت‌بهتر است [۴ و ۵] و ممکن است همخوانی حتی بهتری برای کهکشان‌های رادیویی باشد [۶]. در صورت پذیرش این فرض، که پرانرژی ترین ذرات کیهانی ناشی از هسته‌های فعال کهکشانی شناخته شده می‌باشد، در این فرض، مقدار پرکهکشانی و فراکهکشانی میدان مغناطیسی حدخواهیم گذاشت. این حدود وابسته به ترکیبی از بزرگی میدان مغناطیسی،  $B$ ، و مشخصه‌ی مقیاس تلاطم آن (یا طول همیستگی  $L_C$  می‌باشند که با معنی "تاخیر زمانی" گره خورده است. یک ذره‌ی نسبیتی ( $qe, E$ ) در میدان مغناطیسی  $B$  دارای شعاع چرخش  $\perp$  است که در آن  $B_{\perp}$  مولفه‌ی میدان مغناطیسی عمود بر ممتد ذره است. برای این ذره زاویه‌ی انحراف با  $d/r_g = d/r_g \theta(E, d)$  تعریف می‌شود که در آن  $d$  نشان دهنده‌ی فاصله از منبع است. اگر تاخیر زمانی بین انتشار مستقیم الخط نور خواهد بود. باجرای فرآیند رابا نشان دهیم این تاخیر زمانی برابر با  $c/\theta^2(E, d) = d \times \theta^2(E, d)$  نسبت به انتشار مستقیم الخط نور خواهد بود. باجرای فرآیند گام‌های تصادفی، در شرایطی که  $d$  قابل مقایسه با بزرگتر از طول برهم‌کنش برای فرآیندهای افت‌انرژی تصادفی ناشی از تولید فوتولایون یا فروپاشی نوری باشد؛ تاخیر زمانی متوسط عبارت خواهد بود از [۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱]:

$$\tau(E, d) \approx \frac{\theta^2(E, d).d}{4} \approx 1.5 \times 10^3 q^2 \left( \frac{E}{10^{20} eV} \right)^{-2} \left( \frac{d}{10 Mpc} \right)^2 \left( \frac{L_C}{1 Mpc} \right) \left( \frac{B}{10^{-9} G} \right)^2 yr \quad (1)$$

رابطه‌ی اخیر نشان می‌دهد که برای هر ذره‌ی پرانرژی پرتوهای کیهانی با دسته پارامترهای  $E$ ،  $d$ ،  $q$  و  $\tau$  یا پارامترهای بهمن ( $E, \theta, d$ )؛  $B^2 L_C$  ثابت بوده و رفتار انتشاری ذره را مشخص می‌کند (شکل ۲). به این ترتیب با مشخص نمودن میزان انحراف و تاخیر زمانی ذرات دارای انرژی‌های مختلف می‌توان اطلاعاتی درباره‌ی  $B^2 L_C$  با استفاده از رابطه‌ی

(۱) به دست آورد [۸]. با توجه به این نکته که به سبب انرژی قطع  $GZK$ ، پروتونها و سایر ذرات کیهانی نمی‌توانند از فواصلی دورتر از حدود  $10^0$  مگاپارسک به ما برسند [۱۲ و ۱۳] ذرات آشکار شده با چند درجه اختلاف جهت منبع خود را نشان می‌دهند. میزان این زاویه‌ی انحراف توسط گروههای مختلف با مقادیر متفاوتی گزارش شده است [۲، ۷، ۱۴] که در بحث حاضر در مورد منابع پرانرژی‌ترین ذرات کیهانی تاثیر شایان توجیهی خواهد داشت.



شکل ۲: بستگی میدان مغناطیسی فراکهکشانی به طول همبستگی برای: پرانرژی‌ترین بهمن مشاهده شده از اوژه  $172 \text{ EeV}$ ، بهمن‌های نسبت داده شده به (Fanaroff-Riley & Gamma Ray Burst) FR&GRB، و مدل‌های Cen A&B، GRB Model & FR. نشان می‌دهد چگونه روی پارامترهای میدان مغناطیسی حد گذاشته می‌شود.

## محاسبات

میدان‌های مغناطیسی کهکشانی، فراکهکشانی و خوشه‌های کهکشانی غالباً ساختاری متلاطم دارند [۱۵]. در نتیجه‌ی چنین ساختاری انتشار ذرات متمایل به انتشار پخشی است که حاصل آن تغییر کترهای جهات انتشار و افزایش شدید زمان رسیدن ذره تا یک نقطه‌ی خاص از منبع می‌باشد. با استفاده از یک شبیه‌سازی و مقایسه‌ی نتایج حاصل از آن با پارامترهای ۲۷ بهمن هوایی اوژه (ضمیمه الف در [۲]), مقادیر متوسطی برای  $B$  و  $L_c$  میدان مغناطیسی کهکشانی و فراکهکشانی محاسبه نمودیم [۷]. این شبیه‌سازی دارای دو مرحله می‌باشد.

در اولین مرحله چنین فرض می‌شود که انتشار در میدان مغناطیسی کهکشان رخ می‌دهد. به این منظور میدان مغناطیسی کهکشان مطابق با مدل ارائه شده توسط مدینا-تانکو و همکاران [۱۶] انتخاب شد. سپس تاخیر زمانی ذرات محاسبه‌گشته و مقادیر متوسط  $57.67 \pm 76$  years برای تاخیر زمانی و  $B^2 L_c = 3.5 \times 10^{-18} G^2 Mpc$  برای میدان مغناطیسی کهکشانی، در این مرحله محاسبه گردید. سپس جهت مشاهده‌ی اثر میدان مغناطیسی کهکشانی روی این مقدار متوسط، سه ذره با انرژی‌های ۵۹، ۷۰ و  $75 \text{ EeV}$  انتخاب نموده و تاخیر زمانی برای این ذرات محاسبه گردید. در این مرحله چنین نتیجه گرفتیم که اثر میدان مغناطیسی کهکشانی بر  $B^2 L_c$  با کاهش انرژی ذره افزایش می‌یابد و ماکریم این تاثیر حدود ۱۴% است که در مقایسه با  $B^2 L_c$  مشاهده شده ناچیز است (همچنین به [۱۷] رجوع شود).

در مرحله‌ی دوم، شبیه‌سازی خود را بدین ترتیب انجام دادیم که فرض شد جهات ذرات در میدان مغناطیسی کهکشانی جهات ورودی رخدادهای اوژه باشد بنابراین مسیر نوری برای ذرهای که مسافت  $D$  پارسک رادر میدان مغناطیسی متغیر دیسک

و هاله‌ی کهکشان خودی،  $B = B_0 \exp(-L/3000)$ ، می‌پیماید برابر با  $pc = 9000/\sin(b)$  است ( $L$ ) ارتفاع دیسک بر حسب کیلوپارسک است و میدان مغناطیسی با قاعده‌ی صورت نمایی با طول افتی برابر با  $3000\text{ Kpc}$  کاوش می‌یابد [۱۸]. در این تقریب با استفاده از شعاع چرخش  $R(pc) = 1.08E(\text{PeV})/B(\mu\text{G})$  برای یک ذره با انرژی  $E$  در میدان مغناطیسی  $B$  و برای مسیر نوری  $(b)$  مسیر واقعی پیموده شده توسط ذرات باردار مقدار:

$$D(pc) = \int_0^{9000} \frac{3.77 \times 10^{-2} E}{B_0 e^{\frac{-L}{3000}}} \sin^{-1} \left\{ \frac{B_0 e^{\frac{-L}{3000}} 9000}{2.16 E \sin(b)} \right\} dL \quad (2)$$

در نظر گرفته شده و تاخیر زمانی هر رخداد برابر با  $\tau = 3.26(D - x) \text{ years}$  محاسبه گردید.

## نتایج

توزیع تاخیر زمانی برای رخدادهای اوژه برای میدان‌های مغناطیسی  $B_0$  برابر با  $2, 7, 12$  و  $20\mu\text{G}$  محاسبه گردیده است که چنین نتیجه گرفته شد که در هردوی این حالات مقادیر متوسط به دست آمده برای تاخیر زمانی نسبت به کمینه‌ی تاخیرهای زمانی در میدان مغناطیسی فراکهکشانی (3500 years) ناچیز بوده [۷] ولذا در مقایسه با تاخیر زمانی‌های نوعی فراکهکشانی و خوش‌ای قابل صرف‌نظر کردن است. با داشتن تاخیر زمانی‌های هر رخداد و رابطه‌ی (۱) می‌توان مقدار  $L_C^2 B^2$  را برای هر رخداد محاسبه نمود که در آن میدان مغناطیسی موثر کهکشانی را با  $0.317 B_0$  تعریف می‌نماییم [۷]. با استفاده از این میدان مغناطیسی موثر، برای  $B_0$  مفروض توزیع  $L_C$  را محاسبه نمودیم. براساس توزیع  $L_C$  نتیجه گرفتیم که بهترین مقادیر  $B_0$  و  $L_C$  به ترتیب عبارتنداز:  $(5.25 + 3.25)\mu\text{G}$  و  $L_C = (445_{-105}^{+341})\text{ pc}$  (در توافق با [۱۹]). با تقسیم داده‌های اوژه به جهات مرکز و پادمرکز مشاهده شد که میدان مغناطیسی  $B_0$  در جهت مرکز بزرگ‌تر از مقدار آن در جهت پادمرکز است (مطابق با نتایج [۱۹]) و لذا انحراف در میدان مغناطیسی کهکشان بستگی به جهات ورودی ذرات داشته و ناحیه‌ی مشاهده‌ی یک رخداد با انرژی مشخص ممکن است جهت ورودی متفاوتی را برای رخداد دیگر با همان انرژی نشان دهد [۷].

در شکل ۲ نتایج همچنین برای بهمن‌های منتبه به  $Cen A$  و  $Cen B$  ترسیم شده است. همچنین  $L_C - B^2$  در حدود بالایی و پایینی آن برای مدل GRB و FR ترسیم شده‌اند همچنین نتایج برای بزرگ‌ترین بهمن اوژه نیز نشان داده شده است. با استفاده از قیود حاصله [۷] و رابطه‌ی (۱) مقدار  $G(10^{-8} - 10^{-9})$  برای میدان مغناطیسی فراکهکشانی و  $L_C$  بین ۰.۵۳ تا  $1 Mpc$  به دست می‌آید. برای حالتی که شامل میدان مغناطیسی خوش‌ای کهکشانی نیز می‌باشد پارامترهای اختیار شده در برنامه‌ی شبیه‌سازی ما عبارت بودند از بزرگی میدان مغناطیسی برای خوش‌ای و فضای میان کهکشانی، طول‌های همبستگی آن‌ها، فاصله‌ی منبع، بزرگی خوش‌ای، انرژی ذره و همچنین مولفه‌های باقاعدۀ و کتره‌ای در نواحی میدان مغناطیسی بین کهکشانی و خوش‌ای کهکشانی [۷]. بنابراین برای یک مجموعه از این داده‌ها و حالت مشابه  $B_{IGMF} = 0$ ، طول مسیرهای دیگری را برای ذرات نسبت به نور محاسبه نمودیم و در نتیجه تاخیرهای زمانی وابسته به آن‌ها نیز به دست آمد. تاخیر زمانی متوسط ناشی از این شبیه‌سازی در کهکشان، فراکهکشان و خوش‌ای کهکشانی به ترتیب حدود  $10^5$ ،  $10^5$  و  $10^7 \text{ years}$  یا بیشتر می‌پاید [۲۰] و آن‌ها منابعی پیوسته هستند می‌توان چنین نظر داد که هسته‌های فعال کهکشانی نیز حدود  $10^7 \text{ years}$  یا بیشتر می‌پاید که این نکته که توان هسته‌های فعال کهکشانی می‌توانند یکی از منابع احتمالی برای این ذرات باشند. با مشابه‌سازی بین رخدادهای اوژه یک تاخیر زمانی کهکشانی می‌توانند یکی از منابع احتمالی برای این ذرات باشند. با مشابه‌سازی بین رخدادهای اوژه یک تاخیر زمانی کوتاه حدود  $10^5 \text{ years}$  در ناحیه‌ی فراکهکشانی به دست آمد که یک منبع انفجاری را نشان می‌دهد. ترکیب این نتایج

در توافق با یک انفجار در یک منبع پیوسته است که در توافق با نتیجه‌ی فارر [۲۰] می‌باشد. ما چنین نتیجه‌ی گرفتیم که برای این که منابع هسته‌ی فعال کهکشانی بوده و یک همخوانی قوی داشته باشند، تاخیرزمانی ذرات کیهانی نسبت به انتشار راست خط نور باید بسیار کمتر از عمر منابع باشد. بنابراین اگر حد محتمل بالایی  $Myr\ 100$  را به عنوان طول عمر منابع در نظر بگیریم، به نظر می‌رسد که بزرگی میدان‌های مغناطیسی متلاطم بین کهکشانی حدود  $100nG$  خواهد بود (شکل ۵ منبع [۷]). در صورتی که چنین فرض کنیم که جهات وروودی بهمن‌های اوژه با هسته‌های فعال کهکشانی در فواصل کمتر از  $Mpc\ 70$  همخوانی دارند و یا حتی برای این که بخواهیم جهات وروودی با صفحه‌ی سوپرکهکشانی همخوانی داشته باشد، انحرافات زوایه‌ای باید کمتر یا بسیار کمتر از  $10^\circ$  باشند. در حالت اخیر بزرگی میدان مغناطیسی بین کهکشانی به زیر  $100nG$  و محتملاً زیر  $20nG$  محدود می‌شود (شکل ۶ منبع [۷]). برای خوش‌های کهکشانی نوعی با میدان مغناطیسی  $2\mu G$  که تا  $30\mu G$  در ناحیه‌ی مرکزی افزایش می‌یابد، در صورتی که فاصله‌ی منبع  $50Mpc$  فرض شده و انرژی ذره  $B_{IGMF} = 2nG\ 70EeV$  (با توجه به نتایج این شبیه‌سازی) در نظر گرفته شود نتایج شبیه‌سازی ما حاکی از این نکته است که چنین ذره‌ای ۹۹٪ از زمان تاخیر یافته‌ی انتشار خود ( $10^7 years$ )، از خوش‌های کهکشانی تا زمین، را در ناحیه‌ی  $Kpc\ 500$  از مرکز خوش می‌گذراند.

## مرجع‌ها

1. The Pierre Auger Collaboration, *Science*, **318**(5852):938 (2007)
2. The Pierre Auger Collaboration, *Astroparticle Physics*, **29**(3):188 (2008)
3. Hillas A. M., *Astroparticle Physics*, **32**(3-4):160 (2009)
4. George M. R., et al., Fabian A. C., Baumgartner W. H., Mushotzky R. F., and Tueller J., *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society: Letters*, **388**:L95 (2008)
5. George M. R., Fabian A. C., *The X-ray Universe Symposium 2008*, published online at ([http://xmm.esac.esa.int/external/xmm\\_science/workshops/2008symposium](http://xmm.esac.esa.int/external/xmm_science/workshops/2008symposium)), 172 (2008)
6. Nagar N. M., and Matulich J., *Astronomy and Astrophysics*, **488**(3):879 (2008)
7. Davoudifar P., Fatemi S. J., Clay R., and Whelan B., *Journal of Sciences, Islamic Republic of Iran*, **22** (1): 75 (2011)
8. Bhattacharjee P., *Physics Reports*, **327**:109 (2000)
9. Waxman E., and Coppi P., *The Astrophysical Journal*, **464**:L75 (1996)
10. Waxman E., and Miralda-Escude J., *The Astrophysical Journal*, **472**:L89 (1996)
11. Miralda-Escude J., and Waxman E., *The Astrophysical Journal*, **462**:L59 (1996)
12. Greisen K., *Physical Review Letters*, **16**(17): 748 (1966)
13. Zatsepin G. T., and Kuzmin V. A., *Journal of Experimental and Theoretical Physics Letters*, **4**: 78 (1966)
14. Sigl G., Miniati F., and Enßlin T. A., *Physical Review D*, **70**: 43007 (2004)
15. Sanders, R. H., *Astronomy and Astrophysics*, **140**: 52 (1984)
16. Medina-Tanco G. A., de Gouveia Dal Pino E. M., and Horvath J. E., *The Astrophysical Journal*, **492**: 200-(1998)
17. Kronberg P. P., *Reports on Progress in Physics*, **57**(4):325 (1994)
18. Stanev T., Seckel D., and Engel R., *Physical Review D*, **68**: 103004 (2003)
19. Strong A. W. Moskalenko I. V., & Reimer O., *The Astrophysical Journal*, **537**(2): 763 (2000)
20. Farrar G. R., *Proceedings of the 30th International Cosmic Ray Conference*, Editors: Caballero R., D'Olivo J. C., Medina-Tanco G., Nellen L., Sánchez F. A., Valdés-Galicia J. F., **2**: 161 (2008)

## بررسی اثر اختلاط فازی امواج آلفن در اسپیکولهای خورشیدی

الطاوی مهربانی، حامد<sup>۱</sup> عبادی، حسین<sup>۲</sup> صفری، حسین<sup>۳</sup>

<sup>۱,۳</sup>دانشگاه زنجان، دانشکده‌ی علوم، گروه فیزیک

<sup>۲</sup>دانشگاه تبریز، دانشکده‌ی فیزیک، گروه فیزیک نظری و اختر فیزیک

**چکیده:** اسپیکولها ساختارهایی در کروموسفر خورشیدیاند که در سراسر لبه و قرص خورشید به تعداد زیاد وجود دارند. این عوارض دارای نوساناتی هستند که در رصد های مرئی و طیف سنجی خورشید آشکار شده اند. تعبیرهای مختلفی از این نوع نوسانات انجام شده است که یکی از آنها، توضیح نوسانات بر اساس انتشار امواج آلفن می باشد. این امواج می توانند در راستای اسپیکولها منتشر شده و در اثر پدیده‌ی اختلاط فازی، اثری خود را به محیط تاجی اطراف بدنه و سبب گرمایش تاج شوند.

### مقدمه:

"اسپیکولها" عوارض سیخکی شکل و علف مانندی در اتمسفر پایین خورشید هستند که در خطوط طیفی کروموسفری در لبه خورشید مشاهده شده اند [۱]. این عوارض در سال ۱۸۷۷ توسط "سچی" کشف شده و در سال ۱۹۴۵ توسط "روبرتز" به این اسم نامگذاری شدند. حداقل دو نوع متمایز از اسپیکولها وجود دارند که آنها را با نام اسپیکولهای نوع ۱ و اسپیکولهای نوع ۲ می شناسیم [۲]. اسپیکولهای نوع ۱ عمدتاً در نواحی فعال خورشید فراوانترند اما در نواحی آرام و حفره های تاجی خورشید نیز قابل مشاهده اند و اسپیکولهای نوع ۲ بیشتر در نواحی نزدیک به حفره های تاجی قرار دارند. اسپیکولهای نوع ۱ بلندترند و دارای قطر بیشتری نسبت به اسپیکولهای نوع ۲ هستند.

**ویژگیهای فیزیکی اسپیکولها:** بطور متوسط اسپیکوها دارای قطری حدود ۷۰۰ الی ۲۵۰۰ کیلومتر، طول ۵۰۰ تا ۹۰۰۰ کیلومتر و دمای تقریباً مشابه با محیط کروموسفری اطرافشان هستند، یعنی ۱۵۰۰۰ تا ۱۷۰۰۰ کلوین. چگالی الکترونی زمینه، در ناحیه ای که اسپیکولها رویت شده اند مقدار بسیار پائین دارد ( $\sim 10^9 \text{ cm}^{-3}$ ). از اینرو اسپیکولها نسبت به محیط اطرافشان چگال تر اند ( $\sim 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ ).

**حرکات و طول عمر:** حرکات طولی و عرضی اسپیکولها و تغییر اندازه (طول) آنها توسط افراد زیادی مطالعه شده است. عقیده کلی بر این است که اسپیکولها با سرعتهای حدود ۲۰ الی ۲۵ کیلومتر بر ثانیه به طرف بالا صعود می کنند و تا ارتفاع ۹۰۰۰ - ۱۰۰۰۰ کیلومتری می رستند. سپس یا رقيق و محو می شوند و ماده را به ناحیه تاج وارد می کنند یا

اینکه با سرعتهای مشابه به طرف لایه های پائین تر باز می گردد. طول عمر نوعی اسپیکولهای کلاسیک ۵ الی ۱۵ دقیقه است اما برخی از آنها می توانند دارای طول عمر کمتر یا بیشتر از این نیز باشند.

**پدیده های نوسانی در اسپیکولهای نوسانات**: در اسپیکولهای نوسانات معمولی روشی را به عنوان جریانهای ماده که در راستای لوله های اند. [۳] و [۴] و [۵] با جمع بندی تحقیقات مختلف انجام گرفته در این زمینه، می توان نتیجه گرفت که بیشترین نوسانات مشاهده شده در دوره های تناوب ۳ تا ۷ دقیقه و ۵۰ تا ۱۱۰ ثانیه قرار دارند و این دو نوع نوسان باید توسط مکانیزمهای متفاوتی بوجود آمده باشند.

**تعییرهای ممکن از نوسانات در اسپیکولهای آلفن**: اگر اسپیکولهای آلفن را بعنوان جریانهای ماده که در راستای لوله های میدان مغناطیسی خارج می شوند مدلسازی کنیم می توانیم امواج عرضی کینک (کینک مد ها) را بعنوان عامل ایجاد نوسان در اسپیکولهای آلفن در نظر بگیریم. از طرفی، اگر اسپیکولهای آلفن را بعنوان جریانهای ماده که در راستای لوله های نباشند، امواج آلفن سبب ایجاد نوسانات رصد شده خواهند بود [۶].

**مدل آلفن برای نوسانات در اسپیکولهای آلفن**: در سال ۲۰۰۷ میلادی، دی پونتیه و همکارانش پیشنهاد کردند که جابجایی عرضی محور اسپیکولهای آلفن را می توان بوسیله انتشار امواج آلفن برانگیخته شده توسط حرکات گرانولی یا الگوهای نوسانی کلی خورشید، توضیح داد [۷]. طبق نظر آنان اسپیکولهای آلفن با دامنه سرعت دارای توزیع گاوسی حول  $\pm ۲۰$  کیلومتر بر ثانیه و دوره تناوب ۱۵۰ تا ۳۵۰ ثانیه می باشند.

**روش اختلاط فازی**: در یک پلاسمما که دارای ناهمگنی هایی در راستای عمود بر میدان مغناطیسی باشد، یک موج آلفن برآمده با جبهه ای موج تخت اولیه، ضمن انتشار در محیط به موجی با جبهه ای موج خمیده تبدیل می شود. زیرا موج آلفن با سرعتهای موضعی مختلف حرکت می کند. تفاوت در سرعتهای امواج مجاور سبب ایجاد اثری می شود که به اختلاط فازی معروف است و توسط هیورتز و پریست در سال ۱۹۸۳ ارائه شده است [۸].

### اختلاط فازی امواج آلفن در اسپیکولهای خورشید:

مدلی که برای اسپیکولهای آلفن در نظر می گیریم به این صورت است که ناحیه ای با پهنای ۲ مگامتر، از ارتفاع ۲ مگامتری تا ۱۰ مگامتری سطح خورشید را بعنوان ناحیه ای که اسپیکولهای آلفن را در آن بصورت جداگانه مشاهده می شوند در نظر می گیریم. این ناحیه بالای ناحیه گذار قرار دارد و می توان در تقریب اول، چنین محیطی را همدمرا در نظر گرفت. فرض می کنیم در ابتدا هیچ جریان زمینه ای وجود نداشته باشد. میدان مغناطیسی در این ناحیه در راستای عمود بر سطح

یکنواخت است اما در راستای موازی سطح دارای وابستگی مکانی است. همچنین در این ناحیه چگالی نسبت به محیط تاجی اطراف بالاتر است و اثر میدان گرانشی خورشید سبب می شود ارتفاع مقیاس در این ناحیه، کمتر از طول اسپیکولهای باشد. لذا لازم است اثر لایه بندی چگالی در راستای محور اسپیکولهای را در محاسبات وارد کنیم. این دو فرض اخیر، بر اساس سازوکارهای مختلفی هستند که اخیرا در مورد نحوه ی شکل گیری و تحول اسپیکولهای مطرح شده اند. (۹)

**معادلات مغناطوهیدرودینامیک:** معادلات اساسی مغناطوهیدرودینامیک حاکم بر مسئله عبارتند از (۱۰):

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad (1)$$

$$\rho \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \rho (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\nabla p + \frac{1}{\mu} ((\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}) + \rho \mathbf{g} + \mathbf{F}_{vis} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \eta \nabla^2 \mathbf{B} \quad (3)$$

با اعمال اختلالات مرتبه اول در پارامترهای چگالی، فشار و میدان مغناطیسی، و در حد غیر تراکمی، با ترکیب معادلات حرکت، پیوستگی و القای مغناطیسی، به معادلات توصیف کننده ی مسئله ی مورد نظر می رسمیم که عبارتند از:

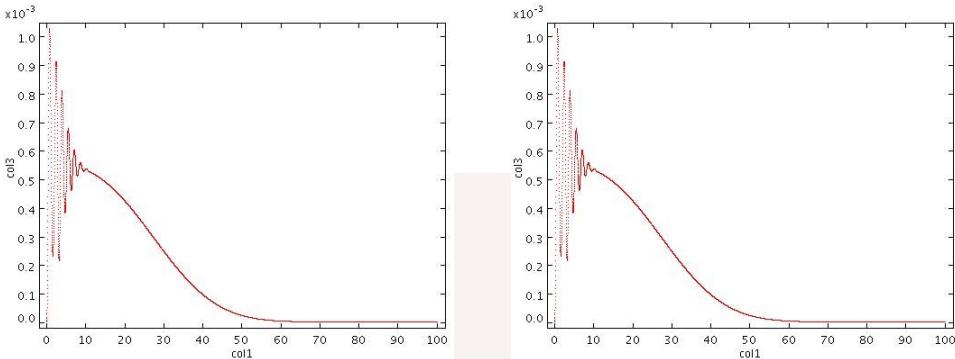
$$\frac{\partial \mathbf{b}}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{v}_A}{\partial z} + \eta \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \mathbf{b} \quad (4)$$

$$\frac{\partial^2 \mathbf{v}}{\partial z^2} = \mathbf{v}_A^2(x, z) \frac{\partial^2 \mathbf{v}}{\partial z^2} + (\mathbf{u} + \eta) \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} \quad (5)$$

در اینجا اثر لایه بندی چگالی در سرعت آلفن وارد می شود و وابستگی  $\mathbf{Z}$  برای آن ایجاد می کند.

### نتیجه گیری:

معادلات ۴ و ۵ توصیف کننده ی رفتار امواج آلفن در اسپیکولهای خورشیدی هستند که با استفاده از کد آتنا حل شده و نتایج زیر حاصل شده است. شکل ۱ تغییرات انرژی جنبشی و مغناطیسی را بر حسب زمان نشان می دهد که با گذر زمان میرا شده اند.



شکل ۱: تغییرات انرژی مغناطیسی (چپ) و انرژی جنبشی (راست) در شرایط اسپیکولهای خورشیدی نمایش داده شده است.

اثرات ویسکوزیته و مقاومت اهمی در اسپیکولها بسیار ناچیز است. (در حدود  $10^{-9}$ ) ولی با این وجود انرژی اسپیکولها که غالباً انرژی جنبشی است با گذر زمان میرا شده اند که ناشی از اختلاط فازی است. از آنجائی که اسپیکولها همیشه بر روی خورشید وجود دارند و سهم انتقال انرژی توسط آنها قابل توجه است، لذا نتایج مطالعه‌ی حاضر نشان می‌دهد که اختلاط فازی می‌تواند به عنوان مکانیزمی اساسی در گرمایش تاج خورشیدی به شمار رود. البته شایان ذکر است که نتیجه گیری نهائی بسته به تطابق نتایج ثوری با نتایج رصدی خواهد بود.

## مرجع‌ها:

- [۱] Beckers J. M., 1972, ARA&A, 10, 73.
- [۲] De Pontieu B. *et al.*, 2007, PASJ, 595, 655.
- [۳] Nikolsky G. M. *et al.*, 1967, Sov. Astron., 10, 744.
- [۴] Gadzhiev, T. G. *et al.*, 1982, Sov. Astron. Lett. 8, 341.
- [۵] Zaqrashvili, T. V. *et al.*, 2007, A&A, 747, 627.
- [۶] Zaqrashvili, T. V. *et al.*, 2009, SSRv, 149, 385.
- [۷] De Pontieu, B. *et al.*, 2007, Sci, 318, 157.
- [۸] Heyvaerts, J. *et al.*, 1983, A&A, 117, 220.
- [۹] Murawaski, K. *et al.*, 2010, A&A, 519, 8.
- [۱۰] Aschwanden, M. J., 2005, *Physics of the Solar Corona*, Springer, Berlin.

## آنسامبل آماری سیاه چاله شوارتزلید

مسرورباب اناری، راضیه<sup>۱</sup> غفارنژاد، حسین<sup>۲</sup>

دانشگاه سمنان-دانشکده علوم پایه-گروه فیزیک

صندوق پستی: ۳۵۱۹۵-۳۶۳

**چکیده:**

با کمک آنسامبل آماری سیاهچاله های شوارتزلید نشان می دهیم که این آنسامبلها، سیاهچاله هارا با دمای غیر صفر نشان می دهند که میین دمای هاوکینگ است. گرچه یک متريک شوارتزلید حل خلا معادله اینشتین است اما معلوم می شود که در متريک ميانگين آنسامبل آماری، جواب حل خلا نیست بلکه چشميه مربوط دارای چگالي غیر صفر است.

**مقدمه:**

مطالعات اخیر نشان می دهد که کاربرد فیزیک آماری در نظریه گرانشی نسبیت عام مباحث جالبی را در حوزه فیزیک نظری پیشگویی می کند. یک روش واقع بینانه برای بسیاری از مسائل کیهان‌شناسی یا نجومی خواستار یک رفتار آماری از گرانش است، و این اثرب مقابل بین فیزیک آماری و گرانش به طور طبیعی با گرانش کوانتم و نظریه ریسمان به واسطه ترمودینامیک سیاه چاله ارتباط دارد. با این فرض در این مقاله جزئیات تجزیه و تحلیل آنسامبل آماری سیاهچاله های شوارتزلید را از نظر مکانیک آماری کلاسیک مورد تحلیل قرار می دهیم.

### تعیین متريک

به عنوان نمونه مآنسامبل آماری سیاهچاله های شوارتزلید، هم ارزکه دارای یک پارامتر مشترک  $\alpha$  است را برای توصیف آماری یک سیاهچاله شوارتزلید به جرم  $M$  با دقت معین قابل اندازه گیری، در مختصات کر-شیلد بررسی میکنیم. آنسامبل آماری را به عنوان یک عنصر در فضازمان در نظر می گیریم به طوری که  $\omega \in \Omega$  باشد.  $\Omega$  کره ای به شعاع  $a$  میباشد که در این رابطه صدق میکند:

$$\Omega = \{\omega \in \mathbb{R}^3; \omega^2 \leq a^2\} \quad (1)$$

هر عنصر از آنسامبل با متريک عمومی  $g(\omega)$  اين گونه تعريف ميشود:

$$ds_{\omega}^2 = dt^2 - dr^2 - \frac{2M}{|r-\omega|} \left[ dt^2 - \frac{2dt}{|r-\omega|} dr \cdot (r-\omega) + \frac{1}{(r-\omega)^2} (dr \cdot (r-\omega))^2 \right] \quad (2)$$

احتمال اندازه گیری شده روی  $\Omega$  با چگالي  $P(\omega)$  تعريف ميشود و اين چگالي يکنواخت فرض می شود. بطوری که داشته باشيم:  $V_a = \frac{4}{3}\pi a^3$ ،  $P(\omega) = \frac{1}{V_a}$ . فضازمان ميانگين آماری متناظر با اين آنسامبل هارا با متريک  $\bar{g} = g(\omega)$  نشان ميدهيم که اين برآكت ها نشان دهنده ميانگين آماری روی  $\Omega$  است. ما اين مسئله را برای  $a > r$  تا مرتبه دونسيت به  $\frac{1}{r}$  محاسبه می کنيم.

<sup>1</sup> raziyemasroor@yahoo.com

<sup>2</sup> hghafarnejad@yahoo.com

$$\text{حال بسط } \frac{1}{|r-a|} = \frac{1}{\sqrt{r^2 + a^2 - 2ra}} \text{ را تا مرتبه دو نسبت به } \frac{a}{r} \text{ به دست می آوریم. سپس این بسط ها در معادله}$$

(۲) قرار میدهیم و میانگین گیری را برای کره ای به شعاع  $a$  انجام میدهیم. به دلیل تقارن، میانگین توانهای فرد  $\omega$  صفر میشود. بنابراین متريک متوسط چنین میشود:

$$\begin{aligned} <ds^2> = & \left(1 - \frac{2M}{r}\right) dt^2 - \left(\frac{2M}{r} - \frac{6a^2 M}{5r^2}\right) \left(\frac{r}{a}, dr\right)^2 - \left(1 + \frac{2a^2 M}{5r^2}\right) dr^2 + \left[-\frac{3M}{2r} - \frac{3Mr}{2a^2} + \right. \\ & \left. \frac{3M}{4a^2 r^2} (a^2 - r^2)^2 \ln\left(\frac{r+a}{r-a}\right)\right] \frac{r}{a} \cdot d\theta^2 \end{aligned} \quad (3)$$

سپس این متريک را با یک مجموعه مختصات جدید  $(t, \rho, \theta, \phi)$  به متريک متقارن کروی و ساکن تبدیل می کنیم.

بنابراین متريک در سیستم مختصات جدید این چنین می شود:

$$\begin{aligned} <ds^2> = & F(\rho) dt^2 - G(\rho) d\rho^2 - \rho^2 d\theta^2 \quad (4) \\ F(\rho) = & 1 - \frac{2M}{r} \\ G(\rho) = & \frac{-2a^2 M - 5r^2}{64a^6(2M-r)(Ma^2-5r^2)^2} [4(64a^8M(2M-r) + 90a^4M^2r^4 + 45a^2M^2r^6 \\ & + a^6(-275M^2r^2 + 80r^4)) - 180aM^2r(a^2 - r^2)^2(a^2 + r^2) \ln\left(\frac{r+a}{r-a}\right) \\ & + 45M^2(a^2 - r^2)^4 \ln\left(\frac{r+a}{r-a}\right)^2] \end{aligned}$$

در عبارت بالا مختصات شعاعی  $r$  یک تابعی از  $\rho$  می باشد که با رابطه  $d\rho^2 = r \sqrt{1 + \frac{2a^2 M}{5r^2}}$  تعیین می شود و زاویه فضایی اقلیدسی می باشد. سپس ما در ادامه، با استفاده از این متريک میانگین، تکینگی، تانسور انرژی تکانه، جرم، ظرفیت گرمایی و دمایک همان تابش هاوکینگ است را به دست می اوریم.

### تکینگی مولفه های متريک در مختصات شوارتزشيلد و كرشيلد

محل  $r=0$  تکینگی ذاتی متريک کرشيلد می باشد اما چون متريک (۱) را فقط برای  $a$  به دست آوردیم بنابراین در مرور ده  $r=0$  صحبت نمی کنیم. حالا تکینگی در مختصات شوارتزشيلد [معادله (۴)] بررسی میکنیم. در نقطه

$$r_H = 2M \quad \text{و} \quad \rho_0 = M \left(\frac{a^2}{5}\right)^{1/3} \quad \text{تکینگی داریم. (که } \frac{a}{M} \text{ در نظر گرفتیم). بنابراین } \rho_H \text{ و } \rho_0 \text{ میشود:}$$

$$\rho_H = 2M \sqrt{1 + \frac{a^2}{20}} \quad ; \quad \rho_0 = \sqrt{3} M \left(\frac{a^2}{5}\right)^{\frac{1}{3}} \quad (5)$$

$\rho = \rho_H$  یک افق کیلینگ است. اگر  $r_H = 2M > a$  باشد آنگاه تکینگی در  $\rho = \rho_H$  وجود دارد (چون متريک برای  $r > a$  در نظر گرفتیم). همچنان تکینگی در  $\rho = \rho_0$  وجود دارد اگر  $M/5 > a, r_0 > a$  باشد. وقتی  $a=0$  است،  $\rho = 2M$  می شود. در این صورت افق فضازمان شوارتزشيلد میانگین با افق غیر میانگین برابر می شود.

### تانسور انرژی تکانه میانگین

تانسور انرژی-تکانه برای  $r < a$  این چنین میشود:

$$8\pi\bar{T}_0^0 = g \approx -\frac{6a^2M^2}{5\rho^6}; \quad ; \quad 8\pi\bar{T}_1^1 = -P_1 \approx -\frac{6a^2M^2}{5\rho^6}; \\ 8\pi\bar{T}_2^2 = -P_2 \approx \frac{12a^2M^2}{5\rho^6}; \quad ; \quad 8\pi\bar{T}_3^3 = -P_3 \approx \frac{12a^2M^2}{5\rho^6} \quad (6)$$

بنابراین با این روش آماری، فضازمان خلا با یک تانسور انرژی تکانه غیر صفر نشان داده می شود. این تانسور توصیف میکند که چگونه این میانگین گیری می تواند برروی درجه آزادی میدان گرانشی شوارتزشلد به عنوان یک ماده غیرعادی که به عنوان منبع موثر میدان است، مشاهده شود. این ماده آشکار با یک چگالی انرژی منفی و یک تانسور فشار ناهمسانگرد مشخص است. همچنین شرایط انرژی (شرط انرژی ضعیف، قوی و انرژی غالب) توسط تانسور انرژی تکانه متوسط نقض می شود. مقدار انحنای اسکالر متوسط فضازمان  $R = -\frac{12a^2M^2}{5\rho^6}$  می شود. بنابراین فضازمان را با یک انحنای اسکالر منفی نشان می دهد.

### جرم دانه های میکروسکوپی پایدار

معادله (4) را حول  $\frac{a}{r}$  اولین مرتبه بسط می دهیم:

$$\langle ds^2 \rangle = F(\rho)dt^2 - \frac{1}{F(\rho)}d\rho^2 - \rho^2d\Gamma^2 \quad (7)$$

که  $F(\rho) = 1 - \frac{2M}{\rho} - \frac{2a^2M^2}{5\rho^4}$  است. این نشان می دهد که فضازمان مجانب وار تخت است بنابراین جرم کل

کراندار است. از طرفی متريک عمومی مجانبی تخت در سیستم مختصات  $(t, R)$  چنین است:

$$ds^2 = \left[ 1 - \frac{2\mu}{R} + \frac{2\mu^2}{R^2} + 0\left(\frac{\mu^3}{R^3}\right) \right] dt^2 - \left[ 1 + \frac{2\mu}{R} + \frac{3\mu^2}{R^2} \right] dR^2 + 0\left(\frac{\mu^3}{R^3}\right) d\tau dR^1 \\ + dR^1 dR^1 \quad (8)$$

که با تغییر متغیر  $\rho = R(1 + \frac{M}{2R})^2$  در معادله (7) و با مقایسه معادله (8) نتیجه میگیریم که  $\mu M = \rho$  است، یعنی جرم آنسامبل سیاهچاله های شوارتزشلد میانگین با جرم سیاهچاله تنها برابر است.

### دمای سیاه چاله

دمای سیاهچاله متريک متوسط با بسط  $\rho$  در مختصات متريک شوارتزشلد در نزديک افق به دست می آيد. بنابراین معادله (4) می شود:

$$\langle ds^2 \rangle = (\rho - \rho_H)F(\rho_H)dt^2 - \frac{1}{(\rho - \rho_H)F(\rho_H)}d\rho^2 - \rho^2d\Gamma^2 \quad (9)$$

که  $(\rho) = \frac{1}{G(\rho)}P$  می باشد. حال برای اينکه بتوانیم دما را به دست آوریم متريک را به متريک اقلیدسی ریندلر تبدیل

میکنیم. پس زمان را موهومی یعنی  $t = \Psi$  در نظرمی گیریم و با استفاده از تغییر متغیر

این متريک می رسیم:

$$\langle ds^2 \rangle = - \left[ U^2 d\left(\frac{\Psi}{\sqrt{F(\rho_H)P(\rho_H)}}\right)^2 + dU^2 \right] - \rho^2(U)d\Gamma^2 \quad (10)$$

بنابراین دمای سیاهچاله میانگین  $T = \frac{1}{4\pi} \sqrt{F(\rho_H)P(\rho_H)}$  میشود. پس برای  $x=1$  می شود:

$$T(x, M) = \frac{1}{8\pi M} \left(1 + \frac{x^2}{20}\right) \quad (11)$$

مقدار  $T(0, M)$  نشان دهنده این است که این دما با دمای هاوکینگ ( $M\pi/8$ ) مطابقت دارد. پس میانگین گیری روی آنسامبلی از سیاه چاله منجر به اصلاح کوچکی به دمای آنها می گردد.

### ظرفیت گرمایی

ظرفیت گرمایی با رابطه  $L_x = \left(\frac{\delta M}{\delta T}\right)_x$  به دست می آید. بنابراین با بسط آن تا مرتبه دوم به این رابطه می رسیم:

$$L_x \approx -8\pi M^2 \left(1 - \frac{x^2}{20}\right) \quad (12)$$

بنابراین وقتی  $x=0$  است به ظرفیت گرمایی سیاهچاله شوارتزشیلد میرسیم:

$$L_{x|x=0} = -\frac{1}{8\pi T} \quad (13)$$

رابطه فوق نشان می دهد که میانگین گیری آنسامبل سیاهچاله ها منجر به افزایش دمای سیاه چاله و در نتیجه موجب کاهش ظرفیت گرمایی می گردد. منفی بودن ظرفیت گرمایی نیز نشان می دهد که سیاهچاله در تعادل گرمایی به سر نمی برد و با محیط اطراف خود در اندر کنش گرمایی است که خود مفهوم فیزیکی تابش گرمایی هاوکینگ سیاهچاله هاست.

### نتیجه

ما با استفاده از روش میانگین، دما که همان تابش هاوکینگ است را به دست آوردیم. همچنین با به دست آوردن تانسور انرژی تکانه غیر صفر نشان دادیم که متريک میانگین آنسامبل آماری جواب حل خلا نیست. و نشان دادیم که جرم کل فضازمان با میانگین گیری تغییر نمی کند.

### مرجع ها

- 1.C.Chevalier,F.Debbasch,M.Bustamanete,Physica A 376 (2007)293-307
- 2.C.chevalier,F.Debbasch,C.R.Physique 7 (2006) 343-349
- 3.F.Debbash,Y.ollivier,Astron.Astrophys.433 (2)(2005) 397-404

## گرانش کوانتومی بوهمی در سیاه چاله های شوارتزشیلد

غفارنژاد، حسین<sup>۱</sup>؛ احمدنژاد، رضیه سادات<sup>۲</sup>

دانشگاه سمنان، دانشکده علوم پایه، گروه فیزیک صندوق پستی ۳۶۳-۳۵۱۹۵

### چکیده

ما رهی افت بوهمی نظریه کوانتومی سیاه چاله های متقارن کروی شوارتزشیلد گونه را بررسی می کنیم، مطابق با نظریه هامیلتون-ژراکوبی مسیر یک پرتو نور گونه را بررسی نموده و پدیده تابش گرمایی هاوکینگ را از دیدگاه نظریه دوبروی - بوهم استنتاج می کنیم. بررسی ها نشان می دهند که تونل زنی ذرات از سطح افق به نواحی دوردست ها فقط برای حالت زمینه ویژه تابع موج شعاعی که از نوع دوم هنکل می باشد ممکن می گردد.

### مقدمه

ساختار کانونیک نسبیت عام ابتدا توسط دیراک [۱] بیان وسیپس توسط آرنوویت، دیزر و میستر توسعه داده شد. در این فرمول بندی دینامیک میدان گرانشی به عنوان یک سیستم کاملاً مقید بیان می شود. برای کوانتیزه بودن گرانش، قیود به عنوان محدود کننده های عملگر حالت استفاده می شوند و قید هامیلتونی منجر به معادله ی ویلر-دویت می شود [۱]. گرانش کوانتومی کانونیک براساس رهیافت ویلر-دویت از نظر ریاضی و مفهومی دشوار است. از جمله این دشواریها، نداشتن تصویر دینامیکی از معادله، مشکل زمان و دشواری تفسیر تابع موج مطرح شده است. برای غلبه بر برخی از این گونه مشکلات مثل مشکل زمان، افراد زیادی تقریب ونتزل-کرامرز-بریلنون را برای کیهان شناسی کوانتومی به کار برند [۲]. اما این تقریب نمی توانست پاسخگوی تمام ابهامات باشد. در مقایسه، رهیافت دبروی-بوهم توانسته است برای بسیاری از ابهامات پاسخ مناسبی بیان کند. در رهیافت دبروی-بوهم با معرفی یک مسیر شبکه کلاسیکی (مسیر کلاسیکی) به همراه افت و خیز های آماری) از طریق فاکتور فاز در معادله موج، می توانیم برآوردهای کمی از اثرهای کوانتومی نزدیک افق ها ایجاد کرده و یک اقتباس طبیعی از تصویر نیمه کلاسیکی نظریه کوانتومی داشته باشیم بدون آنکه لازم باشد یک ناظر بیرون از افق فرض کنیم و یا مجبور شویم که با مشکل اضمحلال تابع موج روبرو شویم [۳و۴]. در ارتباط با مشکل مفهوم زمان که در آن تحول زمانی در معادله ویلر-دویت وجود ندارد، در نظریه گرانش کوانتومی بوهمی می توان پارامتر زمان را به شکل مفهوم کلاسیکی در نظر گرفت. ما نیز در این مقاله با پیروی از رهیافت بوهم از گرانش کوانتومی پدیده تابش گرمایی هاوکینگ از سیاه چال شوارتزشیلد را بررسی خواهیم کرد.

### مدل کانونیک

متريک عمومی سیاه چاله های متقارن کروی به اين صورت داده می شود:

$$ds^2 = -u(r)dt^2 + \frac{\alpha(r)^2}{u(r)}dr^2 + r^2 d\Omega^2 \quad (1)$$

<sup>۱</sup> آدرس الکترونیکی : hghafarnejad@yahoo.com

<sup>۲</sup> آدرس الکترونیکی : Rs\_ahmadnezhad@yahoo.com

یک جواب متقارن کروی از معادله‌ی اینشتین در غیاب تانسور انرژی-تکانه ماده، به عنوان متريک شوارتزشيلد شناخته شده است. بطوری که در معادله (۱) داریم:

$$\alpha = 1, \quad u(r) = 1 - \frac{2Gm}{r} \quad (2)$$

ما در اینجا توجه خود را به ناحیه‌ی داخل افق معطوف می‌کنیم. ناحیه‌ای که در آن مختصه شعاعی مکانی نقش مختصه زمانی را ایفا می‌کند. مختصه ای را به صورت  $T$  مشخص می‌کنیم. در متريک (۱) متغير  $U$  و  $V$  را که فقط به  $T$  بستگی دارند به اين صورت معرفی می‌کنیم:

$$ds^2 = -\frac{\alpha(T)^2}{u(r)} dT^2 + U(T) dR^2 + V(T) d\Omega^2 \quad (3)$$

با استفاده از متريک معادله (۳) معادله‌ی کنش اينشتین به کنش ابرسطح آرنوويت-ديزرميسنر تبدیل می‌شود. با استفاده از لاغرانژي سیستم گرانشی که در این کنش تعریف می‌شود می‌توانیم قید هامیلتونین را به دست آوریم؛ که در نمایش عملگری همان معادله‌ی ویلر-دویت را بدست می‌دهد. با انجام يکسری عملیات ریاضی می‌توان ویژه تابع معادله‌ی ویلر-دویت یا معادله‌ی ویژه مقداری جرم را به دست آورد. این تابع، یک معادله موج است که به صورت ترکیب خطی از توابع هنکل نوع اول و دوم توصیف می‌شود بطوری که داریم:

$$\psi = y^{p-s} z^{q+s} [c_1 H_{p-q}^{(1)}(z) + c_2 H_{p-q}^{(2)}(z)] \quad (4)$$

در قسمت بعدی با کمک تابع موج بدست آمده (۴) رهیافت دوبروی-بوهم سیاه چال را مورد ارزیابی قرار می‌دهیم.

### رهیافت دوبروی-بوهم

اگر ما رهیافت دوبروی-بوهم را بر تابع موج (۴) اعمال کنیم؛ آنگاه تابع موج به دو قسمت خالص حقیقی و موهومی تجزیه می‌شود. بطوری که می‌توان آنرا چنین نوشت.

$$\psi(z_+, z_-) = R(z_+, z_-) \exp(iS(z_+, z_-)/\hbar) \quad (5)$$

در اینجا دامنه  $R$  و فاز  $S$  هر دو توابعی حقیقی هستند. با کمک تعریف (۵) معادله‌ی ویلر-دویت به معادله هامیلتون-ژاکوبی و معادله‌ی پیوستگی تابع احتمال منجر می‌شود که بترتیب چنین داده می‌شوند:

$$\frac{\gamma G}{v_+} \frac{\partial S}{\partial z_+} \frac{\partial S}{\partial z_-} + \frac{v_+}{\gamma G} + Q = 0 \quad (6)$$

$$\left( \frac{\partial}{\partial z_+} - \frac{q}{z_+} \right) \left( R^* \frac{\partial S}{\partial z_-} \right) + \left( \frac{\partial}{\partial z_-} - \frac{s}{z_- - r_g} \right) \left( R^* \frac{\partial S}{\partial z_+} \right) = 0 \quad (7)$$

در معادله‌ی هامیلتون-ژاکوبی (۶) عبارت  $Q$ ، پتانسیل کوانتمی است که بر حسب مشتق مرتبه دوم دامنه موج  $R$  تعریف می‌شود. همانطور که تابع موج (۴) نشان می‌دهد، آن به صورت ترکیب خطی از توابع هنکل نوع ۱ و ۲ به دست آمده است. در اینجا باشد از تابع هنکل نوع ۱ صرف نظر کنیم و در بررسی و تحلیل دوبروی-بوهم سیاه چال تنها از هنکل نوع دوم در تابع موج (۴) استفاده کنیم که متناظر با امواج دور شونده از منبع هستند. بطوری که باید داشته باشیم

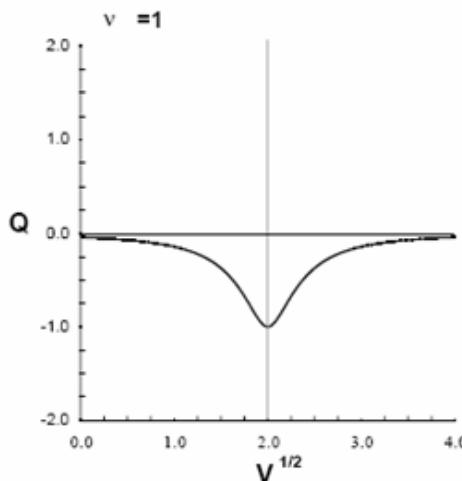
$$\psi = y^{p-s} z^{q+s} c_1 H_{p-q}^{(1)}(z) \quad (8)$$

در تابش هاوکینگ سیاه چال، امواج گرمایی از نزدیک افق به نواحی دوردست ها نسبت به افق گسیل می شوند. بنابراین چنانچه خواهیم دید نگرش به پتانسیل کوانتومی دررهیافت دوبروی-بوهم از گرانش کوانتومی تاییدی بر تابش هاوکینگ خواهد شد.

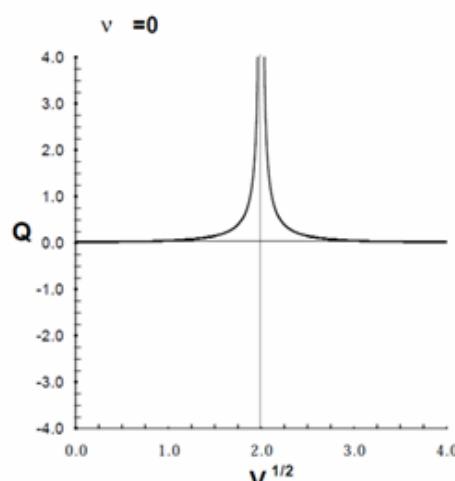
با در نظر گرفتن تابع موج (۸)، برای پتانسیل کوانتومی  $Q$  معادله ای بر حسب تابع هنکل به دست می آید. این معادله نشان می دهد که  $Q$  برای نواحی بسیار دورتر از افق به صفر نزدیک می شود ولی برای نواحی نزدیک افق داریم:

$$Q \approx \begin{cases} \frac{\pi^{\frac{1}{2}} v_0}{\lambda G} Z^{\frac{1}{2}} (\ln Z)^{\frac{1}{2}} & \text{برای } v = 0 \\ -\frac{v_0}{2G} & \text{برای } v = 1 \end{cases} \quad (9)$$

با رسم نمودارهای مربوط به  $Q$  در ناحیه افق، می بینیم که برای  $v = 0$  و  $v = 1$  نتایج کاملاً متفاوتی ظاهر می شود (شکل ۱-الف و ۱-ب). همانطور که مشاهده می شود برای  $v = 0$  مقدار  $Q$  مثبت بوده و به صورت سد پتانسیل می باشد. در حالی که برای  $v = 1$  پتانسیل کوانتومی  $Q$  در نواحی نزدیک به افق مقداری منفی را اختیار کرده و به صورت یک چاه پتانسیل در آمده است.



شکل ۱-ب



شکل ۱-الف

شاید بهتر باشد که تحلیل موضوع را برای مسیر شبه کلاسیکی دوبروی-بوهم یک پرتو هندسی نور گونه مورد ارزیابی قرار دهیم. شرایط نور گونه برای متریک سیاه چاله‌ی شوارتزشیلد به این صورت داده می شود:

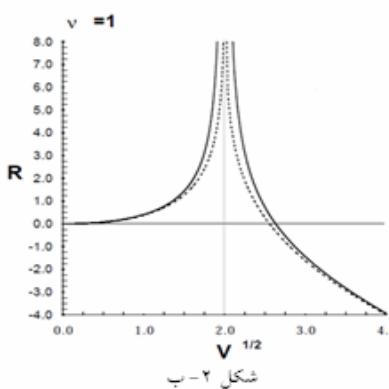
$$\frac{dR}{dT} = \pm \frac{1}{U} \quad \text{با} \quad U = \frac{r_g}{V^{1/2}} - 1 \quad (10)$$

با انتگرال گیری از فرمول (۱۰) می توانیم  $R$  را برای نواحی نزدیک افق چنین بدست آوریم:

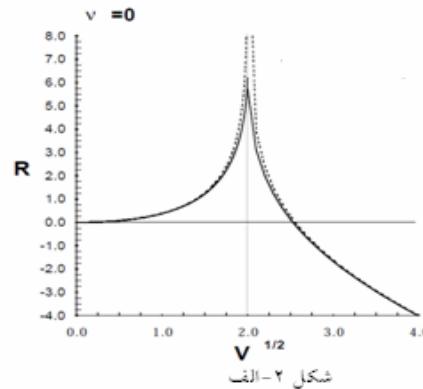
$$R - R_0 \approx \begin{cases} \mp \frac{v_0}{\pi G \hbar} (V - r_g) (\ln |V_{1/2} - r_g|)^{\frac{1}{2}} & \text{برای } v = 0 \\ \mp \frac{G^{\frac{1}{2}} \hbar m}{4 \pi v_0} \frac{1}{V^{1/2} - r_g} & \text{برای } v = 1 \end{cases} \quad (11)$$

طبق شکل‌های ۲-الف و ۲-ب می بینیم که تغییرات دامنه موج احتمال  $R$  ذره چنان است که برای حالت  $v = 0$  ذره می تواند از افق عبور کند در حالی که برای حالت  $v = 1$  این امکان وجود ندارد. در هر صورت می توان این طور

نتیجه گرفت که برای سیاه چاله شوارتزشیلد، از دیدگاه گرانش کوانتومی دوبروی-بوهم، در حالت  $v = 1$  امکان تشعشع هاوکینگ وجود ندارد اما برای حالت زمینه  $v = 0$  امکان گسیل تابش گرمایی هاوکینگ به نواحی دور دست از سیاه چال امکان دارد. این نگرش دوبروی-بوهم شاید بتواند راه کاری متفاوت از نظریه های گرانش کوانتومی کanonیکی ویلر-دویت و یا حتی نظریه گرانش کوانتومی حلقه ای اشتکار، باشد که بدون مواجه با مشکلات بنیادی هر یک از آنها همچون مسئله زمان، بتوان در نگرش دوبروی-بوهم، کوانتش فضا زمان به توسط انتخاب حالات مجاز و یا غیر مجاز عبور ذره از افق رویداد سیاه چال استنتاج شود. چنانکه در نمونه فوق الذکر دیدیم که برای حالت زمینه  $v = 0$  امکان گسیل ذره یا پرتو نور به نواحی دور از افق ممکن بود در حالی که برای حالت برانگیخته اول  $v = 1$  این امکان فراهم نمی شود. در هر صورت تحلیل و بررسی نگرش دوبروی-بوهم از گرانش کوانتومی برای ارائه یک نظریه کامل گرانش کوانتومی مستقل از متريک های خاص مستلزم تحقیقات جدی تر می باشد که خود می تواند موضوع کارهای بعدی علاقمندان باشد.



شکل ۲-ب



شکل ۲-الف

در شکل های ۲-الف و ۲-ب منحنی خط پر تصحیحات کوانتومی دامنه موج توسط پتانسیل کوانتومی  $Q$  است و منحنی خط-چین رفتار کلاسیکی (در غیاب پتانسیل کوانتومی) آن را برحسب متغیر  $V$  یعنی مولفه زمان-زمان متريک نشان می دهد. تنها در حضور تصحیحات  $Q$  و در حالت زمینه  $v = 0$  از توابع هنکل نوع دوم امکان تونل زنی کوانتومی ذره به نواحی دور از افق (تابش گرمایی هاوکینگ سیاه چال) ممکن می گردد.

## مراجع

1. B. S. DeWitt, *Phys. Rev.* **160**, 1113 (1967).
2. K. Nakamura, S. Konno, Y. Oshiro, A. Tomimatsu, *Prog. Theor. Phys.* **90**, 861 (1993).
3. D. Bohm, *Phys. Rev.* **85**, 166, 180 (1952).
4. M. Kenmoku, H. Kubotani, E. Takasugi, Y. Yamazaki, *Phys Rev D* **57**, (1997).

## بررسی انرژی تاریک به کمک تصحیحات هندسی ابعاد اضافی

زیدی، زینب<sup>۱</sup>، احمدی، فاطمه<sup>۲</sup> و خداقلی زاده، جعفر<sup>۳</sup>

<sup>۱</sup>دانشجوی کارشناسی ارشد دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران.

<sup>۲</sup>استادیار دانشگاه تربیت دبیر شهید رجایی، تهران.

<sup>۳</sup>دانشجوی دکتری دانشگاه تربیت مدرس، تهران.

### چکیده

در این مقاله، قصد داریم با استفاده از نظریه جهان-شامه ای یک توضیح هندسی برای انرژی تاریک و شتاب عالم ارایه دهیم. برای این منظور از معادله اینیشن در پنچ بعد و تصویر کردن آن بر روی شامه آغاز کرده و با استخراج معادله فریدمن روی شامه جملات حاصل از تصحیحات هندسی را بدست می آوریم. از آنجایی که مشتق کواریانت این جملات صفر است، میتوان به آنها یک تانسور انرژی-تکانه نسبت داد و به این ترتیب تفسیری برای انرژی تاریک و شتاب عالم پیدا نمود.

### مقدمه

پس از کشف شتاب و انبساط عالم توسط هابل، اینیشن به اشتباه خود در اضافه کردن ثابت کیهان شناسی به معادلاتش برای رسیدن به یک جهان ایستا پی برد و ثابت کیهان شناسی را بزرگترین اشتباه خود دانست و آن را کنار گذاشت. به دنبال این اکتشاف، گروهی از رصدگران به اندازه گیری فاصله ابرنواخترانی که متعلق به ۹ میلیارد سال پیش بودند، برآمدند. آنها با اندازه گیری شدت نور و همچنین بررسی تغییرات طول موج و انتقال به سرخ آنها مشاهده کردند که فاصله این ابرنواختران دور دست، دور تراز آن است که مدل‌های کیهانی انتظار داردواینگونه به انبساط عالم و شتاب تند شونده آن پی بردند. در اینجا بود که بهت کیهان‌شناسان آغاز شد که چگونه شتاب انبساط عالم تند شونده شده است؟ آنها معتقد بودند که با نوعی انرژی یا ماده سرو کار داریم که خاصیت ضد جاذبه ای دارد و در مقابل نیروی گرانش قرار گرفته است و آن را انرژی تاریک نامیدند. در حل مساله انرژی تاریک دیدگاه‌های مختلفی وجود دارد که ما در این مقاله به بررسی انرژی تاریک از دیدگاه نظریه جهان شامه ای میپردازیم [۱].

براساس این مدل ذرات مدل استاندارد روی یک ابرسطح که شامه (brane) نامیده میشود غوطه ور و محلودند و این شامه در فضایی با ابعاد بالاتر که توده (bulk) نامیده میشود، قرار دارد. طبق این نظریه تنها گرانش میتواند در توده انتشار یابد. جهان ما هم ممکن است چنین شامه ای باشد که در فضایی با ابعاد بالاتر قرار دارد.

ما در اینجا قصد داریم به کمک این نظریه نشان دهیم انرژی تاریک میتواند منشا هندسی داشته باشد که نتیجه اثرات ابعاد بالاتر روی جهان ئبعده ما یا همان شامه میباشد. ابتدا معادلات اینیشن در توده را روی شامه تصویر میکنیم و از آنجا معادلات تعییم یافته فریدمن را استخراج نموده و به بررسی شتاب عالم میپردازیم [۲].

### معادلات میدان

همانطور که ذکر شد از معادلات اینیشن در توده آغاز میکنیم. فرض میکنیم که شامه ما  $\mathbb{E}$  بعدی است و در توده ای  $\mathbb{B}$  بعدی قرار دارد. معادله اینیشن در توده عبارت است از:

$$\mathbf{G}_{AB} = \mathbf{K}_S^2 \mathbf{T}_{AB}$$

حال اگر بخواهیم این معادله را بر روی شامه تصویر کنیم نیازمند استفاده از فیزیک غوطه ورسازی و معادلات گاووس-کدازی هستیم در فیزیک غوطه ور سازی داریم:

$$Y_A^A N^B g_{AB} = 0 \quad , \quad Y_A^A Y_B^B g_{AB} = g_{ij} \quad ; \quad N^A N^B g_{AB} = \epsilon$$

$$g^{ij} Y_A^A Y_B^B = g^{AB} - \epsilon N^A N^B \quad ; \quad Y_A^A N_B^B g_{AB} = -K_{ij}$$

معادلات گاوس-کدازی نیز عبارتند از:

$$R_{ijkl} = -2\epsilon K_{ik} K_{lj} + R_{ABCD} Y_A^A Y_j^B Y_k^C Y_l^D$$

$$2K_{ijkl} = R_{ABCD} Y_A^A N^B Y_j^C Y_k^D$$

که در اینجا حروف لاتین کوچک معرف شامه میباشد و از ۱ تا ۴ تغییر میکند و حروف لاتین بزرگ معرف توده و از ۱ تا ۵ تغییر میکند. با فشرده کردن تانسور ریمان، تانسور ریچی و اسکالر ریچی حاصل میشود و به راحتی میتوان تانسور اینیشن بعدی را بدین صورت بدست آورد:

$$G_{ij} = G_{AB} Y_A^A Y_B^B - \epsilon K K_{ij} + \epsilon K_i^l K_{lj} - \epsilon R_{ABCD} Y_A^B Y_j^D N^A N^C + \frac{\epsilon}{2} g_{ij} (K^2 - K_{kl} K^{kl})$$

$$+ \epsilon g_{ij} R_{AB} N^A N^B$$

حال سعی میکنیم کمیتهایی که به فضا و هندسه ۵ بعدی ما مربوط هستند را با کمیتهای ۴ بعدی جایگزین کنیم. برای این منظور از رابطه زیر استفاده میکنیم:

$$R_{ABCD} = G_{ABCD} + \frac{1}{3} (G_{AC} R_{BD} + g_{BD} R_{AC} - g_{AD} R_{CB} - g_{BC} R_{AD}) - \frac{R}{12} (g_{AD} g_{CB} - g_{AC} g_{DB})$$

پس جمله چهارم به این ترتیب محاسبه میشود:

$$\epsilon R_{ABCD} Y_A^B Y_j^D N^A N^C = \epsilon E_{ij} + \frac{1}{3} [R_{BD} Y_A^B Y_j^d + \epsilon g_{ij} R_{AC} N^A N^C] - \frac{1}{12} R g_{ij} \quad (1)$$

از طرفی با استفاده از تانسور اینیشن در پنج بعد و فشرده کردن آن بدست می آوریم:

$$R = -\frac{2}{n-2} K_b^2 T^{\text{bulk}} \quad (2) \quad , \quad R_{AB} = K_b^2 \left( T_{AB}^{\text{bulk}} - \frac{g_{AB}}{n-2} T^{\text{bulk}} \right) \quad (3)$$

با استفاده از سه معادله حاصل شده معادله اینیشن را باز نویسی میکنیم [۳]:

$$G_{ij} = K_b^2 \left( \frac{2}{3} \right) \left[ T_{AB} Y_A^A Y_B^B + \epsilon T_{AB} N^A N^B g_{ij} - \frac{1}{4} T g_{ij} \right] - \epsilon K K_{ij} + \epsilon K_i^l - K_{ij} - \epsilon E_{ij}$$

$$+ \frac{\epsilon}{2} g_{ij} (K^2 - K_{kl} K^{kl}) \quad (4)$$

در توده تانسور انرژی-تکانه بدین صورت است:

$$T_{AB} = \Lambda_B g_{AB} + T_{AB}^{\text{brane}}$$

: [۴]

$$T_{AB} = \delta_A^\mu \delta_B^\nu T_{\mu\nu} \frac{\delta(y)}{\varphi} \quad , \quad T_{\mu\nu} = \sigma g_{\mu\nu} + T_{\mu\nu}$$

اگر این عبارات را در معادله (۴) جایگذاری کنیم خواهیم داشت:

$$R_{ij} - \frac{1}{2} R g_{ij} + \Lambda g_{ij} = -K_4^2 T_{ij}^m + Q_{ij} \quad (5)$$

**Q<sub>ij</sub>** در اینجا تصحیح هندسی و برابر است با :

$$Q_{ij} = g^{mn} K_{im} K_{jn} - h K_{ij} - \frac{1}{2} (K^2 - h^2) g_{ij}$$

و **A** عبارت است از [۵]:

$$\Lambda = \sigma + \frac{1}{2} K_b^2 A_b$$

با استفاده از معادلات گاووس-کدازی میتوان برآحتی نشان داد:

$$\nabla_i Q_{ij} = 0$$

این عبارت بیانگر پایستگی تصحیح هندسی میباشد، بنابراین هیچ انتقال انحرافی بین این تصحیح و ماده معمولی وجود ندارد. نتیجه مهمی که از این مفهوم حاصل میشود بیانگر این است که اگراین تصحیح بالانحرافی تاریک در ارتباط باشد بنابراین، انحرافی تاریک نیز پایسته خواهد بود و این با مشاهدات رصدی ما سازگار است. اکنون با استفاده از متريک فریدمن- رابرتسون- واکرومادله کدازی به محاسبه این تصحیح هندسی میپردازیم، از معادله کدازی داریم:

$$K_{aa,c} - K_{ad} r_{ac}^d = K_{aa,a} - K_{cd} r_{aa}^d \quad (6)$$

$$K_{aa,0} - K_{aa} \frac{a''}{a} = -aa''(\delta_a^1 \delta_b^1 + f^2 \delta_a^2 \delta_b^2 + f^2 \sin^2 \theta \delta_a^3 \delta_b^3) K_{00} \quad (7)$$

از معادله (۶) میتوان نتیجه گرفت که:

$$K_{11} = b(0)$$

واز معادله (۷) بدست می آوریم:

$$K_{00} = -\frac{1}{a''} \frac{d}{dt} \left( \frac{h}{a} \right), \quad K_{ab} = \frac{h}{a^2} g_{ab}$$

اگر **H** و **B** را به صورت زیر تعریف کنیم خواهیم داشت:

$$B = \frac{b''}{b}, \quad H = \frac{a''}{a}, \quad Q_{ab} = \frac{b^2}{a^4} \left( 2 \frac{B}{H} - 1 \right) g_{ab}, \quad Q_{00} = -3 \frac{b^2}{a^4}$$

با جایگذاری **Q** های حاصل شده در معادله (۵) به معادله فریدمن تعمیم یافته که به دلیل حضور انحنای خارجی تغییر کرده است، می رسیم:

$$(a^o)^2 + K = \frac{8\pi G}{3} \rho a^2 + \frac{\Lambda}{3} a^2 + \frac{b^2}{a^2} \quad (8)$$

میبینیم که ترم اصلاح شده در معادله فریدمن دقیقاً مولفه‌ای از انحنای عرضی و ناشی از هندسه ابعاد بالاتر می‌باشد. از آنجایی که مشتق کواریانت  $Q$  صفر است میتوانیم یک تansور انرژی-تکانه مربوط به سیال کامل را به آن نسبت دهیم:

$$\tau_{ab} = -\frac{b^2}{8\pi Ga^4} \left( 2\frac{B}{H} - 1 \right) g_{ab}, \quad \tau_{00} = \frac{3}{8\pi Ga^4} \frac{b^2}{a^2} \quad (9)$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$R_b = -\frac{b^2}{8\pi Ga^4} \left( 2\frac{B}{H} - 1 \right) g_{ab}, \quad \rho_b = \frac{3}{8\pi Ga^4} \frac{b^2}{a^2} \quad (10)$$

از محاسبه  $Q$  و جایگذاری  $\rho$  در آن بدست می‌آوریم:

$$Q = g^{ij} Q_{ij} = -8\pi G (3\rho_b - p_b) = \frac{6b^2 B}{a^4 H} \quad (11)$$

با فرض معادله حالت ذیل واستفاده از رابطه (10) بدست می‌آوریم:

$$R_b = (\gamma_b(t) - 1)\rho, \quad \frac{b^o}{b} = \frac{1}{2} (4 - 3\gamma_b(t)) \frac{a^o}{a} \quad (12)$$

رابطه بدست آمده برای  $b(t)$  مشابه با رابطه مربوط به ماده  $X$  یکی از کاندیدهای پدیدار شناسی برای انرژی تاریک می‌باشد. اگر در این معادله  $\gamma_b$  را ثابت فرض کنیم، این معادله به راحتی قابل حل می‌باشد:

$$b(t) = b_0 a(t)^{\frac{1}{2}(4-3\gamma_b)}$$

با قرار دادن این رابطه در معادله فریدمن تعمیم یافته (8) میتوان

پارامتر مقیاس کیهان  $a(t)$  و پارامتر کاهنده را محاسبه نمود:

$$q = -\frac{\ddot{a}}{a^2} = (3\gamma_b - 2) \frac{\Omega_b}{2} + \frac{\Omega_m}{2}$$

برای رسیدن به مشاهدات رصدی کنونی  $\gamma_b$  رابه صورت مقابل برآورد کرده اند:

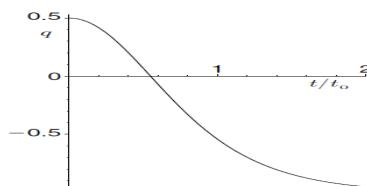
$$\gamma_b < 0.52$$

با قراردادن  $b(t)$  در معادله (۱۱)، چگالی انرژی تاریک بدین صورت حاصل خواهد شد:

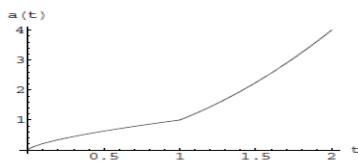
$$p_b = \frac{3b_0}{8\pi G} a^{-3\gamma_b}$$

پس دیدیم که درنهایت توانستیم با استفاده از این دیدگاه به انرژی تاریک و شتاب تند شونده کیهان دست پیدا کنیم.<sup>[۳]</sup>

در انتها میتوان تحول کیهان بر حسب پارامتر مقیاس  $a(t)$  و شتاب تند شونده آن را به ترتیب با دو نمودار (۱) و (۲) نشان داد.<sup>[۳]</sup>:



نمودار(۲): شتاب عالم بر حسب  $q$



نمودار(۱): تحول عالم بر حسب  $a(t)$

### نتیجه گیری

در این مقاله با تصویر کردن معادلات اینیشن پنج بعدی برروی شامه، به تصحیحات هندسی در معادلات فریدمن تعیین یافته دست پیدا کردیم. از آنجایی که توانستیم به این تصحیحات تانسور انرژی تکانه ای نسبت دهیم، انرژی تاریک و شتاب عالم را تفسیر نماییم.

### مرجع ها

1. Joshua A. Frieman, Michael S. Turner, Dragan Huterer ; (2008) ; (astro-ph/0803.0982v1).
2. M. D. Maia, E. M. Monte, J. M. F. Maia; (2002); (arXiv:gr-qc/0208223v1)
3. M.Heydari-fard,M.Shirazi,S.Jalalzadeh and H.R.Sepangi; (2007); (arXiv:gr-qc/0607067v3).
4. J. Ponce de Leon; (2002); (arXiv:gr-qc/0207001v3).
5. M. D. Maia; (2004); (arXiv:gr-qc/0401032v2)

## تابع توزیع تعمیم یافته تله پاول در فضای فاز گسترش یافته

طلالی مطلق، سعید<sup>۱</sup> طاعتمی، فاطمه<sup>۱</sup> احمدی، کامران<sup>۱</sup>

<sup>۱</sup>پژوهشگاه مواد و انرژی - مشکین دشت-کرج

### چکیده

رفتار ذره‌ای بدام افتاده در تله پاول را در فضای فاز گسترش یافته مورد مطالعه قرار داده‌ایم. برای این این منظور تابع توزیع تعمیم یافته در فضای فاز گسترش یافته را برای ذره‌ای که در این پتانسیل به دام افتاده است را بدست اورده ایم. نتایج ما نشان می‌دهد قسمت حقیقی تابع توزیع تعمیم یافته چنین ذره‌ای شامل مقادیر منفی برای حالت پایه و حالت همداوس می‌شود که این بیانگر رفتار کوانتومی چنین ذره‌ای است.

### مقدمه

به دام انداختن ذرات مساله‌ای است که برای بررسی و مطالعه رفتار کوانتومی ذرات چه بصورت نظری و چه بصورت تجربی مورد علاقه فیزیکدانان است. در واقع برای بررسی رفتار کوانتومی یک تک ذره ابتدا بایست چنین ذره‌ای در یک تله به دام انداخته شود. یکی از راه کارهای به دام انداختن ذرات، تله پاول است [1-3].

### تله پاول

پتانسیل وابسته به زمان که برای به دام انداختن یک ذره در تله پاول مورد استفاده قرار می‌گیرد به شکل یک پتانسیل درجه دو برای هر سه مختصه دکارتی در تمامی لحظات است. معادله حرکت سه بعدی ذره به دام افتاده قابل جدا شدن به سه معادله یک بعدی نوسانگ هماهنگ با بسامد وابسته به زمان است. هامیلتونی چنین ذره‌ای را می‌توان به صورت زیر نوشت [1-3].

$$H = \frac{1}{2} p^2 + \frac{1}{2} w^2(t) q^2 \quad (1)$$

که  $q$  و  $p$  اپراتورهای موقعیت و تکانه هستند که به شکل بدون بعد انتخاب شده‌اند.  $w(t)$  بسامد وابسطه به زمان است که به شکل زیر بددست می‌شود.

$$w^2(t) = a + 2b \cos(2t) \quad (2)$$

که  $a$  و  $b$  توسط پارامترهای تله مشخص می‌شوند. ویژه تابع این هامیلتونی با انتخاب عملگرهای آشنای بالابند و پایین آورنده به شکل زیر بددست می‌آیند.

$$\hat{A}(t) = \frac{i}{2} [e(t)p - \mathcal{E}(t)q], \quad \hat{A}^\dagger(t) = \frac{-i}{2} [e^*(t)p - \mathcal{E}^*(t)q] \quad (3)$$

که  $e(t)$  تابع مختلطی است که در معادله ماتیو  $e(t) = \mathcal{E}(t) + w^2(t)e(t)$  صدق می‌کند.

برای شکل عمومی تابع موج در فضای موقعیت خواهیم داشت [3]

$$y_n(q,t) = \frac{1}{\sqrt[4]{p}} \frac{1}{\sqrt{e(t)}} \frac{1}{\sqrt{2^n n!}} \left[ \frac{e^*(t)}{e(t)} \right]^{n/2} H_n \left[ \frac{q}{|e(t)|} \right] \exp \left[ \frac{i}{2} \frac{\mathcal{E}(t)}{e(t)} q^2 \right] \quad (4)$$

ونیز تابع موج فضای تکانه را به شکل زیر بددست آوردیم

$$f_n(p,t) = \frac{1}{\sqrt[4]{p}} \frac{1}{\sqrt{\mathcal{E}(t)}} \frac{1}{\sqrt{2^n n!}} \left[ \frac{\mathcal{E}(t)}{\mathcal{E}(t)} \right]^{n/2} H_n \left[ \frac{p}{|\mathcal{E}(t)|} \right] \exp \left[ -\frac{i}{2} \frac{e(t)}{\mathcal{E}(t)} p^2 \right] \quad (5)$$

که  $H_n$  چندجمله‌ای هرمت مرتبه  $n$  است.

## دینامیک در فضای فاز

یک لاغرانژی گسترش یافته به شکل زیر تعریف می‌کنیم:

$$L(q, \dot{q}, p, \dot{p}) = -\dot{q}\dot{p} - q\ddot{p} + L^q(q, \dot{q}) + L^p(p, \dot{p}) \quad (6)$$

که  $\dot{q} = \frac{dp}{dt}$  و  $\dot{p} = \frac{dq}{dt}$  است.  $L^q$  لاغرانژی از فضای موقعیت و  $L^p$  لاغرانژی از فضای تکانه است. می‌توان تکانه-

های گسترش یافته را به شکل  $p_p = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} = \frac{\partial L^q}{\partial \dot{q}} - q$  و  $p_q = \frac{\partial L}{\partial \dot{p}} = \frac{\partial L^q}{\partial \dot{p}} - p$  تعریف کرد. با تکیه بر این

تعریف‌ها می‌توان هامیلتونی گسترش یافته‌ی زیر را داشت:

$$H(q, p_q, p, p_p) = H(q, p + p_q) - H(q + p_p, p) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} \left[ \frac{\partial^n H}{\partial p^n} p_q^n - \frac{\partial^n H}{\partial q^n} p_p^n \right] \quad (7)$$

می‌توان این هامیلتونی را با انتخاب  $[q, p_p] = [p, p_q] = [q, p] = [p_q, p_p] = 0$  و  $[q, p_q] = [p, p_p] = i$  که انتیزه کرد [4]. معادله شرودینگرگونه به صورت  $i \frac{\partial C}{\partial t} = H(q, p_q, p, p_p) C$  ویژه تابع این معادله است. می‌توان تبدیلات کانوئیک در فضای فاز گسترش یافته را با انتخاب  $C = p_q + g p_p$ ،  $Q = q + g p_q$ ،  $P = p + g p_p$  داشته باشیم.

ویژه تابع هامیلتونی تبدیل شده به صورت زیر خواهد بود [4]:

$$c_g(q, p, t) = \int_{-\infty}^{\infty} \langle q - gt | \hat{r} | q + (1-g)t \rangle e^{ip_t} dt \quad (8)$$

که  $\hat{r} = |\mathbf{y}\rangle\langle\mathbf{y}|$  است. این ویژه تابع در معادله شرودینگرگونه زیر صدق می‌کند [4]:

$$\begin{aligned} \frac{i \partial c_g(q, p, t)}{\partial t} &= -\frac{(1-2g)}{2} \frac{\partial^2}{\partial q^2} c_g(q, p, t) - ip \frac{\partial}{\partial q} c_g(q, p, t) \\ &+ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-g)^n - (1-g)^n}{n!} (-i)^n \frac{\partial^n V}{\partial q^n} \frac{\partial^n}{\partial p^n} c_g(q, p, t) \end{aligned} \quad (9)$$

این ویژه تابع  $c_g$  را تابع توزیع تعمیم یافته می‌نامیم. برای مقدار  $\gamma = \frac{1}{2}$  تابع توزیع تعمیم یافته تبدیل به تابع توزیع ویگنر می‌شود.

## تابع توزیع تعمیم یافته برای تله پاول

$c_g$  برای پتانسیل تله پاول به شکل زیر خواهد بود:

$$c_g^{(n)}(q, p, t) = \frac{1}{2p} \frac{1}{\sqrt{p}} \frac{1}{|e(t)|} \frac{1}{2^n n!} \int_{-\infty}^{\infty} H_n \left[ \frac{q - gt}{|e(t)|} \right] H_n \left[ \frac{q + (1-g)t}{|e(t)|} \right] \\ \times \exp \left[ \frac{i \mathcal{A}(t)}{2 e(t)} (q - gt)^2 \right] \exp \left[ \frac{i \mathcal{A}^*(t)}{2 e^*(t)} (q + (1-g)t)^2 \right] e^{ipt} dt \quad (10)$$

تابع توزیع تعمیم یافته برای حالت‌های  $\gamma = 0, \frac{1}{2}$  به شکل زیر به دست می‌آید:

$$c_0^{(n)}(q, p, t) = \frac{1}{\sqrt{p}} \frac{1}{2^n n!} \left\{ \frac{1}{e(t) \mathcal{A}(t)} \right\}^{\frac{1}{2}} \left\{ \frac{e^*(t) \mathcal{A}(t)}{e(t) \mathcal{A}(t)} \right\}^{\frac{n}{2}} H_n \left[ \frac{q}{|e(t)|} \right] H_n \left[ \frac{p}{|\mathcal{A}(t)|} \right] \\ \times \exp \left[ \frac{i}{2} \left( \frac{\mathcal{A}(t)}{e(t)} q^2 + \frac{e^*(t)}{\mathcal{A}(t)} p^2 \right) \right] \exp[-ipq] \quad (11)$$

$$c_{\frac{1}{2}}^{(n)}(q, p, t) = W^{(n)}(q, p, t) = \frac{(-1)^n}{p} L_n \left[ 2 \left( |e(t)|^2 q^2 + |\mathcal{A}(t)|^2 p^2 - (e(t) \mathcal{A}(t) + e^*(t) \mathcal{A}(t)) qp \right) \right] \\ \times \exp \left[ - \left( |e(t)|^2 q^2 + |\mathcal{A}(t)|^2 p^2 - (e(t) \mathcal{A}(t) + e^*(t) \mathcal{A}(t)) qp \right) \right] \quad (12)$$

که  $L_n$  چند جمله‌ای مرتبه  $n$  لagger است.

### تابع توزیع تعمیم یافته برای حالت همدوس تله پاول

حالت همدوس را می‌توان به کمک یک انتقال بر روی حالت پایه پتانسیل تله پاول بدست آورد. تابع موج حالت همدوس به شکل زیر است [2]:

$$y_a(q, t) = \frac{1}{\sqrt[4]{p}} \frac{1}{\sqrt{e(t)}} \exp \left[ -\frac{i}{4} (e^*(t) \mathcal{A}(t) + e(t) \mathcal{A}(t)) |a|^2 \right] \quad (13)$$

$$\times \exp \left[ -\frac{i}{4} (e^*(t) \mathcal{A}(t) a^{*2} + e^*(t) \mathcal{A}(t) a^2) \right] \exp \left[ \frac{i}{2} \frac{\mathcal{A}(t)}{e(t)} (q - q_{cl}(t))^2 + ip_{cl}(t) q \right] \\ \text{که } q_{cl}(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} [\varepsilon^*(t) a + \varepsilon(t) a^*], \quad p_{cl}(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} [\mathcal{A}^*(t) a + \mathcal{A}(t) a^*]$$

تابع توزیع تعمیم یافته برای حالت همدوس پتانسیل تله پاول به شکل زیر بدست می‌آید:

$$c_0^{(a)}(q, p, t) = \frac{1}{\sqrt{2p}} \frac{\exp \left[ \frac{1}{2} i \left( |e(t)|^2 \mathcal{A}^2 + |\mathcal{A}(t)|^2 \mathcal{A}^2 - 2e(t) \mathcal{A}(t) \mathcal{A}^2 \right) \right]}{\sqrt{i e(t) \mathcal{A}(t)}} \quad (14)$$

$$c_{\frac{1}{2}}^{(a)}(q, p, t) = W^{(a)}(q, p, t) = \frac{1}{p} \exp \left[ - \left( |e(t)|^2 \mathcal{A}^2 + |\mathcal{A}(t)|^2 \mathcal{A}^2 - (e(t) \mathcal{A}(t) + e^*(t) \mathcal{A}(t)) \mathcal{A}^2 \right) \right] \quad (15)$$

برای حالت  $\tilde{q} = q - q_{cl}(t)$ ،  $\tilde{p} = p - p_{cl}(t)$  انتخاب شده است.

برای حالت  $\gamma = \frac{1}{2}$  نتایج ما با نتایج شرید یکسان است [2].

### تحویل زمانی تابع توزیع تعمیم یافته برای تله پاول

تحویل زمانی تابع توزیع تعمیم یافته از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$i \frac{\partial c_g(q, p, t)}{\partial t} = -\frac{(1-2g)}{2} \frac{\partial^2}{\partial q^2} c_g(q, p, t) - ip \frac{\partial}{\partial q} c_g(q, p, t) + i w^2(t) q \frac{\partial}{\partial p} c_g(q, p, t) + \frac{(1-2g)}{2} w^2(t) \frac{\partial^2}{\partial p^2} c_g(q, p, t) \quad (16)$$

برای  $g=1$  این معادله تبدیل به معادله لیویل می‌شود که جواب آن تابع ویگنر است. این معادله برای حالت  $1$  حل می‌کنیم.

$$i \frac{\partial c_1(q, p, t)}{\partial t} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial q^2} c_1(q, p, t) - ip \frac{\partial}{\partial q} c_1(q, p, t) + i w^2(t) q \frac{\partial}{\partial p} c_1(q, p, t) - \frac{1}{2} w^2(t) \frac{\partial^2}{\partial p^2} c_1(q, p, t) \quad (17)$$

با تبدیل  $c_1(q, p, t) = F_1(q, p, t) e^{ipq}$  این معادله به شکل ساده تر زیر تبدیل می‌شود:

$$i \frac{\partial}{\partial t} F_1 = -\left[ -\frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial q^2} F_1 + \frac{1}{2} q^2 w^2(t) F_1 \right] + \left[ \frac{1}{2} p^2 F_1 - \frac{1}{2} w^2(t) \frac{\partial^2}{\partial p^2} F_1 \right] \quad (18)$$

داریم  $H_1 = -\frac{1}{2} \frac{\partial^2}{\partial q^2} + \frac{1}{2} q^2 w^2(t), H_2 = \frac{1}{2} p^2 - \frac{1}{2} w^2(t) \frac{\partial^2}{\partial p^2}$  با انتخاب

بصورت  $i \frac{\partial}{\partial t} F_1(q, p, t) = -H_1 F_1(q, p, t) + H_2 F_1(q, p, t)$

و  $i \frac{\partial}{\partial t} Y(q, t) = H_1 Y(q, t)$  که می‌کنیم  $F_1(q, p, t) = Y^*(q, t) f(p, t)$

. پس جواب معادله دیفرانسیل (18) یعنی  $C_1$  به شکل زیر خواهد بود:

$$C_1(q, p, t) = Y^*(q, t) j(p, t) e^{ipq} = \frac{1}{\sqrt{p}} \frac{1}{2^n} \frac{1}{n!} \left\{ \frac{1}{e^*(t) \&(t)} \right\}^{\frac{1}{2}} \left\{ \frac{e(t) \&(t)}{e^*(t) \&(t)} \right\}^{\frac{n}{2}} \times H_n \left[ \frac{q}{|e(t)|} \right] H_n \left[ \frac{p}{|\&(t)|} \right] \exp \left[ \frac{i}{2} \left( \frac{\&(t)}{e^*(t)} q^2 + \frac{e(t)}{\&(t)} p^2 \right) \right] \exp[ipq] \quad (19)$$

این جواب دقیقاً برابر مزدوج مختلط رابطه (12) است.

## نتیجه گیری

در این تحقیق رفتار یک یون به دام افتاده در یک تله پاول در فضای فاز گسترش یافته را مورد مطالعه و بررسی قرار داده شد. برای این منظور تابع توزیع تعمیم یافته را برای چنین ذره‌ای بدست آورده شد. تابع توزیع ویگنر و تابع توضیع  $\chi$  به عنوان دو حالت از تابع توزیع تعمیم یافته در فضای فاز گسترش یافته مورد مطالعه قرار گرفت. یافته‌ها نشانگر این واقعیت است که برای حالت پایه و حالت همدوس ذره در پتانسیل تله پاول قسمت حقیقی تابع توزیع  $\chi$  در برخی از نقاط فضای فاز دارای مقادیری منفی است که پیش‌بینی کننده رفتار کوانتومی برای این ذره است.

## مرجع‌ها

1. Roy J. Glauber *Quantum Theory of Optical Coherence* WILEY-VCH (2007).
2. G Schrad, et al Wigner Function in the Paul Trap *Quantum Semiclass. Opt.* **7** (1995) 307-325.
3. W.P. Schleich, *Quantum Optics in Phase Space* WILEY-VCH (2001).
4. S. Nasiri, et al Phase space quantum mechanics-direct *Journal of Mathematical Physics*, vol. **47**, no.9, (2006).

## Polarization of nucleonic matter and magnetic field of neutron stars

M. Bigdeli and S. Zare

<sup>1</sup>Department of Physics, Zanjan University, P.O. Box 45195-313, Zanjan, Iran

In this paper we consider the nuclear physics point of view about the magnetic field of neutron stars. A comparison is also made between results of different methods.

### I. INTRODUCTION

It has been well known that the neutron stars (NSs) observed as radio pulsars (with have very high spin-down rates) and magnetars (gamma-ray sources) which are possessing strong magnetic field about  $B = 10^{12}$  and  $10^{15} G$  on their surfaces [1,2]. Our current knowledge of neutron star magnetic field are largely biased on indirect inferences, but recently, scientists measure the magnetic field of neutron star directly.

The origin of this magnetic field is an open problem for astrophysics and scientists. The present understanding which mechanism generate such strong magnetic fields in neutron star is still far from being complete and there is no general consensus regarding about that mechanism.

There exist several possible origins which have been discussed for the generating a magnetic field of pulsars,

1. The traditional fossil field hypothesis, also called flux conservation (FC) suggests that the magnetic field is inherited from the progenitor, with magnetic flux conserved and field amplified during core collapse ( $\sim 10^{10} G$ )
2. Magnetic field may be generated by a convective dynamo (CD) in the first  $\sim 10$  seconds of a proto-neutron star. in principle, the maximum field achievable is either  $B \propto \sqrt{4\pi\rho v_{con}} \sim 4 \times 10^{15} G$  ( convective eddy speed  $v_{con} \sim 10^3 \text{ kms}^{-3}$ ) or  $B \propto \sqrt{4\pi\rho R \Delta\omega} \sim 2 \times 10^{17} G$  (for differential rotation  $\Delta\omega \sim \frac{2\pi}{(1ms)}$  ) [3].
3. The pulsars as rotating magnetic dipole moments emitting magnetic dipole radiation (MDR). consider a rotating neutron star with a radius  $a$  and angular velocity  $\omega$ ,

$$B = \sqrt{-\frac{6Ic^3\dot{\omega}}{a^6\omega^3}} \simeq 1.3 \times 10^{19} G \sqrt{\frac{\dot{\omega}}{\omega^3}} \quad (1)$$

for Crap pulsar with  $\omega = 209.3 s^{-1}$  and  $\dot{\omega} \approx 10^{-8}$  the magnetic field becomes  $B \approx 4.1 \times 10^{12} G$ .

4. Thermomagnetic (TM) effect in the neutron star crust. It capable of producing large-scale fields stronger than  $10^{12} G$  [4].

5. Nuclear physics (NP) point of view , which is predict the possibility of the existence of a phase transition to a ferromagnetic stat in neutron star matter.

In this article we calculate magnetic field using magnetization of matter.

### II. FORMALISM

We consider the neutron star as a rotating magnetic sphere with angular velocity  $\omega$  and radius  $a$ . The magnetic fields in the outside of star are as follows,

$$\begin{aligned} B_r &= \frac{2}{3}\mu_0 M \frac{a^3}{r^3} (\cos\alpha \cos\theta + \sin\alpha \sin\theta \cos(\varphi - \omega t)) \\ B_\theta &= \frac{1}{3}\mu_0 M \frac{a^3}{r^3} (\cos\alpha \sin\theta - \sin\alpha \cos\theta \cos(\varphi - \omega t)) \\ B_\varphi &= \frac{1}{3}\mu_0 M \frac{a^3}{r^3} (\sin\alpha \sin(\varphi - \omega t)) \end{aligned} \quad (2)$$

where  $r$  is the distance from center of star,  $M$  is magnetization of the nucleonic matter and the direction of  $\mathbf{M}$  be inclined at an angle  $\alpha$  to rotation axis.

Neutron star matter is an infinite system composed of neutrons, protons (nucleonic matter) and leptons. The magnetization of nucleonic matter is given by

$$M = \rho [\delta_n (\frac{1+\beta}{2}) \mu_n + \delta_p (\frac{1-\beta}{2}) \mu_p] \quad (3)$$

where  $\mu_n(\mu_p)$  is magnetic moment of neutron (proton) and  $\delta_n(\delta_p)$  the spin polarization of the neutrons (protons),

$$\delta_p = \frac{\rho_p^{(\uparrow)} - \rho_p^{(\downarrow)}}{\rho_p}, \quad \delta_n = \frac{\rho_n^{(\uparrow)} - \rho_n^{(\downarrow)}}{\rho_n} \quad (4)$$

In above equation  $\beta$  is the isospin asymmetry parameter is defined as,

$$\beta = \frac{\rho_n - \rho_p}{\rho} \quad (5)$$

The possibility occurrence of spontaneous appearance of spin-polarized states in nuclear matter has been studied by several authors [5-11]. In most calculation, the nucleon matter is stable against the phase transition. some

TABLE I. Threshold density for the Kaon condensation

Method	<i>FC</i>	<i>DC</i>	<i>MDR</i>	<i>TD</i>	<i>NP</i>
$B(G)$	$\approx 10^{10}$	$10^{15} - 10^{17}$	$\simeq 10^{12}$	$\geq 10^{12}$	$10^{15} - 10^{17}$

calculation which is considered within the framework of a Fermi liquid theory with the effective D1S Gogny and Skyrme (SKM\*, SGII potentials) effective interactions shows the possibility of ferromagnetic (neutron and proton spins aligned parallel) and anti-ferromagnetic (neutron and proton spins aligned unparallel) phase transitions in symmetric nuclear matter ( $\beta = 0$ ) [5]. It has been shown fully ferromagnetically polarized matter ( $\delta_p = \delta_n = 1$ ) is formed at density  $\rho \approx 0.425 fm^{-3}$  and fully anti-ferromagnetically polarized matter ( $\delta_p = \delta_n = -1$ ) is formed at density  $\rho \approx 0.725 fm^{-3}$ . This value of polarization and density leads to magnetic field becomes about  $B_{FM} = 1.18$  and  $1.6 \times 10^{16} G$  and  $B_{AFM} = 1.08 \times 10^{17} G$  for SKM\*, SGII potentials, respectively. We now consider neutron star as paramagnetic sphere in the strong magnetic field. Here, the neutron star matter is approximated by pure neutron matter, at zero temperature. In presence of a magnetic field the energy per particle of the neutron matter is,

$$E(\rho, \delta_n) = E(\rho, 0) + E_1(\rho) \delta_n^2 - \mu_n \delta \mathcal{H}. \quad (6)$$

where  $[E_1(\rho) = E(\rho, \delta_n = 1) - E(\rho, \delta_n = 0)]_{\mathcal{H}=0}$  in absence of magnetic field. We calculate the total energy per neutron  $E(\rho, \delta)$  using the LOCV method as follows [10,11]. We consider a cluster expansion of the energy functional up to the two-body term,

$$E(\rho, \delta)|_{\mathcal{H}=0} = \frac{1}{A} \frac{\langle \psi | H | \psi \rangle}{\langle \psi | \psi \rangle} = E_1 + E_2 \quad (7)$$

The one-body term  $E_1$  is kinetic energy of polarized neutron matter and  $E_2$  the two-body energy.

By the minimization of the energy of neutron matter Eq.6 with respect to the polarizations,  $\delta_n$ , we can compute a magnetic susceptibility  $\chi = \mu_n^2 \rho / 2E_1(\rho)$ . For example at density  $\rho = 0.5$  magnetic susceptibility becomes  $\chi = 1.42 \times 10^5$ . Finally the magnetic field due to paramagnetic matter in the outside of star takes the form,

$$\begin{aligned} B_r &= \mathcal{H} \left( \frac{\chi}{\chi + 3} \right) \frac{a^3}{r^3} (\cos \alpha \cos \theta + \sin \alpha \sin \theta \cos(\varphi - \omega t)) \\ B_\theta &= \mathcal{H} \left( \frac{\chi}{\chi + 3} \right) \frac{a^3}{r^3} (\cos \alpha \sin \theta - \sin \alpha \cos \theta \cos(\varphi - \omega t)) \\ B_\varphi &= \mathcal{H} \left( \frac{\chi}{\chi + 3} \right) \frac{a^3}{r^3} (\sin \alpha \sin(\varphi - \omega t)) \end{aligned} \quad (8)$$

### III. RESULTS AND DISCUSSION

The result of our investigation for magnetic field and those of others have been showed in table 1. As can see from this table the value of magnetic field due to different model are not in agreement with each others and the result of DC and NP calculation are greater than those of others.

- 
- [1] S. Shapiro and S. Teukolsky, Black Holes, White Dwarfs and Neutron Stars (Wiley-New York,1983).
  - [2] Thompson and Duncac, Astrophysics J 473, (1996), 322
  - [3] Thompson and Duncac, APJ, 408,(1993),194.
  - [4] V.A. Urpin and D.G.Yakovlev, Sov. Astron., 24, (1980)425
  - [5] A. A. Isayev, JETP Lett. **77** (2003)251.
  - [6] A. A. Isayev and J. Yang, Phys. Rev. **C 69** (2004) 025801.
  - [7] S. Fantoni, A. Sarsa and K. E. Schmidt, Phys. Rev. Lett. **87** (2001) 181101.
  - [8] I. Vidana, A. Polls and A. Ramos, Phys. Rev. **C 65** (2002) 035804.
  - [9] I. Vidana and I. Bombaci, Phys. Rev. **C 66** (2002) 045801.
  - [10] G. H. Bordbar and M. Bigdeli, Phys. Rev. **C 77**,(2008) 015805.
  - [11] M. Bigdeli, Phys. Rev. **C 82**,(2010) 054312.

## معرفی تابع مناسب برای اندازه گیری تعداد ذرات

### در توزیع عرضی بهمن های گستردۀ هوایی

سپهۀ ئی، سمهیه پورمحمد، داود

گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه

دانشگاه بین المللی امام خمینی قزوین

چکیده:

از مهمترین مؤلفه های بهمن های گستردۀ هوایی که بوسیله اندازه گیری تابع توزیع عرضی بهمن های هوایی بدست می آید، مؤلفه تعداد ذرات است. مناسبترین تابع برای بدست آوردن تعداد ذرات در تحلیل های صورت گرفته؛ که بروش برآزش کای اسکویر و از طریق مقایسه نتایج بدست آمده با مقادیر کورسیکا انجام گردید: نشاندۀ بزرتری تابع *linsley* نسبت به سایر توابع برای محاسبه اندازه بهمن های گستردۀ هوایی می باشد. در این مقاله به بررسی نتایج حاصله از اندازه گیری توابع با تعداد آرایه های مختلف و در فاصله از مرکز آرایه های متفاوت پرداخته ایم.

مقدمه:

در این مقاله سعی شده تا تعداد ذرات بهمن های شبیه سازی شده را برای تعداد آرایه های ۴ تایی مربعی که در فواصل مختلف از مرکز یکدیگر قرار دارند، مورد بررسی قرار دهیم. هدف از انجام این کار بدست آوردن بهترین تابع توزیع چگالی عرضی بهمن های گستردۀ هوایی است که تا با استفاده از آن مناسب ترین اندازه بهمنی که با کمترین انحراف از حد مجاز (میزان مشخص شده بوسیله کورسیکا) حاصل می شود را معین نماییم.

ابتدا آرایه های بهمن های گستردۀ هوایی را با چیدمانی مربعی برای چهار آرایه، در فاصله از مرکز ۸، ۱۱، ۱۳ و ۱۶ متر از هم در نظر میگیریم. با چنین چیدمانی برآزش به تابع کای اسکویر را برای سه تابع معروف که کاربرد گستردۀ ای در اندازه گیری بهمن های هوایی دارند آغاز می کیم. این سه تابع به ترتیب تابع<sup>۱</sup> NKG،

$$\rho(r) = \frac{Ne}{2\pi r_m^2 s^2} \frac{\Gamma(4.5 - s)}{\Gamma(s)\Gamma(4.5 - 2s)} \left(\frac{r}{r_m s}\right)^{s-2} \left(1 + \frac{r}{r_m s}\right)^{s-4.5}$$

تابع<sup>۲</sup> Logutin که اصلاح شده تابع NKG است:

$$\rho(r) = \frac{Ne}{2\pi r_m^2 s_m^2} \frac{\Gamma(4.5 - s)}{\Gamma(s)\Gamma(4.5 - 2s)} \left(\frac{r}{r_m s_m}\right)^{s-2} \left(1 + \frac{r}{r_m s_m}\right)^{s-4.5}$$

$$s_m = 0.78 - 0.21s$$

وتابع<sup>۳</sup> Linsley می باشند.

$$\rho(r) = \frac{Ne}{r_m^2} \frac{\Gamma(\eta - \alpha)}{2\pi \Gamma(2 - \alpha) \Gamma(\eta - 2)} \left(\frac{r}{r_m}\right)^{-\alpha} \left(1 + \frac{r}{r_m}\right)^{-(\eta - \alpha)}$$

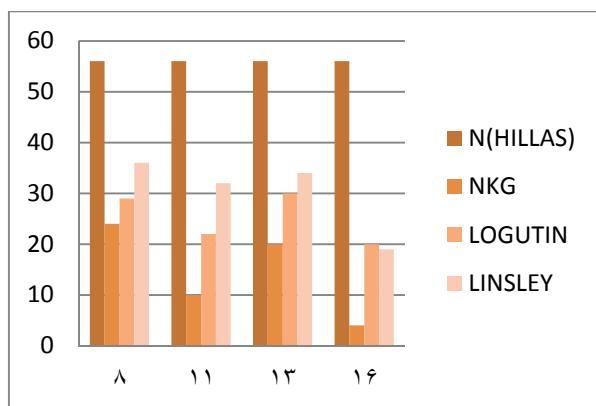
در تحلیل های انجام شده که بر روی ۲۴۲ بهمن شبیه سازی شده در بازه انرژی  $10^{15}$  تا  $10^{16}$  الکترون ولت انجام گرفته است هر سه تابع با برازش به تابع کای اسکویر مورد تحلیل قرار گرفتند و مؤلفه های مجهول آنها محاسبه گردید.

تعداد ذرات یا پارامتر  $N$ ، برای هر سه تابع با مقدار بدست آمده از تابع<sup>۴</sup> Hillas که تعداد ذرات شمارش شده هر بهمن را در کورسیکا محاسبه می کند، مقایسه می شود.

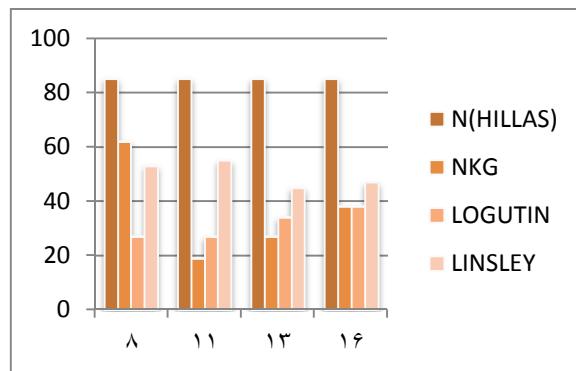
### مقایسه نتایج حاصل از تحلیل سه تابع در فاصله از مرکزهای متفاوت :

در تحلیل های صورت گرفته برای هر سه تابع در بازه انرژی ذکر شده، نوع ذرات اولیه را فوتونی و پروتونی در نظر گرفتیم و از دیگر ذرات هادرونی بعلت کم بودن تعدادشان به نسبت ذرات پروتونی صرفنظر نمودیم. نمودارهای شماره ۱ تا ۴، برای آرایه های ۴ تایی، برای ذرات پروتونی و فوتونی در انرژی های متفاوت که در چهار فاصله از مرکز نسبت به هم قرار گرفته‌اند، می‌باشند. در فاصله کمتر از ۸ متر تعداد شمارش ذرات بعلت نزدیکی به مرکز بهمن از مقدار داده شده بوسیله کورسیکا بسیار فراتر می‌رود و بهمین علت حذف می‌گرددند. در فاصله‌هایی که مرکز آرایه ها دورتر از ۱۶ متر از هم هستند، شمارش ذرات قابل توجه نیست بنابراین آن فاصله ها هم قید نگردیده‌اند.

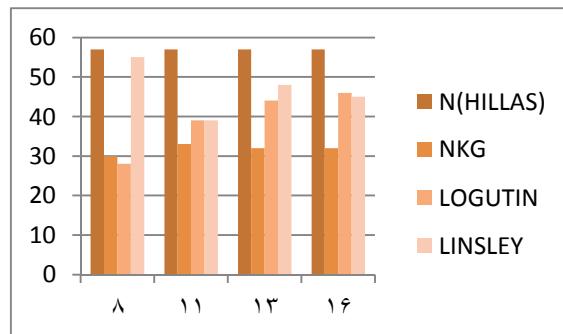
هر کدام از میله ها در نمودارهای زیر معرف تعداد بهمن های صحیحی می‌باشند که از هر کدام از توابع بدست می‌آیند.



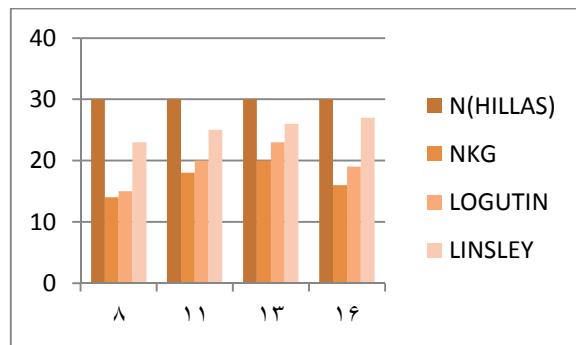
نمودار ۱. مقایسه تعداد شمارش بهمن های قابل قبول برای توابع مختلف - ذره اولیه پروتون در بازه انرژی  $10^{15}$



نمودار ۲. مقایسه تعداد شمارش بهمن های قابل قبول برای توابع مختلف - ذره اولیه فوتون در بازه انرژی  $10^{15}$



نمودار ۳. مقایسه تعداد شمارش بهمن های قابل قبول برای توابع مختلف - ذره اولیه پروتون در بازه انرژی  $10^{16}$



نمودار ۴. مقایسه تعداد شمارش بهمن های قابل قبول برای توابع مختلف - ذره اولیه فوتون در بازه انرژی  $10^{15}$

#### نمونه ای از بررسی تخمین خطای تعداد ذرات شمارش شده :

جدول ۱. تخمین خطای شمارش ذرات فوتونی برای آرایه ۴ تایی در فاصله ۱۱ متری از مرکز

انرژی	تخمین خطای	NKG	Logutin	Linsley
$10^{15}$	$\bar{N}_{cor} \pm \Delta N_{cor}$	$3 \times 10^6$	$3 \times 10^6$	$3 \times 10^6$
$10^{15}$	$\bar{N}_{est} \pm \Delta N_{est}$	$10^{11}$	$2.3 \times 10^9$	$1.7 \times 10^7$
$10^{16}$	$\bar{N}_{cor} \pm \Delta N_{cor}$	$10^7$	$10^7$	$10^7$
$10^{16}$	$\bar{N}_{est} \pm \Delta N_{est}$	$3.8 \times 10^9$	$10^9$	$1.2 \times 10^8$

جدول ۲. تخمین خطای شمارش ذرات فوتونی برای آرایه ۴ تابی در فاصله ۱۱ متری از مرکز

انرژی	تخمین خطای	NKG	Logutin	Linsley
$10^{15}$	$\overline{Ncor} \pm \Delta Ncor$	$10^6$	$10^6$	$10^6$
$10^{15}$	$\overline{Nest} \pm \Delta Nest$	$10^{12}$	$4 \times 10^{10}$	$3.5 \times 10^8$
$10^{16}$	$\overline{Ncor} \pm \Delta Ncor$	$2 \times 10^6$	$2 \times 10^6$	$2 \times 10^6$
$10^{16}$	$\overline{Nest} \pm \Delta Nest$	$1.1 \times 10^{11}$	$2.0 \times 10^9$	$1.0 \times 10^7$

همان گونه که در جداول ۱ و ۲ (جدول محاسبه خطای اندازه گیری ذرات) مشاهده می شود برای تابع Linsley شمارش ذرات از دو تابع دیگر کمتر و نزدیک تر به مقادیر بدست آمده از محاسبه خطای کورسیکا می باشد.

### نتیجه گیری:

از مقایسه  $N$  حاصل از تحلیل بهمن ها با  $N$  حاصل از کورسیکا در بازه انرژی  $10^{15}$  تا  $10^{16}$  ، بهترین نتایج برای بهمن هایی بدست آمد که بوسیله تابع Linsley محاسبه می شوند. بنابراین زمانی که تنها به بررسی اندازه بهمن های رسیده به آشکارساز می پردازیم می توانیم برای بدست آوردن جوابهای مناسبتر از تابع Linsley بعنوان یک تابع مورد اطمینان با درصد خطای کمتر برای شمارش تعداد ذرات استفاده نماییم. هر چه انرژی بالاتر باشد تابع Linsley نیز تعداد بهمن های بیشتری را با خطای کمتر در شمارش محاسبه می کند.

همچنین برای بهمن های فوتونی که در محاسبه تابع توزیع عرضی آنها غالباً تابع Logutin یا NKG استفاده می شود، تابع توزیع NKG به Logutin بعلت صحت بیشتر نتایج برتری دارد.

چنین تحلیلی را می توان برای آرایه های بیشتر که در فاصله از مرکزهای متفاوتی نسبت بهم قرار دارند انجام داد. بطور مثال برای آرایه ۹ تابی با چیدمانی مربعی و با تکرار تحلیل بر روی شبیه سازی های شابه به نتایج یکسانی با آنچه که در این مقاله ذکر شد میرسیم.

### مرجع ها:

1. *Cosmic Rays and Particle Physics .Gaisser. K.T*
2. *Corsika A: A Monte Carlo Code to Simulate Extensive Air Shower; (corsika guide 67.5)*
3. *Lateral Charged Particle Distribution Of Extensive Air Showers; Romantan Reports in physics, vol.59 , No.2 , P.311-321, 2007*
4. *A Contradiction in The Concept of Shower Age, H.Y.Dai, Y.D.He , A.X.Huo*

## کاربرد شبکه‌ی عصبی رگرسیون تعمیم‌یافته در تعیین برخی از پارامترهای هندسی

### سیستم‌های دوتایی نوع W UMa

فاطمه‌زهرا زراعتگری<sup>۱</sup>، عباس عابدی<sup>۲</sup>، محسن فرشاد<sup>۳</sup>، محمود عبادیان<sup>۴</sup>

<sup>۱,۴</sup>گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه بیرجند، بیرجند، شوکت آباد

<sup>۲,۳</sup>گروه برق، دانشکده مهندسی، دانشگاه بیرجند، بیرجند، شوکت آباد

#### چکیده

در این تحقیق با استفاده از شبکه‌ی عصبی مصنوعی رگرسیون تعمیم‌یافته، پارامترهای هندسی سیستم‌های دوتایی گرفته  $W\text{ UMa}$  مانند: میل مداری،  $\alpha$  درجه تماس،  $f$  و نسبت جرم،  $q$ ، تعیین می‌شوند. داده‌های ورودی شبکه‌ی عصبی، ضرایب فوریه‌ی حاصل از برازش یا زده جمله-ای  $I(\theta) = \sum a_i \cos(2\pi i\theta)$  بر منحنی نوری دوتایی‌های گرفته نوع  $W\text{ UMa}$  می‌باشند. آموزش شبکه با استفاده از منحنی‌های نوری صورت پذیرفته که با برنامه‌ی  $LC$  ویلسون دوینی ۲۰۰۷ با نظم خاص تولید شده‌اند. این شبکه برای تعیین پارامترهای هندسی چهار سیستم دوتایی گرفته  $XY\text{ Boo}$  و  $V839\text{ Oph RZ Com AD Cnc}$  به کار گرفته شده و نتایج با نتایجی که سایرین از دیگر روش‌ها بدست آورده‌اند مقایسه شده است.

#### مقدمه

مطالعه‌ی ستارگان دوتایی گرفته اطلاعات مهمی از قبیل جرم، شعاع و درخشندگی ستاره‌ها را به ما می‌دهد. پیشرفت در تکنولوژی‌های مشاهده، کامپیوترها و کدهای تحلیلی دوتایی‌های گرفته باعث بهبود در مطالعه‌ی دوتایی-های گرفته شده است. پیشرفت‌های تکنولوژیکی اخیر یک انفجار واقعی را در کیفیت و مقدار داده‌های در دسترس ایجاد کرده است. روشن است که بهره‌برداری علمی از آنها نیاز به راهاندازی برنامه‌های تحلیل خودکار خواهد داشت [۱]. پروژه‌های مختلفی برای خودکار کردن ابزارهای محاسباتی انجام شده‌اند که یکی از آنها پروژه‌ی هوش مصنوعی (EBAI) می‌باشد که برای دسته‌بندی خواص مداری و فیزیکی سیستم‌های دوتایی گرفته از مشاهده‌ی هزاران دوتایی گرفته انجام گرفته است [۲]. از میان دوتایی‌های گرفته، به دلیل بالا بودن تعداد سیستم‌های نوع  $W\text{ UMa}$  تعیین خواص آنها برای ما مهم است [۳]. بدین منظور در این مقاله از شبکه‌ی رگرسیون تعمیم‌یافته برای خودکار کردن تعیین پارامترهای هندسی شبیب مداری،  $\alpha$  نسبت جرم،  $q$ ، و درجه‌ی تماس،  $f$  منحنی‌های نوری نوع  $W\text{ UMa}$  استفاده شده است.

#### محاسبات مدل

مدلی که برای تحلیل منحنی‌های نوری بکار گرفته شده مدل روسیسکی (۱۹۷۳) است [۴]. چون دما تأثیر خیلی کمی روی شکل منحنی نوری سیستم‌های دوتایی تماسی نوع  $W\text{ UMa}$  دارد، محاسبات می‌توانند با یک دمای پایه برای مجموعه‌ی بزرگی از دماهای مؤثر قابل کاربرد باشند. در واقع تغییرات روشنایی سیستم‌های دوتایی تماسی نوع  $W\text{ UMa}$  به عوامل هندسی وابسته است، به این دلیل که: (۱) تغییرات دمای مؤثر به دلیل کوچکی اثرات تاریکی گرانشی پوش‌های همرفت کوچک است، و (۲) اثر بازنایاب در زوایای منفرجه بزرگ به خاطر البیدوی همرفت کم مهم نیست. بنابراین منحنی‌های نوری این نوع دوتایی‌ها به طور تجربی تنها به سه پارامتر میل مداری،  $\alpha$  نسبت جرم،  $q$ ، و درجه‌ی تماس،  $f$  وابسته هستند [۵]. در این مدل به دلیل سینوسی بودن شکل منحنی‌های نوری سیستم‌های  $W\text{ UMa}$

با تحلیل فوریه‌ی آنها توسط یازده جمله‌ای  $\sum a_i \cos(2\pi i\theta) = l(\theta)$  و تعیین ضرایب جملات می‌توان با استفاده از ضرایب  $a_0, a_1, a_2$  و  $a_3$  پارامترهای هندسی مورد نظر را تعیین کرد.

### شبکه‌های عصبی مصنوعی

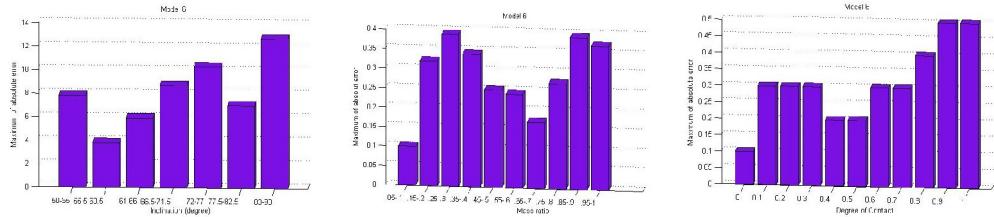
در یک نگاه کلی، یک شبکه‌ی عصبی مصنوعی سیستمی مشکل از چند لایه می‌باشد، هر لایه از تعدادی واحد-های مستقل که نورون نامیده می‌شود تشکیل شده است و هر واحد نورونی یک مقدار منفرد دارد. این مقادیر از هر واحد در لایه‌ی جاری به همه‌ی واحدها در لایه‌ی بعدی با اتصالات وزن‌دار شده و با عبور از یکتابع فعالیت انتشار می‌یابند. منظور از آموزش یک شبکه تعیین وزن‌ها روی اتصالات وزن‌دار شده می‌باشد. در حوزه‌ی دوتایی‌های گرفته، شبکه‌های عصبی مصنوعی منحنی‌های نوری ورودی را به مجموعه پارامترهای فیزیکی خروجی می‌نگارند [۶]. شبکه‌های رگرسیون تعیین‌یافته دارای یک لایه‌ی پایه‌ای شعاعی و یک لایه‌ی خطی خاص می‌باشند. لایه‌ی دوم این نوع شبکه‌ها به تعداد اعضای بردار ورودی و هدف دارای نورون می‌باشد. شبکه‌های پایه‌ای شعاعی به دلیل کاربرد زیادشان مهمترین رقیب برای پرسپترون چندلایه به شمار می‌روند [۷].

### شبیه‌سازی

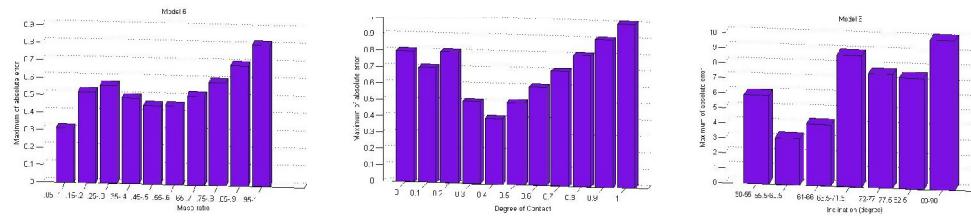
برای آموزش شبکه‌ی عصبی نیاز به منحنی‌های نوری زیادی با پارامترهای معلوم می‌باشد، لذا از برنامه‌ی LC ویلسون دوینی ۲۰۰۷ برای تولید منحنی‌های نوری مورد نظر استفاده شده است. پارامترهای هندسی منحنی‌های نوری برای نسبت جرم  $\frac{m_r}{m_i}$  در محدوده‌ی  $1 \leq q \leq 0.05$  با گام‌های  $\Delta q = 0.01$ ، برای میل مداری  $i$  در محدوده‌ی  $0^\circ \leq i \leq 90^\circ$  با گام‌های  $\Delta i = 0.5^\circ$  درجه و برای درجه تماس  $f$  در محدوده‌ی  $1 \leq f \leq 0$  با گام‌های  $\Delta f = 0.1^\circ$  در ورودی LC به کار گرفته شدند. علاوه بر آن، فاز مداری نمونه با گام‌های یکسان  $\Delta\theta = 0.01^\circ$  و با پریود مداری واحد انتخاب شد. همه‌ی روشنایی‌ها بر حسب واحدهای شدت نسبی  $I(\theta)$  بیان شده‌اند. محاسبات برای موردی که شاخص‌تر باشد یعنی دماهای رده‌ی خورشیدی با  $T_{eff} = T_{eff1} = 6500K$  و  $x_r = x_i = 0.674$  انجام شده‌اند. منحنی‌های نوری محاسبه شده در فازهای مداری یک چهارم (فازهای  $0^\circ/25^\circ$  و  $0^\circ/75^\circ$ ) به یک بهنجار شده‌اند. برای ساخت منحنی‌های نوری برنامه‌ای در نرمافزار متلب نوشته شده که پارامترهای ورودی را در برنامه‌ی LC تغییر داده و پس از اجرای این برنامه و برآش سری یازده جمله‌ای  $\sum a_i \cos(2\pi i\theta) = l(\theta)$  بر منحنی‌ها، ضرایب فوریه‌ی آنها را به دست می‌آورد. در نهایت ۲۶،۶۲۰ منحنی نوری تولید شد و بزرگترین ضرایب فوریه‌ی حاصل از برآش آنها یعنی ضرایب  $a_0, a_1, a_2$  و  $a_3$  برای آموزش شبکه‌ی عصبی مصنوعی بکار گرفته شد.

در اینجا از سه شبکه‌ی رگرسیون تعیین‌یافته به صورت زنجیره‌ای استفاده شده است. ساختاری که برای ورودی-های شبکه‌ها در نظر گرفته شده است به این صورت می‌باشد:  $a_0 + a_1 + a_2 + a_3 / a_0$ ،  $a_1 / a_0$  و  $a_2 / a_0$ . تفاوتی که این سه شبکه با هم دارند در این است که میل مداری پس از خروج از شبکه‌ی اول به همراه ساختار ضرایب فوریه‌ی مذکور به شبکه‌ی دوم وارد می‌شود و درجه‌ی تماس هم بعد از خروج از شبکه‌ی دوم به همراه ورودی‌های شبکه‌ی دوم به شبکه‌ی سوم وارد می‌شود و در نتیجه خروجی شبکه‌ی سوم نسبت جرم خواهد بود. برای آموزش شبکه، منحنی‌های نوری با میل مداری  $50^\circ \leq i \leq 90^\circ$  انتخاب و از این میان  $80\%$  داده‌ها در مرحله‌ی آموزش و  $20\%$  آنها در مرحله‌ی آزمون استفاده شدند. نمودار ستونی خطاهای مطلق تخمین پارامترهای هندسی میل مداری، نسبت جرم و درجه تماس توسط مدل عصبی در فازهای آموزش و آزمون به ترتیب در شکل‌های ۱ و ۲ آورده شده-

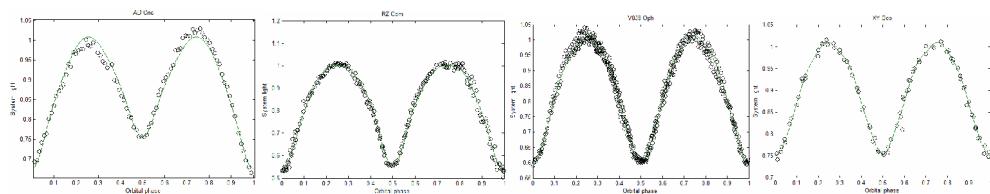
اند. در نهایت، مدل عصبی حاصله برای تعیین پارامترهای هندسی چهار سیستم V839 Oph، RZ Com، AD Cnc و XY Boo به کار گرفته شد. با استفاده از داده‌های منحنی نوری که توسط کیان (۲۰۰۷) برای AD Cnc، زیانگ (۲۰۰۴) برای RZ Com، نیارخوس (۱۹۸۹) برای V839 Oph و وینکلر (۱۹۷۷) برای XY Boo به دست آمده، منحنی‌های برازش شده در شکل ۳ رسم شده‌اند. شبیه مداری، نسبت جرم و درجه تماس این سیستم‌ها که از این مقاله و مراجع مختلف استخراج شده جهت مقایسه در جدول ۱ آورده شده‌اند.



شکل ۱: خطای مطلق شبکه در مرحله‌ی آموزش



شکل ۲: خطای مطلق شبکه در مرحله‌ی آزمون



شکل ۳: تطبیق سری فوریه بر داده‌های مشاهده‌ای چهار منحنی نوری XY Boo و V839 Oph، RZ Com و AD Cnc

جدول ۱: مقایسه‌ی عملکرد مدل عصبی و کارهای قبلی برای سیستم‌های XY Boo و V839 Oph، RZ Com، AD Cnc و XY Boo

system	$i$ (degree)	q	f	Ref.
AD CnC	۶۵/۰	۰/۰۵۳	۰/۲	مدل عصبی
	۶۵/۱	۰/۰۶۲۵	۰/۱۴	[۱۱]
	۶۵/۶۹	۰/۰۲۶۷	۰/۰۳۶	[۱۲]
	۶۵/۵۷	۰/۰۷۷۵	۰/۰۸	[۷]
RZ Com	۸۲/۳	۰/۰۶۰	۰/۲	مدل عصبی
	۷۹/۶۷۱	۰/۰۷۷۲ و ۰/۲۲۲۶	-	[۸]
	۸۱/۴۰	۰/۰۳۵۱	۰/۲	[۱۳]
V839 Oph	۸۰/۸	۰/۰۳۵	۰/۳	مدل عصبی
	۸۰/۰۵۹	۰/۰۳۰۵	۰/۲۳	[۱۴]
XY Boo	۷۰/۲	۰/۰۱۰	۰/۹	مدل عصبی
	۶۹	۰/۰۱۸۵۵	۰/۰۵۵	[۱۵]

## نتیجه‌گیری

از نمودارهای مربوط به خطاهای مطلق نتیجه گرفته می‌شود که مدل عصبی توسعه یافته برای میل مداری در بازه ۷۷/۵ تا ۸۲/۵ درجه و نسبت جرم در بازه‌ی ۰/۶۵ تا ۰/۷ و همچنین برای درجه تماس‌های برابر ۰/۴ و ۰/۵ تقریباً با خطای کمی آموزش یافته است، در نتیجه تعیین پارامترهای سیستم‌ها توسط مدل عصبی ارائه شده در این مقاله در بازه‌های مذکور دقیق‌تر خواهد بود. از جدول ۱ مشاهده می‌شود که میل مداری برای سیستم‌های XY و RZ Com دارای خطا ۱ درجه و برای دو سیستم AD Cnc و Oph V839 بدون خطا می‌باشد. نسبت جرم برای Boo V839 Oph دارای ۰/۰۸ و سیستم RZ Com و AD Cnc دارای ۰/۱ خطا و برای سیستم XY Boo دارای ۰/۰۸ و سیستم RZ دارای ۰/۱ خطا می‌باشد. همچنین درجه تماس برای سیستم‌های AD Cnc و Oph V839 بدون خطا و سیستم Com بدون خطا می‌باشد، ضمن آنکه بیشترین خطا در سیستم XY Boo به مقدار ۰/۳ دیده می‌شود. لذا این نمونه‌ها بکارگیری شبکه‌ی عصبی رگرسیون تعمیم‌یافته را در تخمین خودکار پارامترهای هندسی سیستم‌های دوتایی نوع W UMa مورد تأیید قرار می‌دهند.

## مرجع‌ها

- [1] A., Ciarmella, et al.; "Applications of Neural Networks in Astronomy and Astroparticle Physics"; *Recent Res. Devel. Astrophys.* **2** (2005).
- [2] A., Prsa, et al.; "Artificial Intelligence Approach to the Determination of Physical Properties of Eclipsing Binaries. I. The EBAI Project"; *The Astrophysical Journal* **687**, No. 1 (2008) 542-565.
- [3] Sterken, C., Jaschek, C., "Light Curves of Variable Stars", Cambridge University Press, (1996).
- [4] S. M. Rucinski; "The W UMa-type Systems as Contact Binaries. I. Two Methods of Geometrical Elements Determination. Degree of Contact"; *Acta Astronomica* **23**, No. 2 (1973) 79-120.
- [5] S. M. Rucinski; "A Simple Description of Light Curves of W UMa Systems"; *Publication of the Astronomical Society of the Pacific* **105** (1993) 1433-1440.
- [6] E. F. Guinan, et al.; "The EBAI Project: Neural Network/ Artificial Intelligence Approaches to Solve Automatically Large Numbers of Light Curves of Eclipsing Binaries"; *The 8th Pacific Rim Conference on Stellar Astrophysics ASP Conference Series*, **404** (2009).
- [7] مصطفی کیا، "شبکه‌های عصبی در MATLAB". خدمات نشر کیان رایانه سیز، تهران (۱۳۸۷).
- [8] S. B., Qian, et al., "AD Cnc: A Shallow Contact Solar-Type Eclipsing Binary and Evidence for a Dwarf Third Component and a 16 Year Magnetic Cycle"; *The Astrophysical Journal* **671** (2007) 811-820.
- [9] F. Y., Xiang, Y. C., Zhou; "A CCD Photometric Study of the W UMa Contact Binary RZ Comae", *New Astronomy*, **9** (2004) 273-278.
- [10] P. G., Niarchos; "New Photoelectric Observations and Elements of the Eclipsing W UMa-Type System V839 Oph"; *AP&SS*.**153** (1989).
- [11] L., Winkler; "Analysis of Yellow and Blue Observations of XY Boo"; *The Astrophysics Journal* **82**, No. 8 (1977) 648-652.
- [12] R. G., Samec; "Synthetic Light-Curve Analysis of the Very Short Period Binaries TY Bootis, AD Cancri, and V523 Cassiopeiae"; *The Astronomical Journal* **98**, No.6 (1989) 2287-2299.
- [13] Y., Yang, and Q., Liu; "AD Cancri:A Contact Binary with Components in Poor Thermal Contact"; *Chinese Journal of Astronomy and Astrophysics* **2**, No. 4 (2002) 369-376.
- [14] J., He, S., Qian; "A Photometric Study of the W UMa- Type Contact Bonary RZ Com", *Chinese Journal of Astronomy and Astrophysics* **8** 465 (2008).
- [15] R., Pazhouhesh, and M. T., Edalati; "New Elements of the Contact Binary V839 Ophiuchi"; *Commisions 27 and 42 of the IAU Information Bulletin on Variable Stars*, No. 5236 (2002).
- [16] Y. G., Yang, et al.; "Deep, Low Mass Ratio Overcontact Binary Systems. IV. V410 Aurigae and XY Bootis"; *The Astronomical Journal* **130** (2005) 2252-2261.

## تعیین برخی از پارامترهای هندسی سیستم‌های دوتایی نوع W UMa با استفاده

### از شبکه‌ی عصبی پرسپترون

فاطمه‌زهرا زراعتگری<sup>۱</sup>، عباس عابدی<sup>۲</sup>، محسن فرشاد<sup>۳</sup> محمود عبادیان<sup>۴</sup>

سمانه عباسی<sup>۵</sup>، مرضیه مصطفایی<sup>۶</sup>، بهجت زارعی<sup>۷</sup>، فخرالدین اکبریان<sup>۸</sup>، محمد فرحی نژاد<sup>۹</sup>

او<sup>۱۰</sup> و آزاده<sup>۱۱</sup> گروه فیزیک، دانشکده علوم، دانشگاه بیرجند، بیرجند، شوکت آباد

او<sup>۱۲</sup> گروه برق، دانشکده مهندسی، دانشگاه بیرجند، بیرجند، شوکت آباد

### چکیده

این تحقیق بر اساس مدل روسینسکی (۱۹۷۳) برای تعیین پارامترهای سیستم‌های دوتایی W UMa پایه گذاری شده است. در این مدل ضرایب حاصل از برازش سری پارامتر جمله‌ای  $I(\theta) = \sum_{i=0}^{10} a_i \cos(2\pi i\theta)$  بر منحنی نوری این سیستم‌ها برای تعیین پارامترهای هندسی آنها؛ میل مداری، آن نسبت جرم،  $q$  و درجه تماس،  $f$  به کار می‌رود. برای خودکار نمودن تعیین این پارامترها، از یک شبکه عصبی پرسپترون چند لایه استفاده شده است. برای آموزش این شبکه از منحنی‌های نوری تولید شده به کمک کد  $WD2007$  استفاده شده است. از جهت مقایسه نتایج این شبکه با نتایج سایر روش‌ها، پارامترهای هندسی سه سیستم سه سیستم *VW Cep*, *AC Boo AB And* و *AB And* تعیین و با نتایج سایرین مقایسه شده است.

### مقدمه

مشکل تازه‌ای که منجمان با آن رویرو هستند، تحلیل و معنی دار کردن داده‌هایی است که در پیمایش‌های آسمان به دست می‌آیند، همچون پیمایش آسمان دیجیتال (SDSS)، پروژه‌ی EROS، پیمایش ASAS و تلسکوپ پیمایشی LSST. این پیمایش‌ها در هر شب چندین ترا بایت داده را جمع می‌کنند. این حجم داده بیشتر از حدی است که بتوان با تکنیک‌های قدیمی آنها را تحلیل کرد. این پیمایش‌ها شامل میلیون‌ها منحنی نوری دوتایی گرفته‌ی جدید هستند، تحلیل این سیستم‌ها نیاز به اتوماتیک کردن روش‌های موجود دارد. یکی از پروژه‌هایی که تاکنون انجام شده است پروژه‌ی هوش مصنوعی (EBAI) است که شبکه‌های عصبی را برای تعیین پارامترهای انواع دوتایی‌ها به کار می‌برد [۱]. از میان دوتایی‌های گرفته، سیستم‌های W UMa، به این دلیل که برای تحقیق ساختار کهکشان خیلی مهم هستند مورد توجه بوده‌اند [۲]. بر این اساس در این مقاله از شبکه‌ی عصبی مصنوعی، به عنوان یک رویکرد مرسوم و البته جدید، برای خودکار کردن تعیین پارامترهای هندسی نسبت جرم،  $q$ ، شیب مداری، آن و درجه‌ی تماس،  $f$  منحنی‌های نوری دوتایی‌های W UMa استفاده شده است.

### محاسبات مدل

مدلی که برای تولید منحنی‌های نوری استفاده شده، مدل روسینسکی (۱۹۷۳) است [۳]. بر این اساس، چون دما تأثیر خیلی کمی بر روی شکل منحنی نوری سیستم‌های دوتایی تماسی نوع W دارد محاسبات می‌توانند برای مجموعه‌ی بزرگی از دماهای مؤثر قابل کاربرد باشند، بنابراین یک مجموعه از دماها (مجموعه‌ی مربوط به ستارگان نوع خورشید) انتخاب شدند. در واقع تغییرات روشنایی سیستم‌های دوتایی تماسی نوع W کلاً به عوامل هندسی وابسته است، زیرا: (۱) اثرات تاریکی گرانشی روی پوش‌های همرفت کوچک است، و (۲) اثر بازتاب در زوایای منفرجه‌ی بزرگ به خاطر البیدوی همرفت کم مهم نیست. بنابراین منحنی‌های نوری به طور تجربی تنها به سه پارامتر وابسته هستند، نسبت جرم،  $q$ ، میل مداری، آن و درجه تماس،  $f$  [۴]. با تحلیل فوریه‌ی منحنی‌های نوری سیستم‌های W UMa و استفاده از ضرایب  $a_2$ ,  $a_4$  و  $a_6$  به دست آمده می‌توان این پارامترها را تعیین کرد.

## شبکه‌های عصبی مصنوعی

شبکه‌های عصبی مصنوعی متشکل از عناصر ساده‌ای هستند که نورون نامیده می‌شوند و در لایه‌های به هم پیوسته با هم به طور موازی کار می‌کنند. این نورون‌ها سینکنال را بین لایه‌ها با اتصالات وزن‌دار شده منتشر می‌کنند. نورون‌ها نگاشتی غیر خطی را از داده‌های ورودی به پارامترهای خروجی انجام می‌دهند. اگر دو لایه از وزن‌های ارتباطی حاضر باشند در این صورت لایه‌های مخفی داریم. ورودی‌های شبکه از طریق یک تابع فعالیت غیر خطی که معمولاً سیگموئیدی است به لایه‌ی مخفی و از آنجا به لایه‌های مخفی دیگر و در نهایت به لایه‌ی خروجی شبکه انتشار می‌یابند. شبکه عصبی پرسپترون چندلایه (MLP) از جمله قدیمی‌ترین و در عین حال پرکاربردترین شبکه‌های عصبی نوع پیشخور است که قدرت تطبیق و تعمیم بالای آن سالها قبل به اثبات رسیده است [۵]. متداول‌ترین روش کلاسیک آموزش شبکه عصبی MLP الگوریتم پس‌انتشار خطا است که اولین بار توسط رملهارت و همکارانش پیشنهاد شد [۶].

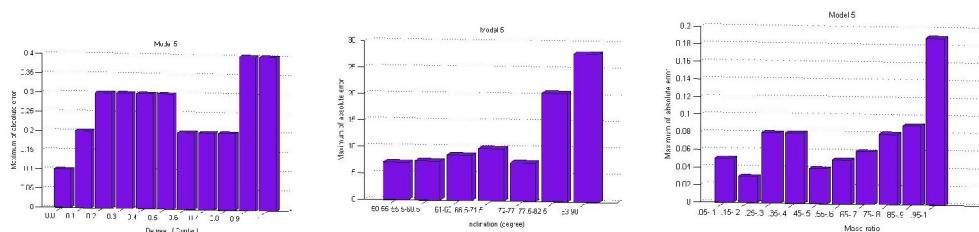
شبکه‌ی مورد استفاده در اینجا MLP و آموزش آن از نوع پس‌انتشار می‌باشد. برای ورودی شبکه از ضرایب فوریه‌ی حاصل از برازش منحنی‌های نوری با سری یازده جمله‌ای استفاده شده است. خروجی‌های شبکه، پارامترهای هندسی میل مداری،  $\alpha$ ، نسبت جرم،  $q$ ، و درجه تماس،  $f$  می‌باشند.

## شبیه‌سازی

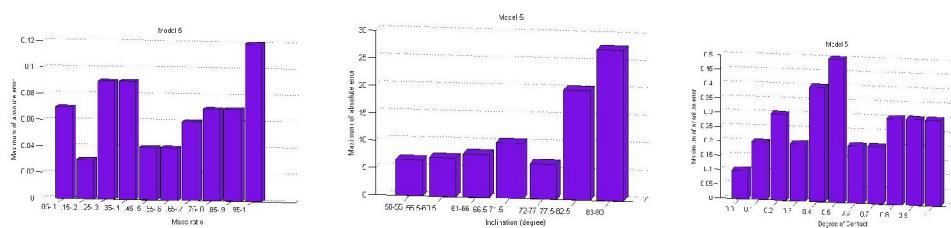
برای تولید منحنی‌های نوری نمونه از کد WD۲۰۰۷ استفاده شده است. این کار با ورود یک مقدار معین برای پارامترهای هندسی نسبت جرم  $q = \frac{m_2}{m_1}$ ، میل مداری  $\alpha$  و درجه تماس  $f$  صورت گرفته است. این مقادیر به ترتیب با گام‌های  $0 \leq f \leq 1$ ،  $\Delta q = 0/05$  درجه و  $\Delta \alpha = 0/1$  در بازه‌های  $0/05 \leq q \leq 1$ ،  $0/05 \leq \alpha \leq 90^\circ$  و  $0 \leq i \leq 30^\circ$  انتخاب شده‌اند. فاز مداری نمونه با گام‌های یکسان  $\Delta \theta = 0/01$  و با پریود مداری واحد می‌باشد، لذا منحنی‌های نوری محاسبه شده شامل ۱۰۰ نقطه‌ای فازی هم‌فاصله هستند که در یک چهارم‌های مداری (فازهای  $0/25$  و  $0/75$ ) به یک بهنجار شده‌اند. همه روشنایی‌ها بر حسب واحدهای شدت نسبی  $I(\theta)$  بیان شده‌اند. محاسبات برای موردی که شاخص‌تر باشد یعنی دماهای رده‌ی خورشیدی با  $T_{eff1} = T_{eff2} = 6500^\circ K$  و  $x_1 = x_2 = 0/674$  انجام شده‌اند. برای ساخت منحنی‌های نوری با استفاده از کد WD۲۰۰۷ برنامه‌ای در نرم‌افزار متلب نوشته شده که بتواند پارامترهای ورودی را در کد WD۲۰۰۷ تغییر داده و پس از اجرای این کد و برازش منحنی‌ها با استفاده از یازده جمله‌ای  $I(\theta) = \sum_{i=0}^{10} a_i \cos(2\pi i \theta)$  ضرایب فوریه‌ی آنها را به دست آورد. در نهایت ۲۶،۶۲۰ منحنی نوری تولید شد و بزرگترین ضرایب فوریه‌ی حاصل از برازش آنها یعنی ضرایب  $a_0$ ،  $a_2$ ،  $a_4$  و  $a_6$  برای آموزش شبکه‌ی عصبی مصنوعی به کار گرفته شدند.

شبکه‌ی مورد استفاده متشکل از سه شبکه عصبی پرسپترون به صورت زنجیره‌ای می‌باشد. شبکه‌ی اول دارای یک لایه‌ی مخفی متشکل از ۸ نورون است. ورودی‌های این شبکه  $a_6/a_1$ ،  $a_4/a_2$ ،  $a_2/a_0$ ،  $a_0^2 + a_2^2 + a_4^2 + a_6^2$  و  $a_4/a_1$  هستند و خروجی آن میل مداری  $\alpha$ . شبکه‌ی دوم با دو لایه‌ی مخفی به ترتیب دارای ۵ و ۱۰ نورون می‌باشد و ورودی‌های این شبکه همان ورودی‌های شبکه‌ی قبل به اضافه‌ی میل مداری هستند و خروجی آن نسبت جرم. سومین شبکه دارای دو لایه‌ی مخفی به ترتیب با ۵ و ۱۰ نورون است. ورودی‌ها همان ورودی‌های شبکه‌ی دوم به اضافه‌ی نسبت جرم هستند و درجه تماس نیز خروجی این شبکه می‌باشد. برای آموزش شبکه، منحنی‌های نوری با میل

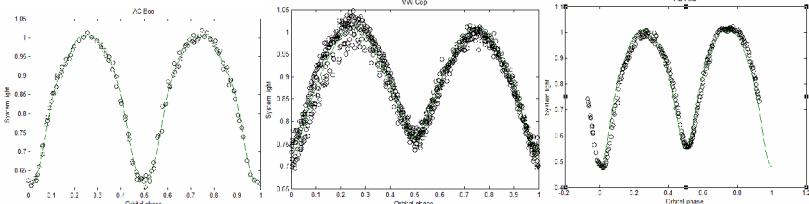
مداری  $i \leq 90^\circ$  انتخاب شده‌اند و از این میان ۸۰٪ داده‌ها در مرحله‌ی آموزش و ۲۰٪ آنها در مرحله‌ی آزمون استفاده شدند. نمودارهای ستونی خطاهای مطلق تخمین پارامترهای هندسی، میل مداری، نسبت جرم و درجه تماس در فازهای آموزش و آزمون شبکه به ترتیب در شکل‌های ۱ و ۲ آورده شده‌اند.



شکل ۱: خطای مطلق شبکه در مرحله‌ی آموزش



شکل ۲: خطای مطلق شبکه در مرحله‌ی آزمون



شکل ۳: تطبیق سری فوریه بر داده‌های مشاهده‌ای سه منحنی نوری VW Cep AC Boo AB And

جدول ۲: مقایسه‌ی عملکرد شبکه‌ی عصبی مصنوعی و کارهای قبلی برای سیستم‌های VW Cep AC Boo AB And

system	i (degree)	q	f	Ref.
AB And	۸۹/۵	۰/۴۳	۰/۱	مقادیر مربوط به این مقاله
	۸۰/۸۳	۰/۶۸	-	[۱۰]
	۸۶/۶	۰/۵۶	۰/۲۴	[۱۱]
AC Boo	۸۵/۷	۰/۲۹	۰/۲	مقادیر مربوط به این مقاله
	۸۲/۶	۰/۳۱	۰/۰۹	[۱۲]
	۸۵/۴۷	۰/۲۸	۰/۰۶	[۱۳]
VW Cep	۶۷/۹	۰/۲۵	۰/۲	مقادیر مربوط به این مقاله
	۶۰/۰	۰/۲۷	۰/۰۵	[۱۴]

شبکه‌ی عصبی حاصله برای تعیین پارامترهای هندسی سه سیستم VW Cep AC Boo AB And به کار گرفته شد. با استفاده از داده‌های منحنی نوری که توسط لیوانیو (۱۹۸۱) برای AB And، شیون (۱۹۸۳) برای AC Boo و

نیارخوس (۱۹۸۴) برای VW Cep به دست آمده، منحنی‌های برازش شده بر حسب فاز فوتومتری در شکل ۳ رسم شده‌اند. پارامترهای تخمین زده شده توسط شبکه‌ی عصبی، برای مقایسه با پارامترهای به دست آمده توسط سایرین، در جدول (۲) آورده شده است.

### نتیجه‌گیری

بررسی نمودارهای مربوط به خطاهای مطلق نشان می‌دهد که شبکه عصبی پرسپترون مورد استفاده در این تحقیق برای میل مداری در بازه‌ی ۷۲ تا ۷۷ درجه و نسبت جرم در بازه‌ی ۰/۲۵ تا ۰/۳۰ و برای درجه تماس‌های ۰/۱ و ۰/۶ تا ۰/۸ با خطای کمتری آموخته است، در نتیجه تعیین پارامترهای سیستم‌های دوتایی توسط شبکه‌ی ارائه شده در اینجا در بازه‌های مذکور دقیق‌تر خواهد بود. همانطور که از جدول ۱ مشاهده می‌شود، میل مداری برای سیستم AB دارای خطای حدود ۳ درجه، برای سیستم VW Cep کمتر از ۲ درجه و سیستم AC Boo بدون خطای باشد، ضمن این‌که مقادیر به دست آمده توسط سایرین هم حدود ۳ تا ۶ درجه با هم اختلاف دارند. نسبت جرم AB And دارای خطای ۰/۱۳، VW Cep و AC Boo با توجه به گام‌های ۰/۰۵ برای  $\Psi$  بدون خطای باشند. در نهایت درجه تماس برای هر سه سیستم مزبور دارای خطای ۰/۱ می‌باشد. لذا با توجه به خطاهای قابل قبول، بکارگیری این روش را می‌توان تأیید نمود.

### مراجع

- [1] Prsa, et al.; “Artificial Intelligence Approach to the Determination of Physical Properties of Eclipsing Binaries. I. The EBAI Project”; *The Astrophysical Journal* **687**, N0. 1 (2008) 542-565
- [2] L. Lifang, et al.; “W UMa-type systems in globular clusters”; *Proceedings IAU Symposium No. 266* (2009) 451-453
- [3] S. M. Rucinski; “The W UMa-type Systems as Contact Binaries. I. Two Methods of Geometrical Elements Determination. Degree of Contact”; *Acta Astronomica* **23**, No. 2 (1973) 79-120
- [4] S. M. Rucinski; “A Simple Description of Light Curves of W UMa Systems”; *Publication of the Astronomical Society of the Pacific* **105** (1993) 1433-1440
- [5] K. Hornik, M. Stinchcombe, and H. White, “Multilayer feedforward networks are universal approximators”, *Neural Networks*, vol. 2 (1989) 303-314
- [6] D.E. Rumelhart, G.E. Hinton, and R.J. Williams, “Learning internal representations by error propagation”, in D.E. Rumelhart and J.L. McClelland, editors, “Parallel distributed processing: explorations in the microstructure of cognition”, Vol. 1, Chapter 8, PP. 318-362, MIT Press, Cambridge, MA., 1986.
- [7] Rovithis-Livaniou, H. et al.; “The Eclipsing Binary AB Andromeda”; AP&SS..**76**.465R (1981).
- [8] G. Schieven, et al; “Photometric Observations of AC Boo”; *Astronomy & Astrophysics Supplement Series* **52** (1983) 463-469
- [9] Niarchos, P. G., “Photoelectric Light Curves and Elements of VW Cephei”; *Astronomy & Astrophysics Supplement Series* **58** 261-271 (1984).
- [10] Righterink, P. V., “An Analysis of the Eclipsing Binary , AB And”, *Astronomy & Astrophysics Supplement Series* **12** 313-329 (1973).
- [11] Bell, S. A., Hilditch, R. W., King, D. J., “Asymmetric Light Curves of the Contact Binary AB Andromedae”, *Mon. Not. R. astr. Soc.* **208** 123-133 (1984).
- [12] Schieven, G. et al, “Photometric Observations of AC Boo”; *Astronomy & Astrophysics Supplement Series* **52** 463-469 (1983).
- [13] Mancuso, S. et al.,”A Detailed Photometric Study of the Eclipsing Binary AC Boo”; *Astronomy & Astrophysics* **63** 193-198 (1978).
- [13] Pustylink, I. B. and Niarchos, P. G. “Evidence for a Hot Spot in the Contact Binary VW Cephei”, *Astronomy And Astrophysics* **361** 982-990 (2000).

## Taylor Expansion Analysis of Hubble Parameter in $f(R)$ Gravity

Fatemeh Mirmahipour, Khadijeh Gilsamaei and Reza Saffari\*  
*Department of Physics, University of Guilan, P.O.Box 41335-1914, Rasht, Iran.*  
(Dated: April 12, 2011)

In this paper apply the ansatz parameterizations of the expansion history  $H(z)^2$  using three recent published data sets consist of 157, 182 and 557 SuperNovae Ia (SNeIa). In particular we determine the best fit values of their parameters. Here we show that this method may reconstruct modified action of  $f(R)$  gravity theory, from an inverse solution approach.

### I. INTRODUCTION

One of the fundamental goals of cosmology is the understanding of the global history of the universe. Using more distant standard candles like SNeIa makes it possible to start seeing the varied effects of the expansion history of the Universe. Such cosmological observations have indicated [1] that the universe undergoes accelerated expansion during recent redshift times. This accelerating expansion has been attributed to a dark energy component with negative pressure which can induce repulsive gravity and thus cause accelerated expansion [2]-[5]. The simplest and most obvious candidate for this dark energy is the cosmological constant with equation of state  $\omega = p/\rho = -1$  [6]. The extremely fine tuned value of the cosmological constant required to induce the observed accelerated expansion has led to a variety of alternative models where the dark energy component varies with time. This physically motivated models include of modified gravity, Chaplygin gas, Cardassian cosmology, theories with compactified extra dimensions, braneworld models etc, examine arbitrary parameterizations of the expansion history  $H(z)$  and focus on maximizing the quality of fit to the different data sets. Extending General Relativity, not giving up to its positive results, opens the way to a large class of alternative theories of gravity ranging from extra-dimensions [7] to nonminimally coupled scalar fields [8, 9]. In particular, we will be interested here in fourth order theories [10, 11] based on replacing the scalar curvature  $R$  in the Hilbert-Einstein action with a generic analytic function  $f(R)$  which should be reconstructed starting from data and physically motivated issues. Also referred to as  $f(R)$  gravity, these models have been shown to be able to both fit the cosmological data and evade the Solar System constraints in several physically interesting cases [12-16].

### II. MODIFIED FIELD EQUATIONS

The action of modified theory of gravity is given by

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left[ \frac{1}{2\kappa} f(R) + L_m \right], \quad (1)$$

where  $L_m$  is the matter action such as radiation, baryonic matter, dark matter and so on which we do not consider in field equation. In this work, we consider the flat Friedmann Robertson Walker, (FRW) background, so that the gravitational field equations for  $f(R)$  modified gravity are provided by the following form

$$-3\frac{\ddot{a}}{a}f' + 3\frac{\dot{a}}{a}\dot{R}f'' + \frac{1}{2}f = 0, \quad (2)$$

$$\left[ \frac{\ddot{a}}{a} + 2\frac{\dot{a}^2}{a^2} \right]f' - 2\frac{\dot{a}}{a}\dot{R}f'' - \dot{R}^2f''' - \ddot{R}f'' - \frac{1}{2}f = 0. \quad (3)$$

where the overdot denotes a derivative with respect  $t$ ,  $a(t)$  is the scale factor and  $H = \dot{a}(t)/a(t)$  is the Hubble parameter. Eliminating  $f$  between Eqs. (2) and (3) obtains:

$$\left[ \frac{\ddot{a}}{a} + 2\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 \right]f' + \frac{\dot{a}}{a}\dot{R}f'' - \ddot{R}f'' - \dot{R}^2f''' = 0. \quad (4)$$

Which can be changed to the form of:

$$\ddot{F} - H\dot{F} + 2\dot{H}F = 0, \quad (5)$$

where  $F = df/dR$ . Eq. (5) is a second order differential equation of  $F$  with respect to time, in which both of  $F$  and  $H$  are undefined. The usual method to solve Eq. (5) is based on definition of  $f(R)$ . But in this paper we would like to replace the variable of Eq. (5) by another cosmic parameter which named redshift,  $z$ . Each redshift,  $z$  has an associated cosmic time  $t$  (the time when objects observed with redshift  $z$  emitted their light), so we can replace all the differentials with respect to  $t$  by  $z$  via:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} &= \frac{da}{dt} \frac{dz}{da} \frac{d}{dz}, \\ &= -(1+z)H(z)\frac{d}{dz}, \end{aligned} \quad (6)$$

where we use  $1+z = a_0/a$ , and we consider  $a_0 = 1$ , in the present time. Now, we can replace the variable of Eq. (5) from  $t$  to  $z$  by using Eq. (6), and we obtain a second order differential equation for  $F$  with respect to  $z$  as:

$$F'' + \frac{4H^2 + (1+z)H^{2'}}{2(1+z)H^2}F' - \frac{H^{2'}}{(1+z)H^2}F = 0. \quad (7)$$

Solution of  $F(z)$  with given ansatz of  $H(z)^2$  may help us to reconstruct modified action of  $f(R)$  gravity.

\* rsk@guilan.ac.ir

TABLE I. 157 SNeIa data sets

$H(z)^2$	$\chi^2_{min}$	$\chi^2_{min}/dof$	Best fit parameters
$1 + a_1 z$	184.77	1.18	$a_1 = 1.50 \pm 0.12$
$1 + a_1 z + a_2 z^2$	174.06	1.12	$a_1 = 0.05^{+0.07}_{-0.05}, a_2 = 2.85^{+0.34}_{-0.36}$
$1 + a_1 z + a_2 z^2 + a_3 z^3$	173.36	1.13	$a_1 = -0.70 \pm 0.20, a_2 = 6.20 \pm 0.20, a_3 = -2.83^{+0.23}_{-0.17}$

### III. OBSERVATIONAL ANALYSIS

Given a parameterizations  $H(z; a_1, \dots, a_n)$  depending on  $n$  parameters we can obtain the corresponding Hubble free luminosity distance

$$D_L^{th}(z; a_1, \dots, a_n) = (1+z) \int_0^z dz' \frac{H_0}{H(z'; a_1, \dots, a_n)}. \quad (8)$$

Using the maximum likelihood technique we can find the goodness of fit to the corresponding observed  $D_L^{obs}(z_i)$  ( $i = 1, \dots, N$ ) coming from the SNeIa of the different data sets. The observational data of the different data sets are presented as the apparent magnitudes  $m(z)$  of the SNeIa with the corresponding redshifts  $z$  and  $1\sigma$  errors  $\sigma_m(z)$  [18]. The apparent magnitude is connected to  $D_L(z)$  as

$$m(z; a_1, \dots, a_n) = \bar{M}(M, H_0) + 5 \log_{10}(D_L(z; a_1, \dots, a_n)), \quad (9)$$

Where  $\bar{M}$  is the magnitude zero point offset and depends on the absolute magnitude  $M$  and on the present Hubble parameter  $H_0$  as

$$\bar{M} = M + 5 \log_{10}\left(\frac{cH_0^{-1}}{Mpc}\right) + 25. \quad (10)$$

Goodness of fit corresponding to any set of parameters  $a_1, \dots, a_n$  is determined by the probability distribution of  $a_1, \dots, a_n$  i.e.

$$P(\bar{M}, a_1, \dots, a_n) = \mathcal{N} e^{-\chi^2(\bar{M}, a_1, \dots, a_n)/2}, \quad (11)$$

where

$$\chi^2(\bar{M}, a_1, \dots, a_n) = \sum_{i=1}^N \frac{(m^{obs}(z_i) - m^{th}(z_i; \bar{M}, a_1, \dots, a_n))^2}{\sigma_{m^{obs}(z_i)}^2} \quad (12)$$

and  $\mathcal{N}$  is a normalization factor.

It is straightforward to minimize  $\chi^2(a_1, \dots, a_n)$  using packages like Mathematica [17] to find  $\chi^2(\bar{a}_1, \dots, \bar{a}_n)$  where  $\chi^2_{min}$  is the minimum obtained for the best fit parameter values  $\bar{a}_1, \dots, \bar{a}_n$ . If  $\chi^2_{min}/(N-n) \leq 1$  the fit is good and the data are consistent with the considered model  $H(z; a_1, \dots, a_n)$ .

The variable  $\chi^2_{min}$  is random in the sense that it depends on the random data set used. Its probability distribution is a  $\chi^2$  distribution for  $N-n$  degrees of freedom. This implies that 68 percent of the random data sets will give a  $\chi^2$  such that

$$\chi^2(a_1, \dots, a_n) - \chi^2(\bar{a}_1, \dots, \bar{a}_n) \leq \Delta\chi^2_{1\sigma}(n), \quad (13)$$

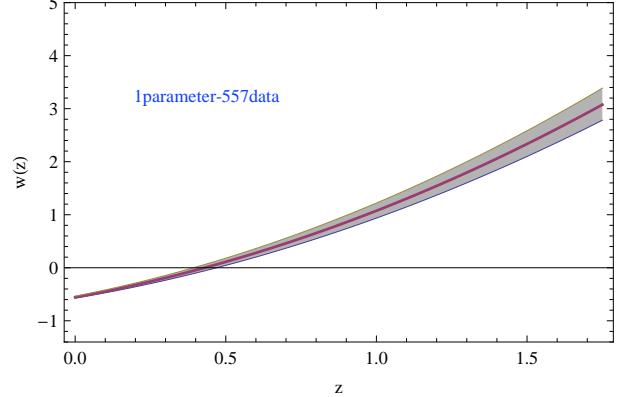


FIG. 1. Redshift dependence of the equation of state parameter  $\omega(z)$  for 1 parameter model 557 data. The thick curve is the best fit and the dark regions represent the  $1\sigma$  error regions.

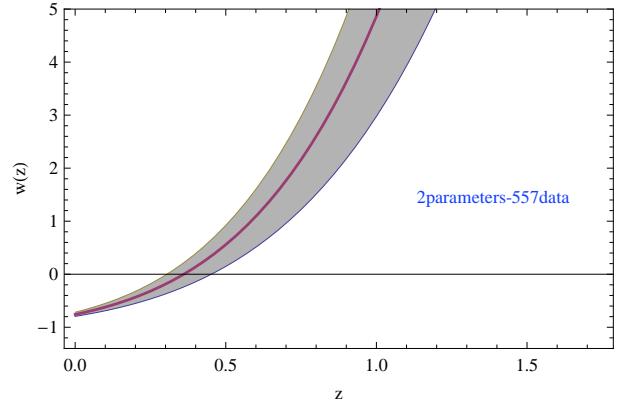


FIG. 2. Redshift dependence of the equation of state parameter  $\omega(z)$  for 2 parameters model 557 data. The thick curve is the best fit and the dark regions represent the  $1\sigma$  error regions.

where  $\Delta\chi^2_{1\sigma}(n)$  is 1 for  $n = 1$ , 2.3 for  $n = 2$ , 3.53 for  $n = 3$  and etc [18]. Thus equation defines closed ellipsoidal surfaces around  $\bar{a}_1, \dots, \bar{a}_n$  in the  $n$  dimensional parameter space.

### IV. TAYLOR EXPANSION ANALYSIS

Here we apply the above described maximum likelihood method using *Gold* [19] data sets consisting of  $N = 157$ , *Gold06* [20] data set consisting of  $N = 182$  and *Union2* [21] consisting of  $N = 557$  SNeIa. The ob-

TABLE II. 182 SNeIa data sets

$H(z)^2$	$\chi^2_{min}$	$\chi^2_{min}/dof$	Best fit parameters
$1 + a_1 z$	168.52	0.93	$a_1 = 1.71 \pm 0.09$
$1 + a_1 z + a_2 z^2$	156.58	0.85	$a_1 = 0.24 \pm 0.24, a_2 = 2.59 \pm 0.82$
$1 + a_1 z + a_2 z^2 + a_3 z^3$	156.48	0.87	$a_1 = 0.52^{+0.17}_{-0.23}, a_2 = 1.30^{+0.19}_{-0.31}, a_3 = 1.19^{+0.20}_{-0.30}$

TABLE III. 557 SNeIa data sets

$H(z)^2$	$\chi^2_{min}$	$\chi^2_{min}/dof$	Best fit parameters
$1 + a_1 z$	551.18	0.99	$a_1 = 1.33 \pm 0.06$
$1 + a_1 z + a_2 z^2$	542.94	0.98	$a_1 = 0.72^{+0.13}_{-0.11}, a_2 = 1.16^{+0.17}_{-0.28}$
$1 + a_1 z + a_2 z^2 + a_3 z^3$	541.81	0.98	$a_1 = 1.12^{+0.07}_{-0.12}, a_2 = -0.85 \pm 0.05, a_3 = 2.10^{+0.96}_{-0.10}$

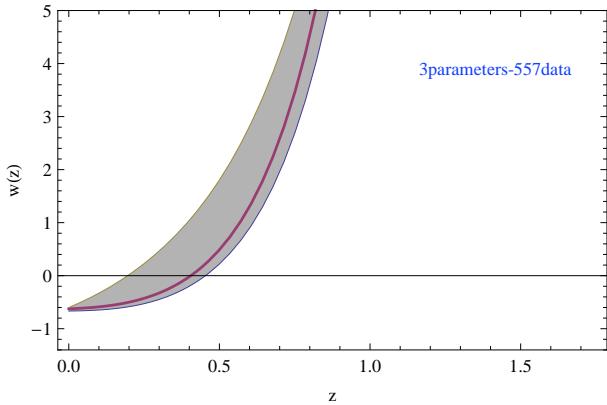


FIG. 3. Redshift dependence of the equation of state parameter  $\omega(z)$  for 2 parameters model 557 data. The thick curve is the best fit and the dark regions represent the  $1\sigma$  error regions.

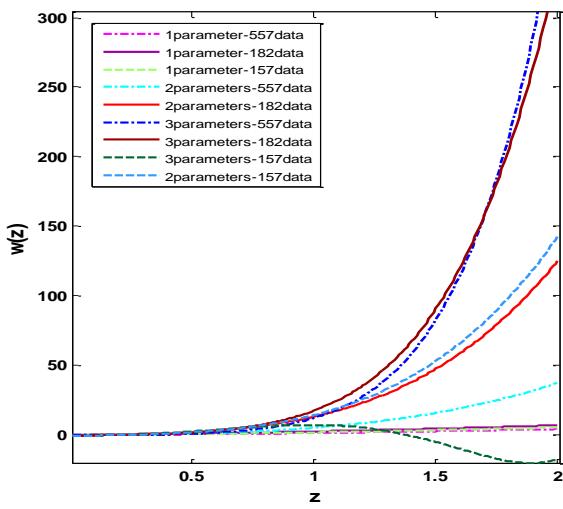


FIG. 4. Redshift dependence of the equation of state parameter for the cosmological anastz.

observational data consist of  $N$  apparent magnitudes  $m_i(z_i)$  and redshifts  $z_i$  with their corresponding errors  $\delta m_i$ . We assume an arbitrary ansatz for  $H(z)^2$  which is Taylor expansion around  $z = 0$  as

$$H(z)^2 = 1 + a_1 z + a_2 z^2 + a_3 z^3 + \dots, \quad (14)$$

where

$$a_n = \frac{1}{n!} \left. \frac{d^n H^2}{dz^n} \right|_{z=0}. \quad (15)$$

The best fit values for the parameters  $a_1$ ,  $a_2$  and  $a_3$  are found by minimizing the quantity of  $\chi^2(a_1, a_2, a_3)$ . We consider three forms of  $H(z)^2$  as one parameter model:  $H(z)^2 = 1 + a_1 z$ , two parameters model:  $H(z)^2 = 1 + a_1 z + a_2 z^2$  and three parameters model:  $H(z)^2 = 1 + a_1 z + a_2 z^2 + a_3 z^3$ . We have analyzed the best fit parameters for all three models and we have found  $1\sigma$  errors of parameters. For example for three parameters model using a dataset consisting of 557 SNeIa, we have  $\chi^2_{min} = \chi^2(a_1 = 1.1249, a_2 = -0.8553, a_3 = 2.1035) = 541.8124$ , which implies  $\chi^2_{min}/dof = 0.98$ . Since this value of  $\chi^2_{min}/dof$  is smaller than 1 we conclude that the model provided a good fit to the SNeIa data. The  $1\sigma$  errors on the predicted value of  $a_1, a_2, a_3$  are found by solving the equation

$$\chi^2(a_1(1\sigma), a_2(1\sigma), a_3(1\sigma)) - \chi^2_{min} = \Delta\chi^2_{1\sigma}(n = 3) = 3.53, \quad (16)$$

which leads to

$$a_1 = 1.12^{+0.07}_{-0.12}, a_2 = -0.85^{+0.05}_{-0.05}, a_3 = 2.10^{+0.96}_{-0.10}. \quad (17)$$

In Tables (I-III) it is compared three predicted models of  $H(z)^2$ . The dark energy properties corresponding to ansatz at best fit are described by the effective equation of state parameter  $\omega(z)$ . The form of  $\omega(z)$  defined as

$$\omega(z) = -1 + \frac{1+z}{3H^2} \frac{dH^2}{dz}. \quad (18)$$

Using the best fit form of ansatz in Eq. (18) we find the predicted form of  $\omega(z)$  which is plotted in Figs. (1-4) along with the  $1\sigma$  error regions for 557 data.

## V. RECONSTRUCTION OF $f(R)$ ACTION

In the other word, we can ask, How can we reconstruct the source action,  $f(R)$ , from solutions which obtained by a model of  $H^2(z)$ ? As a general method to reconstruct the source action we calculate Ricci scalar from

$$R = 6(\dot{H} + 2H^2), \quad (19)$$

and if we change the variable of this equation from time to redshift to have

$$R(z) = 3[4H(z)^2 - (1+z)\frac{dH(z)^2}{dz}]. \quad (20)$$

Then we calculate the related source action  $az$  as a function of  $z$  via:

$$f(z) = \int \frac{df}{dR} \frac{dR}{dz} dz, \quad (21)$$

or

$$f(z) = 3 \int F(z)[3\frac{dH(z)^2}{dz} - (1+z)\frac{d^2H(z)^2}{dz^2}] dz, \quad (22)$$

Now, eliminating  $z$  between Eq. (20) and Eq. (22) will generate the source action as a function of  $f$  with respect to  $R$ . If have analytical solutions for  $H(z)$ ,  $R(z)$  and  $f(z)$ , we can expect to have an explicit  $f(R)$  actin, otherwise the source action can only be calculated numerically.

- [1] A.G., Riess, et al., The Astronomical Journal, vol. 116, no. 3, pp. 1009, 1998.
- [2] S., Nesseris and L., Perivolaropoulos, Phys. Rev. D, 70, 043531, 2004, arXiv:astro-ph/0401556.
- [3] S., Nesseris, and L., Perivolaropoulos, arXiv:astro-ph/0511040.
- [4] R., Lazkoz, S., Nesseris and L., Perivolaropoulos, JCAP, 0511, 010, 2005, arXiv:astro-ph/053230.
- [5] L., Perivolaropoulos, arXiv:astro-ph/0601014
- [6] V., Sahni, Lect. Notes Phys., 653, 141-180, 2004, arXiv:astro-ph/0403324
- [7] G.R. Dvali, G. Gabadadze, M. Porrati, Phys. Lett. B, 485, 208, 2000; G.R. Dvali, G. Gabadadze, M. Kolanovic, F. Nitti, Phys. Rev. D, 64, 084004, 2001; G.R. Dvali, G. Gabadadze, M. Kolanovic, F. Nitti, Phys. Rev. D, 64, 024031, 2002; A. Lue, R. Scoccimarro, G. Starkman, Phys. Rev. D, 69, 044005, 2004; A. Lue, R. Scoccimarro, G. Starkman, Phys. Rev. D, 69, 124015, 2004
- [8] I. Fujii, K. Maeda, *The scalar-tensor theory of gravity*, Cambridge University Press, Cambridge (UK), 2003
- [9] P. Caresia, S. Matarrese, L. Moscardini, ApJ, 605, 21, 2004; V. Pettorino, C. Baccigalupi, G. Mangano, JCAP, 0501, 014, 2005; M. Demianski, E. Piedipalumbo, C. Rubano, C. Tortora, A&A, 454, 55, 2006
- [10] S. Capozziello, Int. J. Mod. Phys. D, 11, 483, 2002; S. Capozziello, S. Carloni, A. Troisi, Recent Research Developments in Astronomy and Astrophysics, Research Signpost Publisher, astro-ph/0303041, 2003; S. Capozziello, V.F. Cardone, S. Carloni, A. Troisi, Int. J. Mod. Phys. D, 12, 1969, 2003; S. Capozziello, V.F. Cardone, A. Troisi, Phys. Rev. D, 71, 043503, 2005; S. Carloni, P.K.S. Dunsby, S. Capozziello, A. Troisi, Class. Quant. Grav., 22, 4839, 2005
- [11] H. Kleinert and H.-J. Schmidt, Gen. Rel. Grav. 34, 1295, 2002; S. Nojiri and S.D. Odintsov, Phys. Lett. B, 576, 5, 2003; S. Nojiri and S.D. Odintsov, Mod. Phys. Lett. A, 19, 627, 2003; S. Nojiri and S.D. Odintsov, Phys. Rev. D, 68, 12352, 2003; S.M. Carroll, V. Duvvuri, M. Trodden, M. Turner, Phys. Rev. D, 70, 043528, 2004; G. Allemandi, A. Borowiec, M. Francaviglia, Phys. Rev. D 70, 103503, 2004
- [12] W. Hu and I. Sawicki, Phys. Rev. D, 76, 064004, 2007
- [13] A.A. Starobinsky, JETP Lett., 86, 157, 2007
- [14] S.A. Appleby and R.A. Battye, Phys. Lett. B, 654, 7, 2007
- [15] S. Nojiri and S.D. Odintsov, Phys. Lett. B, 652, 343, 2007
- [16] S. Tsujikawa, arXiv:0709.1391 [astro-ph],
- [17] <http://www.wolfram.com>
- [18] Press, W.H.,et.al., Numerical Recipes, Cambridge University Press 1998.
- [19] A.G., Riess, et al., [Supernova Search Team Collaboration], Astrophys. J. 607, 665, 2004
- [20] A.G. Riess, et al., Astrophys. J. 659 ,98, 2007 [arXiv:astro-ph/0611572]
- [21] R. Amanullah, et al., Astrophys. J. 716, 712, 2010, [arXiv.org:1004.1711]

## انرژی تاریک دینامیکی و نقش پارامتر کیهان‌شناسی متغیر

سیدیزدی، محدثه السادات\* - غفارنژاد، حسین\*\*

دانشگاه سمنان، دانشکده علوم پایه، گروه فیزیک، صندوق پستی ۳۶۳-۳۵۱۹۵

[\\*moh\\_seyedyazdi@yahoo.com](mailto:moh_seyedyazdi@yahoo.com)

[\\*\\*hghafarnejad@yahoo.com](mailto:**hghafarnejad@yahoo.com)

### چکیده

یکی از اهداف اصلی کیهان‌شناسی نوین تعیین دقیق معادله حالت برای انرژی تاریک است. اگر انرژی تاریک دینامیکی باشد شاخص باروتروپی  $\omega$  باید یک تغییر غیربایه‌ی با قرمگرایی را نشان دهد. این تغییر غیربایه‌ی می‌تواند نشانه‌ای از وابستگی انرژی تاریک به میدان‌های اسکالار دینامیکی باشد و در بعضی موارد این میدان‌ها می‌توانند رفتار غیربندادی داشته باشند (میدان فانتومی). مشاهدات فعلی حاکی از انرژی تاریکی هستند که با یک فاز فانتومی در نزدیکی زمان ما گسترش می‌یابد. مدل‌های دینامیکی زیادی وجود دارند که می‌کوشند این رفتار را شرح دهند. در این مقاله نشان می‌دهیم که ساده‌ترین انتخاب مدلی با جمله کیهان‌شناسی متغیر است ( $\Lambda = \Lambda(t)$ )، و اینکه همیشه عبور از مرز  $-1 = \omega$  در نزدیکی زمان ما رخ می‌دهد. همچنین نشان می‌دهیم که جفت‌شدنگی نیوتونی متغیر  $G = G(t)$  لازم است تا مانع واگرایی افت و خیز  $(t)$  شود.

### مقدمه

در چند سال گذشته فعالیت‌های آزمایشگاهی زیادی به اندازه‌گیری پارامترهای کیهانی اختصاص یافته‌اند و شواهدی در حمایت از حضور عنصر انرژی تاریک بدست داده‌اند [۱، ۲]. این مدل‌ها شامل میدان‌های اسکالار دینامیکی (اتر و مانند آن)، میدان‌های فانتومی و غیره هستند. یک مدل انرژی تاریک عام به صورت وجود یک نوع شاره شرح داده می‌شود که به وسیله چگالی انرژی بقدار  $\rho_D$  و فشار  $p_D$ ، مشخص شده و در یک معادله حالت  $p_D = \omega_D \rho_D$ ، به هم مربوط می‌شوند [۳]. یک درک رایج از انرژی تاریک ایده‌ی اتر است. با وجود مشکلات بسیار زیاد مدل‌های میدان اسکالار، آنها این مزیت را دارند که ممکن است به فهم گسترش احتمالی انرژی تاریک با زمان کم کنند. در این کار سعی بر این است که تعیین دقیقی از جمله  $\Lambda$  (در معادلات اینشنن) داشته باشیم (البته با فرض متغیر بودن آن). به تازگی یک  $\Lambda$  متغیر به صورت یک کمیت رانینگ از دیدگاه گروه بازبهنجارش پیشنهاد شده است. ما یک الگوریتم عمومی برای ساخت معادله حالت تهیه می‌کنیم و بعضی نتایج کلی را که رابطه بین مدل‌های  $\Lambda$  متغیر و مدل‌های انرژی تاریک دینامیکی را شرح می‌دهند، اثبات می‌کنیم.

### دو تصویر کیهان‌شناسی: $\Lambda$ و $G$ متغیر در برابر انرژی تاریک دینامیکی

از معادلات اینشنن در حضور جمله ثابت کیهان‌شناسی شروع می‌کنیم. سپس این امکان را در نظر می‌گیریم که  $\Lambda = \Lambda(t)$  و  $G = G(t)$  تابع‌هایی از زمان کیهانی در کیهان‌شناسی را برتسون-والکر باشند. تنها معادله حالت برای ثابت کیهان‌شناسی خواه اکیدا ثابت باشد یا متغیر  $-\rho_\Lambda = p_\Lambda$  است. می‌توانیم این مدل  $\Lambda$  متغیر را بر حسب انرژی تاریک پارامتربندي کنیم و به آن تصویر "انرژی تاریک مؤثر" از مدل  $\Lambda$  بنیادی گوییم. از تطبیق دو تصویر یک معادله حالت مؤثر برای انرژی تاریک بدست می‌آوریم  $-\rho_\Lambda = p_\Lambda$ ، که در آن شاخص باروتروپی مؤثر تابعی از قرمگرایی خواهد بود ( $\omega_e(z) = \omega_e$ ). در فضای تخت کار می‌کنیم ( $\Omega_k = 0$ ). در این صورت معادله فریدمن با

$\rho_\Lambda$  غیر صفر ( $H_\Lambda^2 = \frac{8\pi G}{3}(\rho + \rho_\Lambda)$  می‌شود. از اتحاد بیانچی و تانسور اینشتین داریم:

$$\nabla^\mu [G(T_{\mu\theta} + g_{\mu\theta}\rho_\Lambda)] = 0$$

$$\frac{d}{dt}[G(\rho + \rho_\Lambda)] + 3GH(\rho + p) = 0 \quad (1)$$

به طور کلی اگر  $\dot{\rho}$  یا  $\dot{G}$  (.) مخالف صفر باشند  $\rho$  بقا ندارد. برای حل مدل کیهانی با پارامترهای متغیر به یک مدل بنیادی نیاز است که وابستگی تابعی  $\rho_\Lambda$  و  $G$  به تابعهای کیهانی دیگر، مثل  $\rho$ ،  $p$  و  $H$  را مشخص کند. در یک مدل بنیادی که بر اساس نظریه میدان‌های کوانتومی داده می‌شود، داریم [۴]

$$\rho_\Lambda(z) = \rho_\Lambda(\rho(z), H(z), \dots) \quad G(z) = G(\rho(z), H(z), \dots) \quad (2)$$

با پذیرش این شرایط می‌خواهیم برسی کنیم که اگر معادلات اینشتین در متريک رابرتسون-والکر را با پارامترهای متغیر (۲) به عنوان نقطه شروع برای کیهان‌شناسی در نظر بگیریم چه خواص عمومی (مستقل از مدل) بدست می‌آیند. توابع (۲) معمولاً یکنواخت بوده و از مدل بنیادی معلوم هستند و معادله حالت ماده تابشی هم داده می‌شود، پس می‌توان معادله (۲) و معادله فریدمن را برای تعیین  $(\rho = \rho_\Lambda(z), \rho = \rho_\Lambda(z), \rho = \rho_\Lambda(z))$  به عنوان توابع  $G = G(z)$  را صریحی از قرمزگرایی حل کرد و پس از جانشینی آنها در معادله فریدمن، آهنگ انبساط مدل  $\Lambda$  متغیر ( $H_\Lambda^2(z)$ ) را به دست آورد. از طرف دیگر در تصویر انرژی تاریک برای چگالی ماده تابشی قانون بقای استاندارد دارد  $\dot{\rho}_s + \alpha H_D \rho_s = 0$  را داریم (اندیس  $S$  برای تاکید بر اراضی قانون خود بقای استاندارد در تصویر انرژی تاریک

است و  $\omega_m = \frac{1}{3}(1 + \omega_m)$  می‌باشد که  $\alpha = 3(1 + \omega_m)$  یا  $\omega_m = 0$  به ترتیب برای دوره‌های تابش یا ماده حاکم است.).

برای  $H_D$  با ثابت  $G_0$ ، داریم:  $H_D^2 = \frac{8\pi G}{3}(\rho_s + \rho_D)$ . چگالی انرژی تاریک هم به صورت مستقل از ماده بقا

دارد که  $\dot{\rho}_D + 3H_D(1 + \omega_e)\rho_D = 0$  است. از حل دو معادله بقای بالا داریم

$$\rho_s(z) = \rho_s(0)(1+z)^\alpha \quad \rho_D(z) = \rho_D(0)\zeta(z) \quad (3)$$

که در آن  $\zeta(z) \equiv \exp\left\{3\int_0^z dz' \frac{1 + \omega_e(z')}{1 + z'}\right\}$  است. از (۳) واضح است که اگر  $\omega_e(z) \geq -1$  باشد، پس  $\rho_D$  با

$z$  افزایش می‌باید (از این رو با انبساط کاهش می‌باید). این ویژگی اثر استاندارد است. در مقابل اگر در بعضی نقاط ( $z = z_p$ ،  $\omega_e(z) < -1$ ) باشد، چگالی انرژی تاریک با  $Z$  کاهش خواهد یافت، پس با انبساط افزایش می‌باید. این فرآیند غیرعادی علامت شکست رژیم فانتومی در بعضی بازه‌های  $z$  حول  $z_p$  است. اگر  $\rho_s(z)$  و  $\rho_D(z)$  را در تصویر انرژی تاریک جانشین کنیم آهنگ انبساط مشابهی بدست می‌آید ( $H_D^2(z)$ ).

معادله حالت مؤثر برای یک مدل عام با  $\Lambda$  و  $G$  متغیر

از شرایط تطبیق دو تصویر و نیز با استفاده از  $Hdt = \frac{-dz}{1+z}$  می‌توانیم اتحاد بیانچی عام (۱) را به صورت

$$=\frac{G(z)}{G_0}\rho_\Lambda(z)(1+z)d(\rho_s + \rho_D) = \alpha(\rho_s + \rho_D - \xi_\Lambda)dz$$

یک معادله دیفرانسیل ساده برای  $\rho_D$  بدست می‌آوریم

$$\frac{d\rho_D(z)}{dz} = \alpha \frac{\rho_D(z) - \xi_\Lambda(z)}{1+z} \quad (4)$$

این معادله برای تحلیل تصویر انرژی تاریک مؤثر مفید است؛ رژیم اتری برای  $0 < \frac{d\rho_D(z)}{dz} < 0$  رخ می‌دهد، یعنی برای

$\xi_\Lambda > \rho_D$ ، در حالی که رژیم فانتومی با  $0 < \frac{d\rho_D(z)}{dz} < \xi_\Lambda$  مشخص می‌شود. اگر شرایطی را بررسی کنیم که توابع  $\rho_D(z)$  و  $\xi_\Lambda(z)$  بتوانند بسیار محدود به نقاط نزدیک زمان ما باشند برای هر  $(z)$  می‌توانیم از معادله (4) داریم

$$\omega_e(z) = -1 + \frac{\alpha}{3} \left(1 - \frac{\xi_\Lambda(z)}{\rho_D(z)}\right) \quad (5)$$

که تنها با داشتن  $\xi_\Lambda$  تخمین سر راستی از  $\omega_e$  را فراهم می‌کند.

رفتار اتری یا فانتومی مؤثر مدل‌هایی با  $\Lambda$  و  $G$  متغیر

اگر معادله (4) را بازنویسی کنیم برای  $\rho_D(z)$  خواهیم داشت

$$\rho_D(z) = \xi_\Lambda(z) - (1+z)^\alpha \int_{z^*}^z \frac{dz}{(1+z)^\alpha} \frac{d\xi_\Lambda(z)}{dz} \quad (6)$$

و  $z^*$  نقطه ایست که در آن  $\rho_D(z^*) = \xi_\Lambda(z^*)$  می‌باشد. از شرایط تطبیق دو تصویر و با کمک اتحاد بیانچی عام (1) می‌توان نشان داد که  $z^*$  همیشه نزدیک زمان حال ماست، یعنی در گذشته نزدیک ما، در آینده نزدیک یا در  $z^* = 0$ . در هر صورت  $z^* \approx 0$  وجود دارد و یک دسته‌بندی موضعی بین فاز اتری و فاز فانتومی نشان می‌دهد.

شب تاب  $\rho_D$  چنین است

$$\frac{d\rho_D(z)}{dz} = -\alpha(1+z)^{\alpha-1} \int_{z^*}^z \frac{dz}{(1+z)^\alpha} \frac{d\xi_\Lambda(z)}{dz} \quad (7)$$

اگر فرض کنیم  $\xi_\Lambda$  در بازه‌هایی شامل  $z^*$  با نقاط مرجع  $z_1 = z$  یکنواخت است آنگاه طبق (7) هم

یکنواخت خواهد بود؛ به طور خلاصه این حالت‌ها را داریم: اگر  $\frac{d\xi_\Lambda}{dz} < 0$  باشد، آنگاه

اگر  $\frac{d\rho_D}{dz} > 0$  می‌شود، و این یعنی انرژی تاریک در  $z_1$  به صورت فانتومی (اتری) ظاهر می‌شود. اما

اگر  $\frac{d\rho_D}{dz} < 0$  می‌شود، آنگاه  $\frac{d\xi_\Lambda}{dz} < 0$  یعنی انرژی تاریک در

$z_1$  به صورت اتری (فانتومی) ظاهر می‌شود. از معادله (1) با فرض  $G = G(t)$  و بقای ماده داریم:

$$\frac{d\xi_\Lambda}{dt} = -\frac{\rho}{G_0} \frac{dG}{dt}. \text{ در این مورد اگر } G(t) \text{ یکنواخت باشد (7) هم هست پس از (7) بدست می‌آوریم:}$$

$$\frac{d\rho_D}{dz} = \alpha(1+z)^{\alpha-1} \frac{\rho(0)}{G_0} [G(z) - G(z^*)]$$

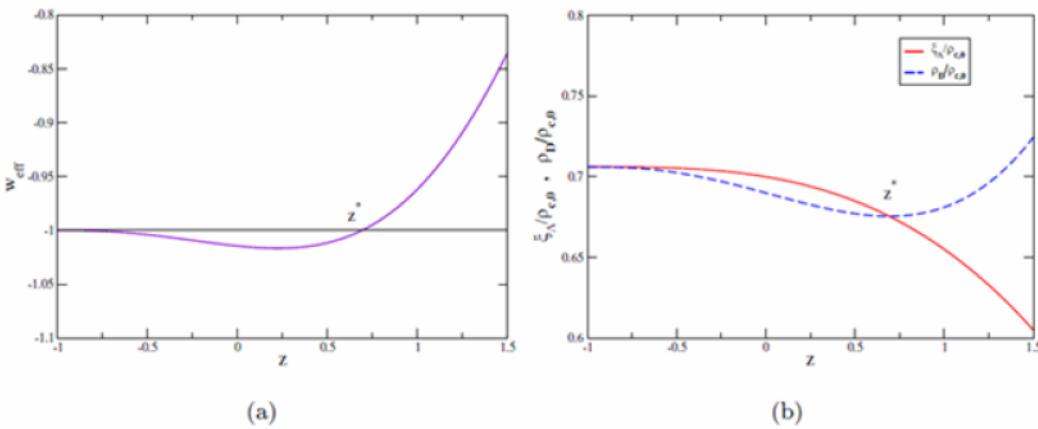
یابد یعنی رفتار اتری را مشاهده می‌کنیم. در حالی که اگر  $G$  با  $z$  افزایش یابد در این بازه رفتار فانتومی داریم.

مثال: مدل گروه بازه‌نگارش با  $\rho_\Lambda$  رانینگ

اگر فرض کنیم که ثابت  $G = 0$  و  $\dot{\rho}_\Lambda + \dot{\rho} + 3H(\rho + p) = 0$  باشد، برای اتحاد بیانچی داریم:

$$C_0 = \rho_\Lambda^0 - \frac{3g}{8\pi} M_p^2 H_0^2 = C_0 + C_1 H^2(z)$$

در این مدل معادله (۲) می‌شود:  $\dot{\rho}_\Lambda = G$  و  $\rho_\Lambda(z) = C_0 + C_1 H^2(z)$ ، و در آن  $C_1 = \frac{3g}{8\pi} M_p^2$  است. این مدل یک پارامتر منفرد  $g$  دارد که به صورت مربع نسبت جرم میدان‌های با انرژی بالا به جرم پلانک تعیین می‌شود. با استفاده از معادلات بالا و معادله فریدمن این مدل به طور صریح حل می‌شود و توابع  $H$ ،  $\rho$  و  $\rho_\Lambda$  بدست می‌آیند. بعد از حل مدل،  $\omega_e(z)$  معلوم است (بدیهی است که در این مثال  $\omega_e(z) = \rho_\Lambda(z, g)$  مربوط به این مدل با استفاده از معادله (۵) بدست می‌آید).



نمودار ۱: (a) نمودار عددی پارامتر معادله حالت مؤثر( $\omega_e$ )، معادله (۵)، به صورت تابعی از قرمزگاری است.  $z^*$  نقطه عبور از "مرز"  $\omega_e = -1$  است. (b) مقایسه تحول و قطع (در  $z^* = z^*$ ) تابع چگالی  $\rho_\Lambda$  و  $\rho_D$  در دو تصویر، در واحدهای چگالی بحرانی در زمان حال است.

وجود نقطه قطع  $z^* = -1$  ( $\omega_e(z^*) = -1$ ) (نمودار ۱ را ببینید). که در آن معادله حالت مؤثر ممکن است در نزدیکی زمان ما از رفتار اترگونه به فانتوم‌گونه تغییر کند یک نتیجه عام برای همه مدل‌ها با پارامترهای کیهانی متغیر است.

### نتیجه گیری

به طور خلاصه، نشان داده‌ایم که یک مدل با  $G$  متغیر به یک معادله حالت مؤثر با شاخص باروتropی غیربدیهی منجر می‌شود. چنین مدلی می‌تواند یک مدل انرژی تاریک دینامیکی را معرفی کند و به عنوان اتر یا حتی انرژی فانتومی ظاهر شود. به علاوه، اثبات کردہ‌ایم که همیشه یک نقطه  $z^*$  نزدیک  $z = 0$  وجود دارد که در آن  $\omega_e(z^*) = -1$  است. از آن جا که نتایج ما مستقل از مدل هستند پس دسته بزرگی از مدل‌های  $(\rho_\Lambda, G)$  متغیر می‌توانند تحول مشاهده شده انرژی تاریک را بدون نیاز به حل دقیق معادلات دینامیکی یک مدل خاص مرکب از اتر یا انرژی فانتومی شرح دهند.

### مراجع

- [1] M. Tegmark et al., Phys. Rev. D **69**, 103501 (2004).
- [2] WMAP Collab.: <http://map.gsfc.nasa.gov/>.
- [3] J. Sola and H. Stefancic, Mod. Phys. Lett. A **21**, 479 (2006).
- [4] N. D. Birrell and P. C. W. Davies, Quantum Fields in Curved Space (Cambridge Univ. Press, 1982)

## رساله عزالدین زنجانی در کاربرد اسطرلاب

باقری، محمد<sup>۱</sup> قنبرزاده، معصومه<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup>پژوهشکاره تاریخ علم دانشگاه تهران

<sup>۲</sup>دانشگاه زنجان

### چکیده

عزالدین زنجانی ریاضیدان و منجم نامدار ایرانی رساله ای در شرح طرز کار اسطرلاب دارد که شامل ۲۱ فصل است و در آن کاربرد های گوناگون این ابزار را بیان نموده است. اسطرلاب در اندازه گیری های نجومی کاربرد وسیع و متنوعی دارد. در این مقاله رساله عمل اسطرلاب عزالدین زنجانی معرفی می شود.

### مقدمه

عز الدین عبد الوهاب ابراهیم بن خزرجی (یا خرقی) زنجانی ریاضیدان و اخترشناس نامدار ایرانی است که در سال ۶۶۰ هجری قمری درگذشته است. از زندگی او اطلاع چندانی در دست نیست، می دانیم که بخشی از زندگیش را در موصل، بغداد و تبریز گذرانده است. او معاصر و معاشر خواجه نصیرالدین طوسی بود و نصیرالدین طوسی رساله تذکره در علم هیئت خود را به خواهش او نوشت.

اکنون که در زادگاه وی همایشی درباره نجوم برگزار می شود، خوشوقتیم که در هفتصدوپنجمین سال درگذشت او یکی از آثار علمی اش را معرفی کنیم، امیدواریم سایر آثار باقیمانده او نیز به تدریج بررسی، معرفی، ترجمه، تحلیل و سرانجام منتشر شود.

### نگاهی به آثار علمی عزالدین زنجانی

همه آثار باقی مانده از عزالدین زنجانی به عربی است که زبان علمی رایج در آن روزگار بود. غیر از رساله اسطرلاب او که در این مقاله بررسی می شود چند رساله ریاضی از او می شناسیم:

#### ۱- رساله الوفق النام

این رساله درباره مربع های وفقی (جادویی) است. اینها مربع های  $n \times n$  هستند که اعداد صحیح از ۱ تا

$n^2$  در آنها طوری نوشته شده که مجموع سطرها و ستون ها و قطرها برابر باشد.(جدول ۱)

جدول ۱: مربع جادویی  $3 \times 3$

۸	۱	۶
۳	۵	۷
۴	۹	۲

J.Sesiano در سوئیس منتشر کرده است.

این رساله را پروفسور ژاک سزیانو

عمادالدین کاشانی این رساله را با عنوان اعداد و اوفاق به فارسی ترجمه کرده است. وجود نسخه ای خطی از این ترجمه فارسی در زنجان گزارش شده ولی تاکنون خود نسخه یافت نشده است.

#### ۲- قسطاس العماد له فی علم الجبر والمقابلة

از این رساله نسخه ای در کتابخانه موزه توپکاپی استانبول موجود است. زنجانی در این رساله جدول عددی مشهور به مثلث پاسکال را که شامل ضریب های بسط دوجمله ای  $(a+b)^n$  است، آورده است.

### ۳- عمله الحساب

از این رساله نیز نسخه ای خطی در کتابخانه موزه توپکاپی موجود است.

### ۴- کتاب البرهان

از این اثر زنجانی نسخه ای باقی نمانده است.

### رساله عمل اسطرلاپ عزالدین زنجانی

رساله عمل اسطرلاپ زنجانی یکی از پرشمار رساله های مربوط به اسطرلاپ است که در دوره اسلامی تأثیف شده است. این رساله شامل ۲۱ فصل است که عنوانین آن به قرار زیرند:

- ۱- نام ها و اصطلاح ها
- ۲- اندازه گیری ارتفاع خورشید و سیارات و ستارگان
- ۳- تعیین ظل و ارتفاع از یکدیگر
- ۴- تعیین طالع از ارتفاع خورشید یا سیارات و ستارگان
- ۵- تعیین ساعت های گذشته از شب یا روز
- ۶- تعیین طول روز و شب (بر حسب ساعت)
- ۷- تعیین ساعت از طالع و طالع از آن (ساعت)
- ۸- تعیین طالع از وتد دیگر
- ۹- تعیین طالع تحويل
- ۱۰- مساوی ساختن خانه های دوازده گانه (دایره البروج)
- ۱۱- تعیین وقت طلوع ستاره یا سیاره و غروب آن در شب یا روز
- ۱۲- تعیین اختلاف بین روز و شب در شهر (ها) و در مکان های واقع بر خط استوا
- ۱۳- تعیین مطالع درجه های برج ها
- ۱۴- تعیین درجه های برج ها از مطالع
- ۱۵- تعیین میل خورشید
- ۱۶- تعیین عرض (جغرافیایی) شهر(ها)
- ۱۷- تعیین آغاز وقت (نماز) عصر
- ۱۸- تعیین عرض رود یا فاصله ای بر زمین وقتی بین مساح و هدف مانع موجود باشد
- ۱۹- تعیین عمق چاه
- ۲۰- تعیین طول مناره یا دیوار(?) یا ارتفاع کوه یا غیر آن وقتی بتوان به پای آن رسید
- ۲۱- تعیین طول مناره یا دیوار(?) یا ارتفاع کوه یا غیر آن وقتی نتوان به پای آن رسید

ترجمه بخشی از قسمت آغازین رساله بدین قرار است: "این مختصری است در طرز کار اسطرلاپ شامل ۲۱ فصل؛ در فصل نخست چنین آمده است: اسطرلاپ آلتی یونانی است و نام آن اسطرلابون یعنی آینه ستارگان، به همین علت حمزه

اصفهانی او را آینه ستاره یاب ترجمه کرده است و گفته اند که معنای آن ترازوی آفتاب است، زیرا اسطر به زبان یونانی به معنای ترازو و لاب به معنی خورشید است و چیزهای دیگر هم گفته اند و با این ابزار می توان زمان را سنجید و بسیار اندازه گیری های دیگر نیز می توان انجام داد.

هم چنان که در متن آمده است اسطرلاپ در یونان باستان ابداع شده است و به به تمدن اسلامی راه یافته. دانشمندان دوره اسلامی انواع تازه تر و کامل تری از اسطرلاپ ابداع کردند. رساله های زیادی هم به فارسی و عربی در ساخت و کاربرد اسطرلاپ تدوین شد که برخی از آنها انتشار یافته است. گفتنی است رساله اسطرلاپ زنجانی، تنها کاربرد این ابزار شرح می دهد.

از اسطرلاپ در موارد گوناگونی استفاده کرده اند از جمله در تعیین ارتفاع اجرام آسمانی، تعیین جهت قبله، محاسبه میل خورشید، اندازه گیری طول روز، تعیین طول و عرض جغرافیایی محل، تنظیم تقویم سیارات و... علاوه بر کاربرد نجومی این وسیله در تعیین ارتفاع چاه و قنات نیز کارآمد است.

از مهم ترین اجزاء اسطرلاپ /م یا بدنه آن است که شامل پنج جزء می باشد که عبارتند از علاقه، حلقه، عروه، کرسی و حجره. ام اغلب از جنس فلز است و بر هر دو روی آن خطوطی نقش بسته اند. از دیگر اجزاء اسطرلاپ صحیفه است که شامل دوازده مهم آسمان است، جزء دیگر عنکبوت است که مانند شبکه ای است شامل نقاط نوک تیز که هر یک نشانگر ستاره ای پرنور در آسمان است. قطعه دیگر اسطرلاپ عضاده است که به وسیله آن ارتفاع ستاره اندازه گیری می شود.

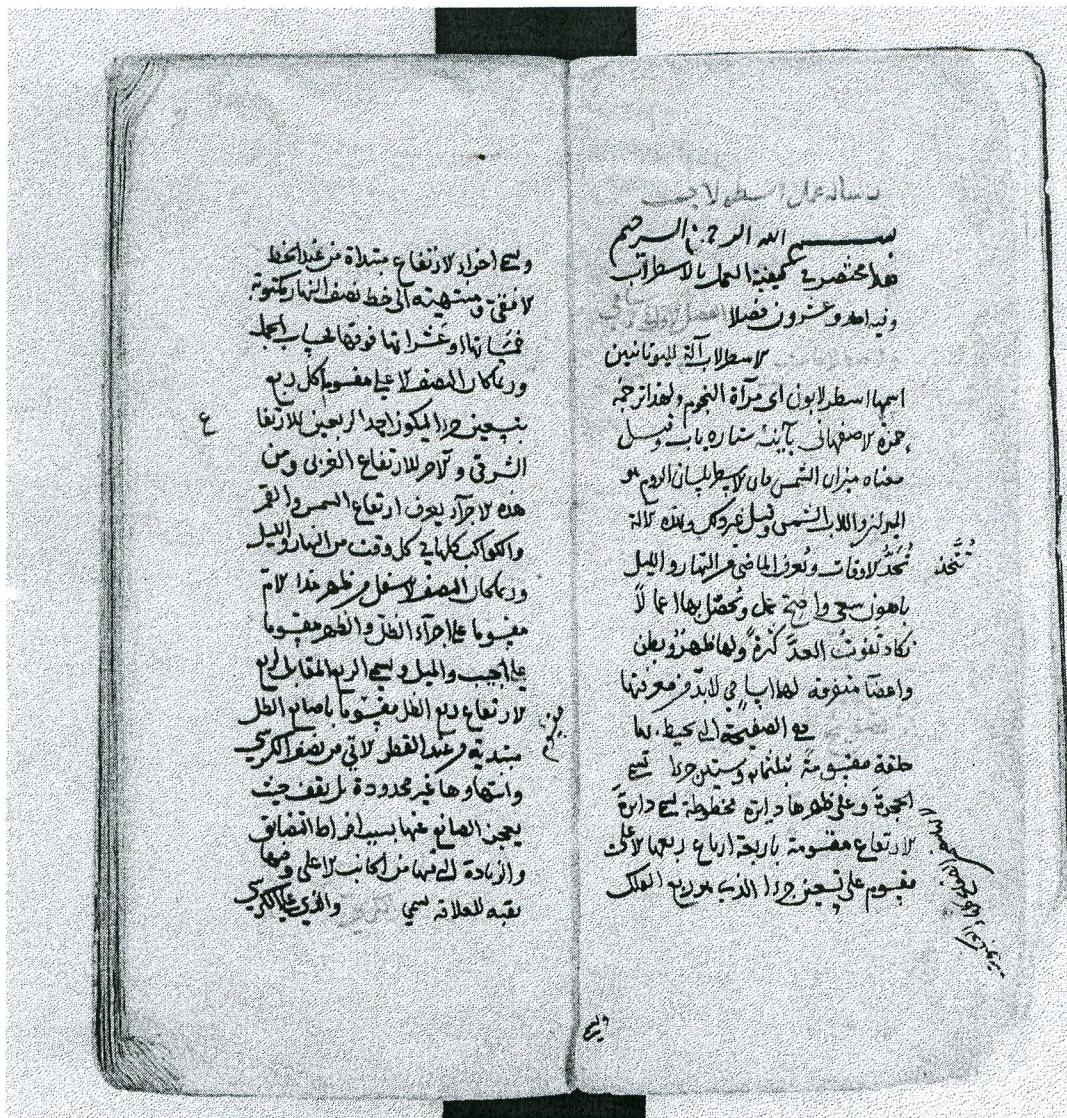
ادبا و شاعران نیز از کاربرد این ابزار بی نصیب نمانده اند، چنانکه مولانا فرموده است:

علت عاشق ز علت ها جداست      عشق اسطرلاپ اسرار خداست

و در فيه ما فيه آورده است: "آدمی اسطرلاپ حق است، منجمی باید که اسطرلاپ را بداند. تره فروش یا بقال اگرچه اسطرلاپ دارد، اما از آن چه فایده گیرد و به آن اسطرلاپ چه داند احوال افلاک را و دوران و برجها و تأثیرات انقلابی را الی غیر ذلک؟ پس اسطرلاپ در حق منجم سودمند است که: من عرفه نفسه فقد عرفه ربّه.

همچنانکه این اسطرلاپ مسین آینه افلاک است، وجود آدمی - که ولقد کرمانا بنی آدم...- اسطرلاپ حق است: چون او را حق تعالی به خود عالم و آشنا کرده باشد، از اسطرلاپ وجود خود تجلی حق را و جمال بی چون را دم به دم و لمحه به لمحه می بیند، و هرگز آن جمال ازین آینه خالی نباشد."

زنجانی در پایان ۲۱ فصل رساله خود چنین می نویسد: "اکنون که به اینجا رسیدیم سخن را به پایان می بریم و به افراد زیرک از آنچه گفتم روش های زیادی را برای کارهای مختلف فرا می گیرند و افراد کندزن (بلید) با چندین برابر این هم چیزی یاد نمی گیرند و سپاس خدای را که پروردگار دو جهان است و صلات و سلام بر پیامبر." سپس کاتب می افزاید: "به پایان رسید این مختصر از تأییفات مرحوم عزالدین عبدالوهاب بن ابراهیم عبدالوهاب الخرقی الزنجانی.



شکل ۱: تصویر صفحه نخست رسالت عمل اسطرلاپ

منابع:

- نسخه خطی شماره Or.193 کتابخانه دانشگاه لیدن هلند.
- زندگینامه ریاضیدانان دوره اسلامی، ابوالقاسم قربانی، تهران، ۱۳۶۵.
- گزیده فیه ما فیه (مقالات مولانا)، تلحیص و مقدمه و شرح حسین محی الدین الهی قمشه ای، تهران، ۱۳۸۲.

## CHANGES MASS AND THERE THIRD BODY IN THE ECLIPSING BINARY SYSTEM GO CYG

Mohammad Farahi Nejad<sup>1</sup>, Abbas Abedi<sup>1</sup>, Fakhruddin Akbarian<sup>1</sup>, Marzieh Mostafayi<sup>1</sup>, Smaneh Abbasi<sup>1</sup>, Behjat Zarei<sup>1</sup>, Hamid Reza Gholamhoseinpoor<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Department of Physics, Faculty of Science, University of Birjand

In this paper, by using the curve O-C was minimum primary and secondary eclipsing binary GO Cyg, a new period of this system is determined. With attribution to the O-C curves of the periodic gradient of light - time effect period triplet system, its orbital parameters and minimum mass of the third body and a semimajor axis for the first time to be determined.

With examines the various modes of mass transfer eclipsing binary system GO Cyg let's examine each step in the transfer or loss the mass we calculate and we show the mass conservation is violated in this system.

### I. INTRODUCTION

GO Cyg an eclipsing binary star or an eclipsing variable of the  $\beta$  lyra with  $p=0.71$  day, this system by Schneller (1928) discovered by Kukarkin (1929) among short-period binary star was classified. The first time Pearce (1933) Spectroscopy and the system has done to spectral  $A_{0n}$  and  $B_{9n}$  it has proposed for. According Sezer and others (1985) and Edalati Atighi (1997), GO Cyg a eclipsing binary system semi-detached, primary component of the Roach to fill in the secondary component mass transfer to the threshold Roach lobe is his. according to the curve (O-C), (The Zabinihpoor and Others 2003), the Wind Star Talk effective mass transfer of know and conservation mass this system disapprove.

### II. THE OBSERVATIONS

GO Cyg binary star photometry during 14 nights in the months of August and October 2010 using the Schmidt Kasgryan telescope 14 inches observatory doctor Mojtabedi University of Birjand in V and B filter with Photometers ssp5A been done. BD +35.4180 The photometry used as the comparison star is located. The data reduction conducted with program REDWIP and orbital phase to calculate the horoscope of a linear system announced by Sezer (1985) is used (1).

$$HJD(\text{Min}) = 2455417.44727 + 0.71776707\varepsilon \quad (1)$$

Light curves obtained are shown in Figure 1. With fitting Lorentz functions on the data, time minima was based heliocentric Julian dates determined. These values are presented in a Table I.

### III. DETERMINATION PERIOD

Times minima set GO Cyg using existing Gateway site was five times that our primary and secondary minima

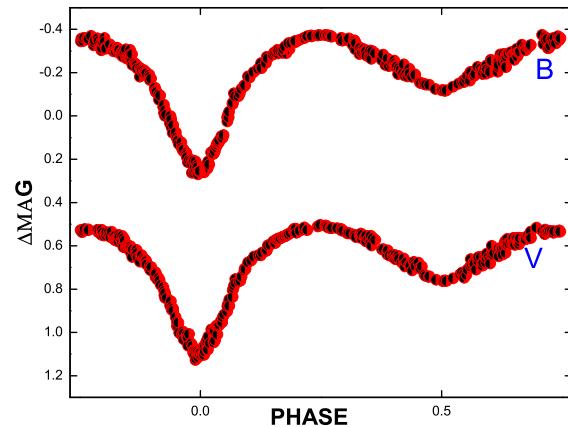


FIG. 1. The observed light curves of GO Cyg binary system.

HJD	Error	Minimum
2455417.44727	0.000355	I
2455420.31820	0.000457	I
2455411.35852	0.00317	II
2455416.36817	0.001820	II
2455480.24810	0.001080	II

TABLE I. Photometric minima times of GO Cyg in filter B

were observed (Table I), and using linear ephemeris by Sezer (1985) was announced. Curve (O-C) according to the number of full periodic system, we have plotted in Figure 2. During the first stage of matching quadratic function on data (O-C), the coefficients of this quadratic function, we determine, in Table II values of these coefficients is given. Using these coefficients the period and gradient the period we determine. thus the new system ephemeris be expressed as follows(2-9):

$$\Delta T(\varepsilon) = \sum c_j \varepsilon^j, \quad (2)$$

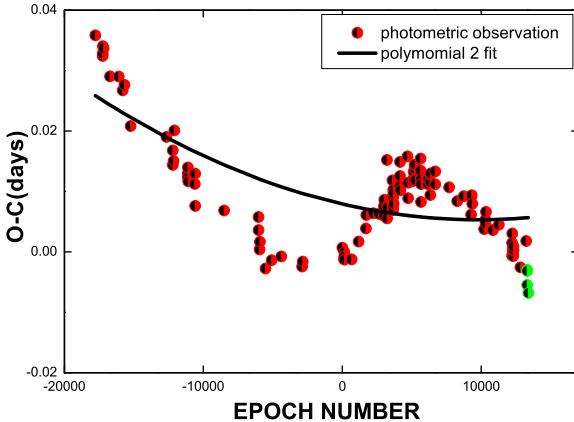


FIG. 2. curve O-C, GO Cyg with best matches share its o-c.

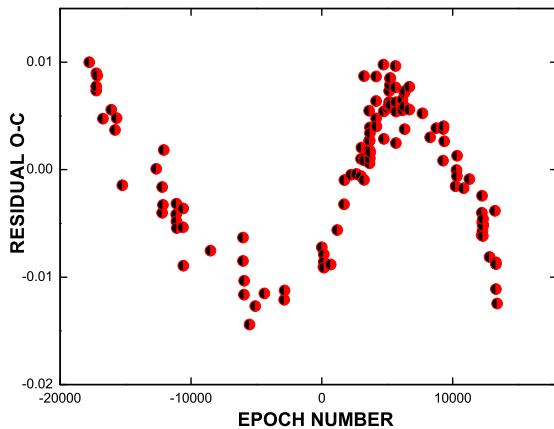


FIG. 3. curve remainder, after deduction of share data of o-c.

$$p(\varepsilon) = T_{obs}(\varepsilon) - T_{obs}(\varepsilon - 1) = p_{le} + \sum c_j \varepsilon^j - \sum c_j (\varepsilon - 1)^j, \quad (3)$$

$$\frac{dp}{d\varepsilon} = \sum c_j j \varepsilon^{j-1} + \sum c_j j (\varepsilon - 1)^{j-1} \quad (4)$$

$$= \sum c_{j+1} (j+1) \varepsilon^j + \sum c_{j+1} (j+1) (\varepsilon - 1)^j, \quad (5)$$

$$\frac{dp}{dt} = \dot{p} = \frac{dp}{d\varepsilon} \frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{p_{le}} \frac{dp}{d\varepsilon} \quad (6)$$

To determine the period and gradient in a quadratic function to consider, then we have simple relations:

$$\dot{p} = 2 \frac{c_2}{p_{le}} = 6.289 \times 10^{-11} \frac{1}{day} \quad (7)$$

$$P = 0.717767098 day \quad (8)$$

Coefficient	Value	Error
$C_0$	0.00816	$8.84835 \times 10^{-4}$
$C_1$	$-5.71975 \times 10^{-7}$	$7.03372 \times 10^{-8}$
$C_2$	$2.25702 \times 10^{-11}$	$7.55481 \times 10^{-12}$

TABLE II. - The coefficients of this quadratic function matches on o-c curve

$$HJD(Min) = 2455417.44727 + 0.717767098\varepsilon \quad (9)$$

We Also helping the orbital inclination  $i$ , this system of analysis brought to the light curve and spectroscopy using the Holmgren had done in 1988, following equation (Hilditch 2001), the absolute masses we have determined the two stars (Farahi Nejad and Abedi 2011)(10 -11),

$$m_{12}(\sin i)^3 = (1.0361 \times 10^{-7})(1 - e^2)^{\frac{2}{3}}(k_1 + k_2)^2 k_{12} PM_{\odot} \quad (10)$$

$$M_1 = 2.84 M_{\odot}, M_2 = 1.21 M_{\odot}, \quad (11)$$

We gradient in the period of implementation of the quadratic function, we obtained the mass transfer from the primary star Roach fill your lobe than we are. The overall relationship between Gradient changes and the relative changes of the period and is as follows(Hilditch 2001):

$$\frac{\dot{p}}{p} = -\frac{2\dot{m}}{m_1 + m_2} - \frac{3\dot{m}_2(m_1 - m_2)}{m_1 m_2} + 3K \quad (12)$$

The K, coefficient of magnetic braking or gravitational-waves, and  $\dot{m}$  in the system is a mass gradient assuming zero of K, both overall situation may occur:

1-Conservative mass transfer

In this case all the mass transferred from the  $m_1$  with  $m_2$  reaches of any offense is not outside the system. In this case:

$$\dot{m} = 0, \dot{m}_1 = -\dot{m}_2 \quad (13)$$

Considering the absolute amount of component masses and the above formula we have

$$\frac{\dot{p}}{p} = -\frac{3\dot{m}_2(m_1 - m_2)}{m_1 m_2} \longrightarrow \dot{m}_1 = -\dot{m}_2 = 2.2 \times 10^{-8} \frac{M_{\odot}}{year} \quad (14)$$

2-Non-conservative mass transfer

A - loss mass:

If the wind out of a state to consider namely out of all the mass  $m_1$  is completely out of the system, and what this is not mass transferred to the second star. In this case we have:

$$\dot{m} = -\dot{m}_1 < 0, \dot{m}_2 = 0 \quad (15)$$

Considering the absolute amount of component masses and the above formula we have:

$$\frac{\dot{p}}{p} = -\frac{2\dot{m}}{m_1 + m_2} \rightarrow \dot{m} = 6.4 \times 10^{-8} \frac{M_\odot}{\text{year}} \quad (16)$$

B - loss and mass transfer:

If part of the mass transferred out of the  $m_1$  and  $m_2$  be out the rest of the system:

$$\dot{m} < 0, \dot{m}_1 < 0, \dot{m}_2 > 0 \quad (17)$$

according to the amount of Component masses and absolute formula we have:

$$\frac{\dot{p}}{p} = -\frac{2\dot{m}}{m_1 + m_2} - \frac{3\dot{m}_2(m_1 - m_2)}{m_1 m_2} \rightarrow \dot{m}_2 = -0.347\dot{m} \quad (18)$$

#### IV. PROBABILITY OF THE THIRD BODY

After the deductible contribution data from the data matches on (o-c), the remaining values chart in Figure 3 is marked, indicate periodic changes that may effect light - time the third body is present. Thus Using Irwin 1952, Hilditch 2001 to determine the parameters triplet system we measure . Beginning with software period o4, the period, and to help Lorentz functions best fit on the data remains on the Mount,  $\tau_{max}, \tau_{min}$ , we have obtained. Then by giving different amounts of eccentricity, e and longitude of periastron,  $\omega$  than the best curve theory based on the data remaining to help the eye acted, then using the software origin 8 and the function of light - time, quantity e,  $\omega$  release Put to best adapt the software to do Thus values of k, e,  $\omega$ , along with an error standard to help the software is obtained in Table III are written. Figure 4 charts the remaining data O-C, with the best curve theory matches on the show(19 - 20).

$$k = \frac{1}{2}(\tau_{max} - \tau_{min}) = \frac{a_{12} \sin i \sqrt{1 - (e \cos \omega)^2}}{2.59 \times 10^{10}} \quad (19)$$

$$\tau = k \frac{1}{\sqrt{1 - (e \cos \omega)^2}} \left( \frac{1 - e^2}{1 + e \cos \vartheta} \sin(\vartheta + \omega) + e \sin \omega \right) \quad (20)$$

Support values obtained, the third body mass and semimajor axis for different values of orbital inclination orbit triplet system we have determined that the amounts are given in Table IV (21 - 22).

$$\frac{(m_3 \sin i)^3}{(m_1 + m_2 + m_3)^2} = \frac{4\pi^2}{Gp^2} (a_{12} \sin i)^3 \quad (21)$$

$$\frac{m_3}{(m_1 + m_2)} = \frac{a_{12}}{a_3} \quad (22)$$

Parameter	Value	Error - standard
$p(\text{yr})$	45.73	—
$T(HJD)$	2433323	—
$K(\text{days})$	0.00952	—
$e$	0.299	0.02
$\omega(\text{deg})$	77.6	0.02
$a_{12} \sin i(\text{km})$	$3.48 \times 10^7$	—

TABLE III. orbit parameters triplet System .

i(deg)	$M_3(M_\odot)$	$a_{12}(AU)$	$a_3(AU)$
10	0.2787	1.34	20.24
20	0.1385	0.68	20.20
30	0.0940	0.47	20.19
40	0.0729	0.36	20.17
50	0.0611	0.30	20.16
60	0.0540	0.27	20.14
70	0.0497	0.25	20.07
80	0.0474	0.24	19.92

TABLE IV. parameters triplet System.

#### V. DISCUSSION

1- Due to positive gradient period binary system can be concluded that this change can be caused by mass transfer or loss of system or loss is the angular momentum. Third body mass so low that there is no possibility of star formation and if the maximum mass of stars that orbit 10 degrees inclination is obtained to consider, most likely this star is located on the main sequence. Due to its mass, and tables, the  $M_5$  is a spectral category, the brightness of about 0.011 will be the sun brightness and thus, according to its distance from the binary orbital, practically affect the star light, on binary system light curve does not. Therefore, values obtained for the third object can be confirmed. To ensure the values obtained, the final remnants of the final curve of the rest have stayed differentiation level is obtained we draw (Fig. 5). A random scattering of data around the horizontal line passing through zero specifies that parameters are set correctly.

2-conservative mass transfer mode, considering the fact that GO Cyg is a system of semi-detach primary component has filled his Roach lobe after being should be secondary to the mass transfer, and mass  $M_1$  should be declining. If the value obtained for  $\dot{m}_1$  positive. Therefore conservative mass transfer mode is not possible.

A: mass loss:

Considering that some of the star category range B, are stellar winds, and the primary star spectral,  $A_0$  and  $B_9$  is proposed, the possibility that these stars have stellar winds,with gradient  $\dot{m} = \dot{m}_1 = 6.4 \times 10^{-8} \frac{M_\odot}{\text{year}}$  mass lose.

B: loss and mass transfer:

It is likely that part of the mass of  $m_1$  transferred through the Lagrangian point  $L_1$ , to  $m_2$  and the rest

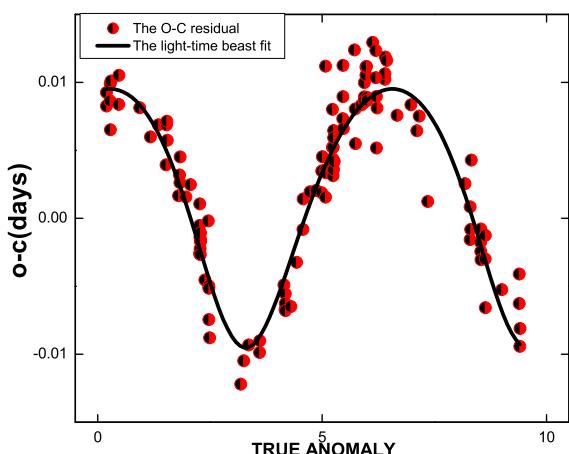


FIG. 4. Graph the data remains the o-c with best light - time curve matches it.

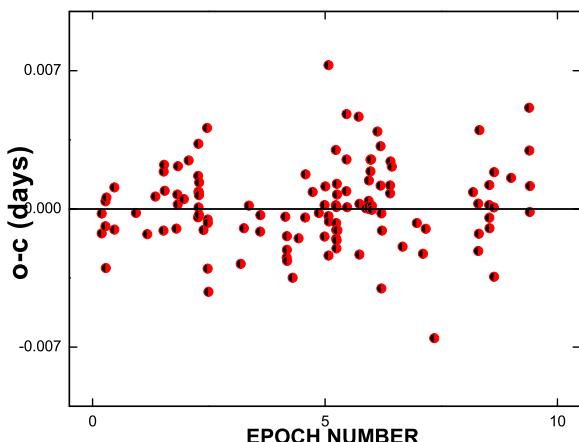


FIG. 5. : Final distribution of the remaining o-c data around the horizontal line that passes through the origin.

come from the Lagrangian point  $L_2$ , the system is off.

In the case of  $K \neq 0$ , the values should be calculated including the value of K.

## VI. REFERENCES

- [1]-M.T.Edalati and .M.Atighi" Photometric Observation and Light Curves of GO Cygni "Astrophysic and Space Science", Volume 253, Issue 1, pp 107 - 117 (1997),
- [2]-J.B.Irwin"The Determination of Light - Time Orbit." Astrophysical Journal, Vol.116,pp211,
- [3]-C.Sezer;O.Gulmen;N.Gudur" photometry and analysis of the eclipsing variable GO Cygni" Astrophysics and space Science, vol.203, no. 1, p. 121 - 133 (1993),
- [4]-S.M.Zabinihinpoor;A.Dariush;N.Riazi.(2006) "Photometric observation and Period Study of GO Cygni".Astrophys.space Sci.253,107. Sci27,302,
- [5]-R.W.Hilditch(2000)"Introduction to Close Binary Stars" Cambridge University Press.Scotland,P.42,209,

[6]-M.Farahinejad; A.Abedi; F.Akbarian; S.Abbasi; M. Mostafayi; B.Zarei; F.Zeraatgary"Photometric Observation and Light Curves of GO Cygni " conference Zahedan Iran (2011),

## Study of the eclipse minima's O-C curve of eclipsing binary RT Andromedae

Mostafaei, M. Abedi, A. Zarei, B. zraatgari, F.Z. farahinejad, M. Abbasi, s. Akbarian, F and Gholamhossainpour, H. R.

*Department of Physics, Faculty of Sciences, University of Birjand, Iran*

In this paper the O-C curve changes of eclipse minima of eclipsing binary RT And have been studied. In addition to determining the new orbital period of the system, factors affecting its orbital period such as mass loss and third body existence have been studied.

PACS numbers: 05.10.-a ,05.10.Gg, 98.70.Vc

### I. INTRODUCTION

RT And is a detached short-period eclipsing binary. This binary belongs to RS CVn stars [2]. Spectral class of the primary component of this system has been determined as F8-G0V and the secondary as K0-2V [10]. The orbital period changes of this system have been studied by Borkovits and Hegedus (1996), Albayrak et al.(1999), and Pribulla et al. (2000). Although in this papers they have reported the period for the light-time effect, they failed to determine the third body mass [2]. The effective factors in the period change of the eclipsing binary RT And system have been declared as the mass loss, the magnetic activity cycle, the light-time effect caused by the presence of the system's third body [2], and the magnetic braking [7]. In the recent reference, the presence of the third body as a factor in periodic changes of the O-C curve of the system's eclipse minima has been rejected, it has been attributed to the system's magnetic activity, instead.

### II. THE STUDY OF THE PERIOD

We draw the eclipse minima's O-C curve (Figur1) based on the number of the system's full cycles (E), by

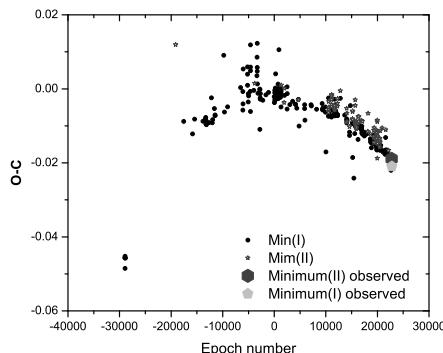


FIG. 1. O-C curve for primary and secondary minimum times.

using the data related to the times of the primary and secondary eclipse minimum of binary RT And existent in the site Gateway, and the times of eclipse minima (table I) obtained from light curves (Figure 2) which has been

Eclipse Minimum Time (HJD)	Standard Error
Min(I)=2455478.32569	0.00098
Min(II)=2455457.25661	0.00244

TABLE I. The secondary and primary eclipse minimum time base on heliocentric julianday.

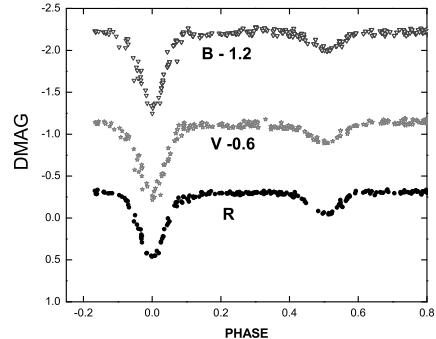


FIG. 2. The observed light curves of binary.

photometered in three filters B, V, and R standard johnson by using schmidt-cassegrain's 14 inch telescope of the doctor Mojtabaei observatory of birjand university which is equipped by photometer SSP5A, in september and october 2010, and by the help of an ephemeris which has been declared by Strassmeier et al. (1993) [3] as followed:

$$\text{MIN(HJD)} = 2441141.8888 + 0.62892984E$$

At the first stage we fit the best quadratic curve on the O-C data (Figur3). Coefficients of this function and its associated errors are presented in table II. Using the method of Kalimeris et al. (1994) [6]:

$$P(\varepsilon) = P_{ref} + \sum_{j=0}^n c_j \varepsilon^j - \sum_{j=0}^n c_j (\varepsilon - 1)^j \quad (1)$$

$$\dot{P} = \frac{dP}{dt} = \frac{1}{P_{ref}} \frac{dP(\varepsilon)}{d\varepsilon} \quad (2)$$

where  $\varepsilon$  is epoch related to the time of primary minimum, so we obtained  $P$  and  $\dot{P}$  values.

$$\dot{P} = -20.9731 \times 10^{-11} \text{ (day}^{-1}\text{)}, P = 0.62892804778 \text{ (day)}$$

Therefore the system's new ephemeris is as follows:

$$\text{MinI(HJD)} = 2455478.32569 + 0.62892804778E$$

given that the eclipsing binary RT And is a detached

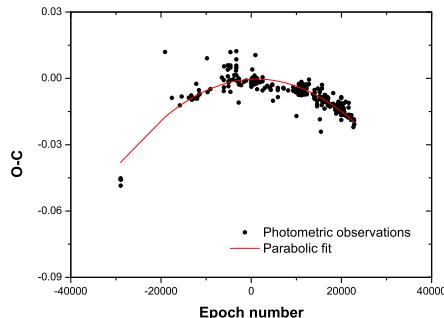


FIG. 3. O-C curve with quadratic function fitting on it.

Coefficients	Value	Standard Error
B <sub>0</sub>	-3.97046 × 10 <sup>-4</sup>	3.24641 × 10 <sup>-4</sup>
B <sub>1</sub>	9.88063 × 10 <sup>-8</sup>	1.93994 × 10 <sup>-8</sup>
B <sub>2</sub>	-4.14798 × 10 <sup>-11</sup>	1.25788 × 10 <sup>-12</sup>

TABLE II. The coefficients of quadratic function fitting on the O-C graph.

binary, we have obtained the system's mass loss by the following equation (see [1], page 299).

$$\begin{aligned} \frac{dm}{dt} &= 0.068 \frac{m_1 m_2}{(m_1 + m_2)^{\frac{1}{3}}} P^{-\frac{2}{3}} \frac{dp}{dt} \quad (3) \\ &\Rightarrow \dot{m} = -1.3154 \times 10^{-11} M_{\odot} \text{ (yr}^{-1}\text{)}. \end{aligned}$$

where  $m_1$  and  $m_2$  are the absolute masses of the system's components which have been calculated by the radial velocity curve [11], the orbital inclination which has been obtained from the light curve analysis [8], and Hilditch's formula (see [4], page 46).

$$m_{1,2} \sin i^3 = (1.0361 \times 10^{-7})(1 - e^2)^{\frac{3}{2}} (K_1 + K_2)^2 K_{2,1} P M_{\odot} \quad (4)$$

$$M_1 = 1.031 M_{\odot} \text{ and } M_2 = 0.804 M_{\odot}.$$

where  $K_1$  and  $K_2$  are semiamplitude of the radial velocity curve. The residuals curve which is the result of the difference between the values related to the fitted quadratic function and the O-C data is indicated in figure 4.

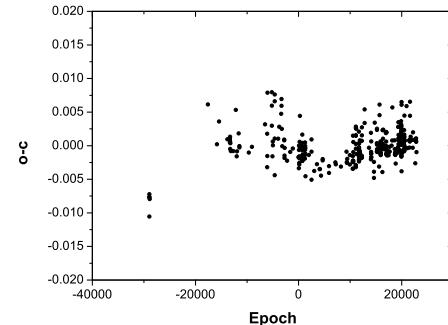


FIG. 4. Residuals curve .

Due to its periodic changes there exists the possibility of light-time effect which is driven out of the third body presence. So assuming this, for determining the parameters of triple system, by using Ervin (1959) [5] and Hilditch (2001) [4] we have

$$\tau = \frac{K}{\sqrt{1 - e^2 \cos^2 \omega}} \left\{ \frac{1 - e^2}{1 + e \cos \nu} \sin(\nu + \omega) + e \sin \omega \right\} \quad (5)$$

where

$$K = \frac{a_{12} \sin i \sqrt{1 - e^2 \cos^2 \omega}}{2.590 \times 10^{10}} \quad (6)$$

is the semiamplitude of the light-time effect (in days),  $a_{12}$  is the semimajor axis of the absolute orbit of the center of mass of the eclipsing pair around that of the whole system (in km),  $2.590 \times 10^{10}$  is the speed of light (in km/day),  $i$  is the inclination,  $e$  is the eccentricity,  $\nu$  is the true anomaly,  $\omega$  is the longitude of periastron passage of the orbit of the three-body system. Now we act as follows:

First by fitting the best Lorentz function on residuals curve data's peaks we obtain  $\tau_{Max}$  and  $\tau_{Min}$ . Moreover by using the PERIOD 04 software we determine the triple period, then by using these values and the appropriate values for eccentricity and longitude of periastron we draw the graphs based on the true anomaly. Then, using ORIGIN8 software and the light-time function we set  $e$  and  $\omega$  as free variables in order to take the best fitting from this software. In the figure 5 the best curve fitted on data has been indicated.

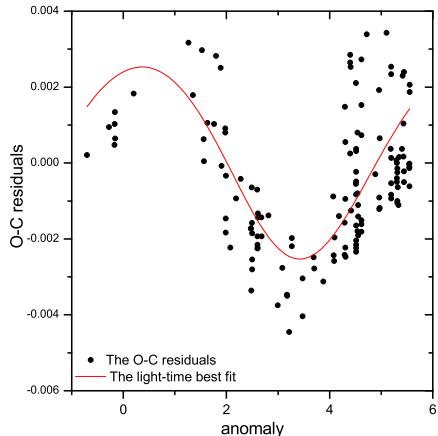


FIG. 5. O-C residuals curve with light-time curve fitted on it .

Parameters	Value
e	0.12925
$\omega$ (deg)	71.54713
K	0.00253
P (yr)	56.647467
T (HJD)	-12541.92584
$a_{12} \sin i$ (km)	$6.56 \times 10^7$

TABLE III. Triple system orbital parameters.

In table III the best values of the triple system's orbital parameters have been listed. Having  $e$ ,  $\omega$ , and with the help of the following equation, mass and third body's semimajor axis for different values of the triple system's orbital inclination from 10 to 90 degrees have been calculated. In table 4 the results of the calculations are presented.

$$f(m) = \frac{m_3^3 \sin i^3}{(m_1 + m_2 + m_3)^2} = \frac{4\pi^2}{GP^2} (a_{12} \sin i)^3 \quad (7)$$

$$\frac{a_{12}}{a_3} = \frac{m_3}{m_1 + m_2} \quad (8)$$

i	$a_3$ (AU)	$m_3(M_\odot)$
90	17.7611	0.0453
70	17.7426	0.0483
50	17.6728	0.0594
30	17.4725	0.0921
10	16.4093	0.2824

TABLE IV. Triple body phisical parameters.

### III. CONCLUSION

As studied, in spite of detaching the RT And system's components, the primary component can lose mass, because of its intense magnetic activity, also the magnetic activity cycle of this system can be considered as the cause for periodic changes of the orbital period. The presence of third body can most likely be the effective factor of this phenomenon, too. Due to the minimum mass which we obtained for the third body, this body can not change into a star. Therfore it will not effect the system's light curve. For the orbital inclination of 10 degree that mostly result to the mass of a M4 main-sequence star. Therefore assuming that the third body is a main-sequence star , by using stellar data and existing tables [9]:  $L_3 = 0.019L_\odot$  also, for components of the binary system  $L_1 = 2.1L_\odot$  and  $L_2 = 0.29L_\odot$ .

Since  $\frac{L_2}{L_1+L_2} = 0.12134$  and  $\frac{L_3}{L_1+L_2} = 0.00795$  Therefore  $\frac{L_3}{L_2} = 0.0655$ . According to this value, the light of this star can affect on the light curve RT And. While, this affect has not been observed.

Thus the third body can not be a main-sequence star, and it may be e red dwarf. Figure 6 shows the final residuals O-C. Due to its random scatter around the horizontal line that passes through the origin, our correction of recognition of the O-C behavior is confirmed.

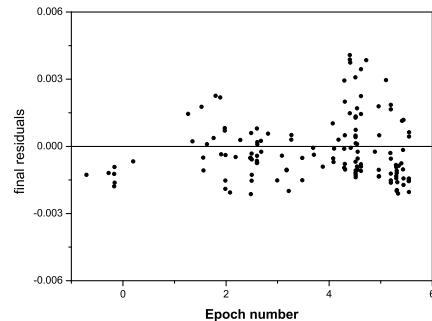


FIG. 6. Distribution of O-C data final residuals around the horizontal line that passes through the origin.

**Acknowledgements** We wish to thank the staff of Dr. Mojtabaei observatory of Birjand University.

- [1] Budding E. Demircan O., 2007, Introduction to Astronomical photometry, Cambridge University Press.
- [2] Edrem A. *et al.*, 2001, A & A, **379**, 878.
- [3] Heckert P., 1998, IBVS, **4656**.
- [4] Hilditch R. W., 2001, An Introduction to close Binary Stars, Cambridge University Press.
- [5] Irwin J. B., 1959, Astronomical Journal, **64**, 149.
- [6] Kalimeris A. *et al.*, 1994, A & A, **282**, 775.
- [7] Manzoori D., 2009, The Astronomical Journal, **138**, 1917.
- [8] Mostafaei M. *et al.*, 2011, 4th Meeting National of Astronomy and astrophysics, 200.
- [9] Ostlie D. A. Carroll B. W., 1996, An Introduction to Modern Stellar Astrophysics, Addison Wesley Publishing Company, Inc.
- [10] Straizys V. Kurliene G., 1981, Ap & SS, **80**, 353.
- [11] Xiumei W. Wenxian L., 1993, ASP Conference Series, **38**.

## Minimal Length, Maximal Momentum and the Entropic Force Law

M. Molkara<sup>1</sup>, K. Nozari<sup>2</sup> and P. Pedram<sup>3</sup>

<sup>1</sup>Department of Physics, Islamic Azad University, Central Tehran Branch, Tehran, Iran

<sup>2</sup>Department of Physics, Faculty of Basic Science,

University of Mazandaran, P. O. Box 47416-95447, Babolsar, Iran

<sup>3</sup>Plasma Physics Research Center, Science and Research Branch,  
Islamic Azad University, Tehran, Iran

Different candidates of quantum gravity proposal such as string theory, noncommutative geometry, loop quantum gravity and doubly special relativity, all predict the existence of a minimum observable length and/or a maximum observable momentum which modify the standard Heisenberg uncertainty principle. In this letter, we study the effects of minimal length and maximal momentum on the entropic force law formulated recently by E. Verlinde.

PACS numbers: 04.60.-m

### I. INTRODUCTION

Various approaches to quantum gravity proposal support the idea that near the Planck scale, the standard Heisenberg uncertainty principle should be replaced by the so-called Generalized Uncertainty Principle (GUP) (see [1,2] and references therein). In fact, string theory, loop quantum gravity, non-commutative geometry, doubly special relativity and the black hole physics all indicate the existence of a minimum observable length and/or a maximum observable momentum in the high energy, quantum gravity era [3,5,4]. The existence of these natural cutoffs has phenomenologically interesting implications in all high energy physics problems (see for instance [6,8,7,9] and references therein). Although the order of magnitude of the corresponding quantum gravity corrections are generally so small, but these are direct footprints of the Planck scale physics and contain some key attributes of ultimate quantum gravity scenario. The idea that a gravitational system could be regarded as a thermodynamical system has attracted a lot of attention recently (see [10] and references therein). In this viewpoint, E. Verlinde has reported his achievement on the issue of Entropic Force [11]. In this report, he suggested that gravity has an entropic origin. He postulated that the change of entropy near the holographic screen is linear in the displacement  $\Delta x$ , namely

$$S = 2\pi k_B \frac{mc}{\hbar} \Delta x \quad (1)$$

where  $m$  is the mass of the test particle. The effective entropic force acting on the test particle due to the change in entropy obeys the first law of thermodynamics

$$\delta W = T\delta S = F\Delta x, \quad (2)$$

where  $T$  is the temperature of the holographic screen. If one takes the Unruh temperature [12] experienced by an

observer in an accelerated frame whose acceleration is  $a$  to be

$$T = \frac{1}{2\pi k_B} \frac{\hbar a}{c}, \quad (3)$$

then as Vancea and Santos [13] have pointed out, the postulate (1) is essentially quantum in nature. They have used the entropic postulate to determine the quantum uncertainty in the laws of inertia and gravity. In addition, they have considered the most general quantum property of the matter represented by the uncertainty principle and they have postulated an expression for the uncertainty of the entropy such that it is the simplest quantum generalization of the postulate of the variation of the entropy and also it reduces to the variation of the entropy in the absence of uncertainties. In this way, they obtained the following generalization of relation (1)

$$\Delta S = 2\pi k_B \left( \frac{\Delta x}{l_c} + \frac{\Delta p}{mc} \right). \quad (4)$$

Then by using the Heisenberg uncertainty relation

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}, \quad (5)$$

and replacing  $\Delta p$  in (4) by  $\Delta p = \frac{\hbar}{2\Delta x}$ , they obtained quantum correction of the Newton's second law as follows

$$F(\Delta x) = ma + \frac{\hbar}{2m(\frac{\hbar a}{c^2} - p)(\Delta x)^2}. \quad (6)$$

Recently Ghosh has generalized this relation [14] by using the following generalized uncertainty principle

$$\Delta x_i \Delta p_i \geq$$

$$\frac{\hbar}{2} [1 + \beta ((\Delta p)^2 + \langle p \rangle^2) + 2\beta ((\Delta p_i)^2 + \langle p_i \rangle^2)], \quad (7)$$

where  $p^2 = \sum_{i=1}^3 p_i p_i$ ,  $\beta \sim \frac{1}{(M_P c)^2} = \frac{\ell_P^2}{2\hbar^2}$ ,  $M_P$  = Planck mass,  $M_P c^2$  = Planck energy  $\approx 10^{19}$  GeV. In this way, Ghosh has shown that the minimum length scale modifies the entropic force law. In the presence of a minimal observable length, the generalized uncertainty principle can be written as [1]

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2} (1 + \beta \langle p \rangle^2). \quad (8)$$

The minimum measurable length in this case is  $\Delta x = \sqrt{\beta \hbar}$ . In this way, Ghosh has found for corrected entropic force law the following generalized expression [14]

$$F = ma + \frac{\hbar}{2mc^2(\Delta x)^2} (a\hbar - pc^2) \left( 1 + \frac{\beta \hbar^2}{4(\Delta x)^2} \right). \quad (9)$$

In which follows, we generalize this expression for the case that there are both the minimal observable length and maximal observable momentum. In fact, the previous analysis has the shortcoming that test particle momentum can attain any values without upper bound. As we have stated, based on Doubly Special Relativity theories, test particle's momentum has also an upper bound leading to the idea of a maximal observable momentum [15,16]. In other words, at least newly proposed doubly special relativity theories impose an upper bound on test particle's observable momentum and this upper bound leads to a modification of the entropic force law.

## II. VERLINDE'S ENTROPIC FORCE LAW WITH MINIMAL LENGTH AND MAXIMAL MOMENTUM

In the line of these researches, here we are going to consider the effects of the minimal observable length and maximal observable momentum on the entropic force law. In other words, we add the existence of a maximal observable momentum to the work of Ghosh [14]. In this respect, we obtain a general expression for entropic force law in GUP. We start with a general GUP which contains both a minimum observable length and a maximum observable momentum as has been given by equation (7). The new ingredient lies in those terms that are corresponding to  $\langle p \rangle^2$  of equation (7). We start with equation (7) expressed in the following form

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2} [1 + \beta ((\Delta p)^2 + \langle p \rangle^2)]. \quad (10)$$

This relation can be expressed as follows

$$\Delta p = \frac{\Delta x}{\beta \hbar} \pm \frac{\Delta x}{\beta \hbar} \left( 1 - \frac{\beta \hbar^2}{(\Delta x)^2} - \frac{\beta^2 \hbar^2 \langle p \rangle^2}{(\Delta x)^2} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (11)$$

To have correct limiting result when  $\beta \rightarrow 0$ , we find

$$\Delta p = \frac{1}{2} \frac{\hbar}{\Delta x}$$

$$\left( 1 + \frac{1}{4} \frac{\beta \hbar^2}{(\Delta x)^2} + \beta \langle p \rangle^2 \left( 1 + \frac{1}{4} \frac{\beta \hbar^2}{(\Delta x)^2} \langle p \rangle^2 \right) \right). \quad (12)$$

From the reality of  $\Delta p$ , we obtain

$$\Delta x = \hbar \sqrt{\beta} (1 + \beta \langle p \rangle^2)^{\frac{1}{2}}. \quad (13)$$

This result can be described as a new, momentum-dependent minimal length scale. In this framework, the entropic force law in the presence of the minimal length, equation (9), generalizes to the following expression

$$F = ma + \frac{\hbar}{2mc^2(\Delta x)^2} (a\hbar - pc^2) \left( 1 + \frac{\beta \hbar^2}{4(\Delta x)^2} + \beta \langle p \rangle^2 \left( 1 + \frac{1}{4} \frac{\beta \hbar^2}{(\Delta x)^2} \langle p \rangle^2 \right) \right). \quad (14)$$

This relation represents the effects of both minimal observable length and the maximal observable momentum as quantum gravity features on the entropic force acting on a quantum particle.

From another perspective, we note that quantum commutators originated in doubly special relativity which are consistent also with string theory and quantum black holes physics, ensure via the Jacobi identity that  $[x_i, x_j] = 0 = [p_i, p_j]$ . Under specific assumptions, these features lead to the following commutator [3-5]

$$[x_i, p_j] = i\hbar \left[ \delta_{ij} - \alpha \left( p \delta_{ij} + \frac{p_i p_j}{p} \right) + \alpha^2 (p^2 \delta_{ij} + 3p_i p_j) \right], \quad (15)$$

where  $\alpha = \frac{\alpha_0}{M_p c} = \alpha_0 \ell_p / \hbar$ . Equation (15) in 1-dimension and up to  $\mathcal{O}(\alpha^2)$  terms gives

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2} [1 - 2\alpha \langle p \rangle + 4\alpha^2 \langle p^2 \rangle], \quad (16)$$

where constant  $\alpha$  is related to  $\beta$  through dimensional analysis with the expression  $[\beta] = [\alpha^2]$ . Like what we have done in section 1, we obtain

$$\Delta p = \frac{1}{8\alpha^2} \left( \frac{2\Delta x}{\hbar} \pm \left( \frac{4(\Delta x)^2}{\hbar^2} - 16\alpha^2 (1 - 2\alpha \langle p \rangle) \right)^{\frac{1}{2}} \right). \quad (17)$$

By simplifying we get

$$\Delta p = \frac{\hbar}{2\Delta x} \left( 1 + \frac{\alpha^2 \hbar^2}{(\Delta x)^2} (1 - 2\alpha \langle p \rangle) \right) (1 - 2\alpha \langle p \rangle). \quad (18)$$

Therefore, we obtain the following generalized entropic force law

$$F = ma + \frac{\hbar}{2mc^2(\Delta x)^2} (a\hbar - pc^2) \left( 1 + \frac{\alpha^2 \hbar^2}{(\Delta x)^2} (1 - 2\alpha \langle p \rangle) \right) (1 - 2\alpha \langle p \rangle). \quad (19)$$

The most significant difference is that in equation (14) the  $\langle p \rangle$  term appears to be quadratic while in equation (19) there is linear term in momentum.

### III. ENTROPIC FORCE FROM GUP MODIFIED HAMILTONIAN

In this section, we study the effects of the generalized uncertainty principle on the Hamiltonians of the quantum systems in quasi-coordinate representation. In fact, when we consider energies beyond the Planck energy, the usual commutator relation between the position and momentum operators is not hold anymore. However, we can still write the Hamiltonian in terms of such operators. In this case, some extra terms should be added to the Hamiltonian. More precisely, the presence of a minimal length and/or a maximal momentum adds some terms proportional to  $p^3$  and  $p^4$  to the Hamiltonians of physical systems. In the following subsections, we first consider the case of the presence of a minimal length solely and find the modified version of the Newton's law in two above mentioned scenarios. Then, for the case of both a minimal length and a maximal momentum, we obtain the relations for the uncertainty of the entropy and their corresponding entropic forces.

#### A. GUP with a minimal length

Let us consider the Hamiltonian of a quantum system in the presence of a GUP which implies a minimal length in quasi-coordinate representation [6,8,7,9] i.e.

$$H = \frac{p^2}{2m} + \beta \frac{p^4}{3m} + V(x). \quad (20)$$

So, from equation (2) we find

$$\frac{p}{m}\delta p + \beta \frac{4p^3}{3m}\delta p + F\delta x = T\delta S. \quad (21)$$

Now we can follow two different procedures for finding the uncertainty of the entropy. First, let us consider the Ghosh proposal, namely [14]

$$\delta S_G = 2\pi k_B \left( \frac{\delta x}{l_c} + \frac{\delta p}{mc} \right), \quad (22)$$

where  $l_c = \hbar/mc$  is the particle's Compton length. So, using  $\delta p = \frac{\hbar}{2\delta x}$  we have

$$F_G = ma + \frac{\hbar}{2m} \left( \frac{\hbar a}{c^2} - p - \frac{4}{3}\beta p^3 \right) (\delta x)^{-2}, \quad (23)$$

which differs with Ghosh result [14].

The second procedure is due to Vancea and Santos [13]. The idea is writing the uncertainty of the entropy as  $\delta S = 2\pi k_B \left( \frac{\delta x}{l_c} + \frac{\delta K}{mc^2} \right)$  where  $K$  is the kinetic part of the Hamiltonian. For our GUP we have

$$\delta S_{VS} = 2\pi k_B \left( \frac{\delta x}{l_c} + \frac{p\delta p}{m^2 c^2} + \frac{4}{3}\beta \frac{p^3 \delta p}{m^2 c^2} \right), \quad (24)$$

which using  $\delta p = \frac{\hbar}{2\delta x}$  results in

$$F_{VS} = ma + \frac{\hbar p}{2m} \left( \frac{\hbar a}{mc^3} - 1 \right) \left( 1 + \frac{4}{3}\beta p^2 \right) (\delta x)^{-2}. \quad (25)$$

Comparing equations (23) and (25), we see that these two approaches are not equivalent. In fact the difference of these forces is proportional to the acceleration as follows

$$F_G - F_{VS} = \frac{\hbar^2 a}{2m^2 c^3} \left( mc - p - \frac{4}{3}\beta p^3 \right) (\delta x)^{-2}. \quad (26)$$

#### B. GUP with a minimal length and a maximal momentum

The modified Hamiltonian in the presence of both a minimal length and a maximal momentum can be written as [3,5,4]

$$H = \frac{p^2}{2m} + \alpha \frac{p^3}{m} + 5\alpha^2 \frac{p^4}{m} + V(x). \quad (27)$$

So, from  $\delta W = T\delta S$  we find

$$\frac{p}{m}\delta p + 3\alpha \frac{p^2}{m}\delta p + 20\alpha^2 \frac{p^3}{m}\delta p + F\delta x = T\delta S. \quad (28)$$

To proceed further, we need to choose the functional form of  $\delta S$ . Following Ghosh proposal  $\delta S_G = 2\pi k_B \left( \frac{\delta x}{l_c} + \frac{\delta p}{mc} \right)$

and  $\delta p = \frac{\hbar}{2\delta x}$  we obtain

$$F_G = ma + \frac{\hbar}{2m} \left( \frac{\hbar a}{c^2} - p - 3\alpha p^2 - 20\alpha^2 p^3 \right) (\delta x)^{-2}. \quad (29)$$

Alternatively, using Vancea and Santos proposal for the uncertainty of the entropy we find

$$\begin{aligned} \delta S_{VS} = & \\ 2\pi k_B \left( \frac{\delta x}{l_c} + \frac{p\delta p}{m^2 c^2} + 3\alpha \frac{p^2 \delta p}{m^2 c^2} + 20\alpha^2 \frac{p^3 \delta p}{m^2 c^2} \right). & \end{aligned} \quad (30)$$

Therefore, we obtain the corresponding entropic force where we have both a minimal length and a maximal momentum

$$\begin{aligned} F_{VS} = ma + & \\ \frac{\hbar p}{2m} \left( \frac{\hbar a}{mc^3} - 1 \right) \left( 1 + 3\alpha p + 20\alpha^2 p^2 \right) (\delta x)^{-2}. & \end{aligned} \quad (31)$$

For this case we have

$$\begin{aligned} F_G - F_{VS} = & \\ \frac{\hbar^2 a}{2m^2 c^3} \left( mc - p - 3\alpha p^2 - 20\alpha^2 p^2 \right) (\delta x)^{-2}. & \end{aligned} \quad (32)$$

#### IV. SUMMARY AND DISCUSSION

Gravity seems to have an entropic origin and a gravitational system could be regarded as a thermodynamical system. This idea comes from a thermodynamical interpretation of gravitational field equations. Based on the Verlinde's conjecture, the change of entropy near the holographic screen is linear in the displacement of the test particle about holographic screen. On the other hand, all approaches to quantum gravity proposal support the idea of existence of a minimal observable length of the order of string or Planck length. In addition, theories such as doubly special relativity lead to existence of an upper bound of test particle's momentum. In this respect, these theories realize a maximal observable momentum too. It is reliable to expect that finite resolution of the spacetime points and also an upper bound on the measurement of test particle's momentum affect the formulation of the entropic force law. The effect of the finite resolution of spacetime points (through existence of a minimal observable length) on the Verlinde's entropic force law was studied by Ghosh [14]. Here we focused mainly on the simultaneous effects of both minimal length and maximal momentum on the formulation of the entropic force law. We generalized the entropic force law via a phenomenological interpretation of quantum gravity proposal which contains both a minimal observable length and a maximal observable momentum. This generalization could be important in the interpretation of entropic nature of gravity at Planck scale.

9. Pedram, P. A class of GUP solutions in deformed quantum mechanics. *Int. J. Mod. Phys.* **2010**, *D19*, 2003.
10. Padmanabhan , T. Thermodynamical aspects of gravity: New insights. *Rep. Prog. Phys.* **2010**, *73*, 046901.
11. Verlinde, E.P. On the origin of gravity and the laws of Newton. *arXiv* **2010**, arXiv:1001.0785.
12. Unruh, W.G. Notes on black hole evaporation, *Phys. Rev.* **1976**, *D14*, 870.
13. Vancea, I.V.; Santos, M.A. Entropic law of force, emergent gravity and the uncertainty principle. *arXiv* **2010**, arXiv:1002.2454.
14. Ghosh, S. Planck scale effect in the entropic force law. *arXiv* **2010**, arXiv:1003.0285.
15. Magueijo, J; Smolin, L. Lorentz invariance with an invariant energy scale. *Phys. Rev. Lett.* **2002**, *88*, 190403.
16. Magueijo, J; Smolin, L. String theories with deformed energy-momentum relations, and a possible nontachyonic bosonic string. *Phys. Rev.* **2005**, *D71*, 026010.

- 
1. Kempf, A.; Mangano, G; Mann, R.B. Hilbert space representation of the minimal length uncertainty relation. *Phys. Rev.* **1995**, *D52*, 1108.
  2. Nozari, K; Pedram, P. Minimal length and bouncing particle spectrum. *Europhys. Lett.* **2010**, *92*, 50013.
  3. Pedram, P. On the modification of the Hamiltonians' spectrum in gravitational quantum mechanics. *Europhys. Lett.* **2010**, *89*, 50008.
  4. Ali, A.F.; Das, S; Vagenas, E.C. Discreteness of space from the generalized uncertainty principle. *Phys. Lett.* **2009**, *B678*, 497.
  5. Das, S; Vagenas, E.C.; Ali, A.F. Discreteness of space from GUP II: Relativistic wave equations. *Phys. Lett.* **2010**, *B690*, 407.
  6. Das, S; Vagenas, E.C. Universality of quantum gravity corrections. *Phys. Rev. Lett.* **2008**, *101*, 221301.
  7. Nozari, K; Fazlpour, B. Generalized uncertainty principle, modified dispersion relations and the early universe thermodynamics. *Gen. Rel. Grav.* **2006**, *38*, 1661.
  8. Das, S; Vagenas, E.C. Phenomenological implications of the generalized uncertainty principle. *Can. J. Phys.* **2009**, *87*, 233.

## Taylor Expansion Analysis of $f(R)$ Gravity in Galactic and Solar scale

Maryam Ahmadi, Amane Shakoury and Reza Saffari\*

*Department of Physics, University of Guilan, P.O.Box 41335-1914, Rasht, Iran.*

(Dated: April 15, 2011)

In this paper we consider metric formalism in  $f(R)$  modified gravity. In this approach we use Taylor expansion of derivative of action with respect to Ricci scalar, as a function of distance from center. On the other hand we obtain a set of coefficients which is in accordance with rotation curve and pioneer anomaly.

### I. INTRODUCTION

To accommodate some recently observed phenomena [1],[2],[3] occurring at very different scales ranging from Solar system to cosmological distances, which at present, have not yet found fully satisfactorily explanations in terms of conventional physics, gravitation or not [4],[5],[6], we considering modifications of the standard laws of gravity at different scales; As well as done in recent years. These anomalous effects are: The recent data coming from the luminosity distance of supernovae Ia wide galaxy surveys and the anisotropy of cosmic microwave back-ground radiation suggest that about 70 percent of the energy density of the present universe is composed by dark energy, responsible for an accelerating expansion. Further more in small scales, the data coming from galactic rotation curves of spiral galaxies [7] can not be explained on the basis of Newtonian gravity or General Relativity (GR), if one does not introduce invisible dark matter. In Solar system there is an unexplained acceleration approximately directed towards the Sun affecting the Pioneer 10/11 spacecrafts after they passed 20AU threshold [8],[9]. In order to reconcile theoretical models with observations, existence of dark matter is postulated in Solar system [10]. The main problem of dark energy and dark matter is understanding their nature, since they are introduced as ad hoc gravity sources in a well define model of gravity. Therefore we find another possibilities, like various modification of gravity. In this paper we are concerned with  $f(R)$  gravity theory and consider metric formalism in  $f(R)$  modified gravity. In this approach we use Taylor expansion of derivative of action with respect to Ricci scalar, as a function of distance from center. we try to extract an appropriate action for the modified gravity through the inverse solution [11]. This method has been applied in the previous works both in the galactic and cosmological scales Here we extend the previous works to the solar system scale, studying anomalous in the Pioneer acceleration and obtain the appropriate action in the solar system scale. we extract an appropriate action to provide a flat rotation curve in the spiral galaxies. Both the solar system and the galactic scale solutions are consistent with the modified gravity field equations in the first order of approximation. Finally we propose a

generic function for the action to cover all the mentioned scales.

### II. $F(R)$ GRAVITY IN SPHERICAL SYMMETRIC SPACE

A generic form of the action depending on the Ricci scalar can be written as follows:

$$S = \frac{1}{2\kappa} \int d^4x \sqrt{-g} f(R) + S_m. \quad (1)$$

Varying the action with respect to the metric results in the field equations as:

$$F(R)R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}f(R)g_{\mu\nu} - (\nabla_\mu \nabla_\nu - g_{\mu\nu}\square)F(R) = \kappa T_{\mu\nu}, \quad (2)$$

where  $\square \equiv \nabla_\alpha \nabla^\alpha$  and  $F = df/dR$ . From equation (2), we take the trace and obtain the action in terms of  $F$  and Ricci scalar as:

$$f(R) = \frac{1}{2}(3\square F + FR - \kappa T). \quad (3)$$

By taking derivative from Eq.(3) with respect to  $r$  (radial coordinate of the metric) we rewrite this equation in terms of  $F$  and  $R$  as follows:

$$RF' - R'F + 3(\square F)' = 0, \quad (4)$$

we obtain the field equation in terms of  $F(R)$ :

$$\begin{aligned} R_{\mu\nu} - \frac{1}{4}g_{\mu\nu}R = & \frac{\kappa}{F}(T_{\mu\nu} - \frac{1}{4}g_{\mu\nu}T) \\ & + \frac{1}{F}(\nabla_\mu \nabla_\nu F - \frac{1}{4}g_{\mu\nu}\square F). \end{aligned} \quad (5)$$

Following the method introduced in [12] , we solve the time-independent spherical symmetric field equation in vacuum. Let us take a generic spherically symmetric metric as:

$$ds^2 = -B(r)dt^2 + A(r)dr^2 + r^2d\theta^2 + r^2\sin^2\theta d\phi^2. \quad (6)$$

Since the metric only depends on  $r$ , one can view Eq. (5) as a set of differential equations for  $F(r)$ ,  $B(r)$  and  $A(r)$ . For the spherically symmetric space both sides of Eq. (5) are diagonal and we have four independent equation. We rewrite Eq. (5) as:

$$K_{[\mu]} = \frac{FR_{\mu\mu} - \nabla_\mu \nabla_\mu F - \kappa T_{\mu\mu}}{g_{\mu\mu}}, \quad (7)$$

\* rsk@guilan.ac.ir

where  $K_{[\mu]}$  is an index independent parameter and  $K_{[\mu]} - K_{[\nu]} = 0$  for all  $\mu$  and  $\nu$ . For the vacuum space  $T_{\mu\nu} = 0$ ,  $K_{[t]} - K_{[r]} = 0$  results in:

$$2F \frac{X'}{X} + rF' \frac{X'}{X} - 2rF'' = 0, \quad (8)$$

where  $X(r) = B(r)A(r)$ . For  $K_{[t]} - K_{[\theta]} = 0$ :

$$B'' + \left(\frac{F'}{F} - \frac{1}{2} \frac{X'}{X}\right)B' - \frac{2}{r} \left(\frac{F'}{F} - \frac{1}{2} \frac{X'}{X}\right)B - \frac{2}{r^2}B + \frac{2}{r^2}X = 0. \quad (9)$$

In the case of Einstein-Hilbert action ( $F = 1$ ) equation (8) reduces to  $X = 1$  and equation (9) reduces to the Schwarzschild solution. We note that for this case equation (4) also reduces to  $0 = 0$  identity. In another word,  $F = 1$  fix one of the functions amongst  $F$ ,  $X$  and  $B$  and two differential equation is sufficient to the solution of this space. However for a generic  $f(R)$  to find a solution for the space the three differential equation is needed and we should take into account the trace of the field equations, including it to equations (8) and (9). In this paper we use Taylor expansion of derivative of  $f(R)$  action around  $r = 0$  as:

$$F(r) = \sum a_n r^n, \quad (10)$$

Here we study the role of adding expansion terms on dynamics in different scales.

### III. SOLAR SYSTEM SCALE

Here we introduce the second order of Taylor expansion:  $F(r) = (1 + r\alpha)$  for the derivative of action as a function of distance from the center, where  $\alpha$  is a small constant with inverse distance dimension. Using  $F(r)$  in the differential equation (8) and (9) we obtain  $X(r)$  and  $B(r)$  as follows:

$$X = X_0, \quad (11)$$

$$B(r) = 1 - r\alpha + r^2 \left( \frac{3}{2} \alpha^2 - \alpha^2 \ln(r) + \alpha^2 \ln(1 + r\alpha) \right) + \frac{C_2(-2 + 3r\alpha - 6r^3\alpha^3 \ln(r))}{6r} + C_1 r^2. \quad (12)$$

where  $C_1$  and  $C_2$  are the constants of integration. For  $\alpha = 0$  we recover the Schwarzschild metric leading  $C_1 = 0$  and  $C_2 = -6m$ . Where  $m = GM_\odot$ . We keep up to the first order of  $\alpha$  in the metric as:

$$B(r) = 1 + 2 \frac{m}{r} - r\alpha - 3m\alpha, \quad (13)$$

Using the weak field regime, we define an effective potential as

$$\phi_N = \frac{c^2}{2} \left( \frac{2m}{r} - r\alpha - 3m\alpha \right) \quad (14)$$

where the acceleration of the particles from this potential is

$$a = \frac{\alpha c^2}{2} + \frac{2mc^2}{r^2} \quad (15)$$

The first term at the right-hand side of this equation is the standard Newtonian gravity; however the second term is a constant acceleration, independent of the mass. we may correspond this extra term to the pioneer anomalies and constrain it with the observed value of  $a_P = (8.74 \pm 1.33) \times 10^{-10} m/s^2$  which results in  $\alpha \simeq 10^{-26} m^{-1}$ . Furthermore by numerical solution the acceleration diagram can be provided:

### IV. GALACTIC SCALE

Here we add a quadratic term (as a second order of Taylor expansion) to derivative of action:  $F(r) = 1 + r\alpha + \beta r^2$ . At first analitical solving of Eq. (8) result in

$$\frac{X}{X_0} = \exp\left(-\frac{3\alpha \arctan\left[\frac{3\alpha+8r\beta}{\sqrt{-9\alpha^2+32\beta}}\right]}{\sqrt{-9\alpha^2+32\beta}} + \frac{1}{2} \ln[2+3\alpha r+4r^2\beta]\right), \quad (16)$$

By numerical solving of Eq. (9) we can achieve rotation curve around the center of a galaxy. At the next part we use from Eq. (10) where

$$a_n = \frac{1}{n!} \left. \frac{df}{dr} \right|_{r=0}. \quad (17)$$

are constant coefficients that at  $r = 0$  is depend on  $F(r)$ . With substituting Taylor expansion in Eq. (8) and Eq. (9) for  $r \rightarrow \infty$  where just sentences with higher exponents are effective in expansion, asymptotic behavior result in:

$$\frac{X}{X_0} = \frac{2n(n-1)}{n+2}, \quad (18)$$

$$B'' + \frac{1}{r} \frac{3n}{n+2} B' - \frac{2}{r^2} \left( \frac{3n}{n+2} + 1 \right) B + \frac{2}{r^2} r^{\frac{2n(n-1)}{n+2}} = 0. \quad (19)$$

We can solve analytically Eq. (19) at various  $n$ , for example considering  $n = 2$

$$B(r) = \frac{4r}{7} + r^2 C_1 + \frac{C_2}{r^{\frac{5}{2}}}, \quad (20)$$

$$v^2 = \frac{1}{2} \frac{rB'}{B} = \frac{r\partial_r(\frac{4r}{7})}{2(\frac{4r}{7})} \rightarrow \lim[v^2, r \rightarrow \infty] = \frac{1}{2}, \quad (21)$$

This result shows that the velocity at the far distance of center cause to constant values.

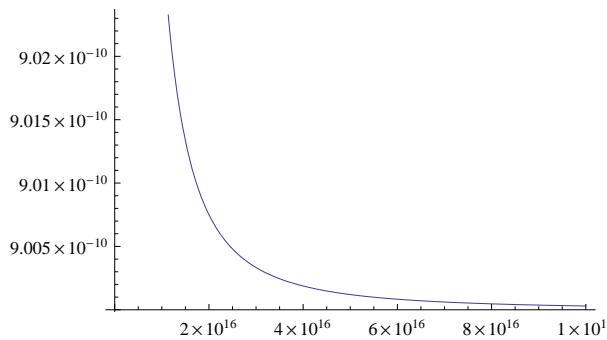


FIG. 1. Constant region of diagram is in accordance to Pioneer anomaly acceleration with the observed value of  $a_P = (8.74 \pm 1.33) \times 10^{-10} m/s^2$  for  $\alpha \simeq 10^{-26} m^{-1}$

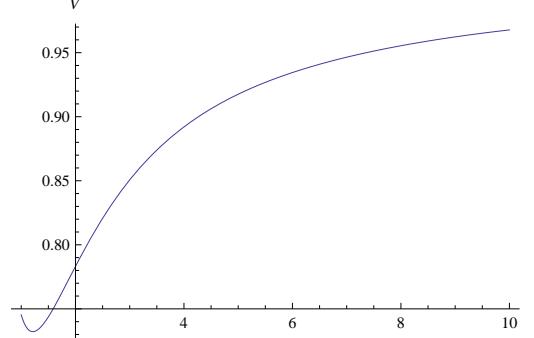


FIG. 2. Constant region of diagram is in accordance to Pioneer anomaly acceleration with the observed value of  $a_P = (8.74 \pm 1.33) \times 10^{-10} m/s^2$  for  $\alpha \simeq 10^{-26} m^{-1}$

## V. SUMMARY AND DISCUSSION

In this work we have found the extra acceleration of the Pioneer and flat rotation curve of the Galaxy as the manifestation of the modified gravity. We assume a generic function for the derivative of action in terms of distance from the center. At first by considering two terms of

Taylor expansion, pioneer anomaly acceleration had been justified, then by considering three terms of this expansion we justified rotation curve of galaxy. Finally this question can be asked: Can we find a generic  $f(R)$  action which its Taylor expansion might be reduced to our results in two studied scales?

- 
- [1] Riess, A.G., et al., The Astronomical Journal, vol. 116, no. 3, pp. 1009, 1998.
  - [2] Tegmark, M., et al., Phys. Rev. D 74, 123507, 2006
  - [3] Spergel, D.N., et al., ApJS 170, 377, 2007.
  - [4] Bertolami, O., Paramos, J., Turyshhev, S.G., H. Dittus, C. Laemmerzahl, S. Turyshhev, eds. pp. 27-67 (Springer Verlag, 2006).
  - [5] Bertolami, O., Int. J. Mod. Phys. D 16, 2003, 2008.
  - [6] Lammerzahl, C., Preuss, O., Dittus, H., Berlin, 2008, pp. 75-104.
  - [7] Clowe, D., et al., Astrophys. J. 648, L 109, 2006.
  - [8] Anderson, J.D., et al., Phys. Rev. Lett. 81, 2858, 1998.
  - [9] Anderson, J.D., et al., Phys. Rev. D 65, 082004, 2002.
  - [10] Nieto, M.M., Phys. Lett. B 659, 483, 2008.
  - [11] R. Saffari and S. Rahvar, Phys. Rev. D 77, 104028(2008).
  - [12] T. Multamaki and I. Vilja, Phys. Rev. D 74, 064022 (2006).

اثر میدان مغناطیسی چنبره ای بر قرصهای برافزایشی خودگرانشی و شکسان اطراف پیش ستاره ها

قنبیری، جمشید<sup>۱و۲</sup>; عباسی، شهرام<sup>۳و۴</sup>; جامی الاحمدی، نرگس<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> گروه فیزیک، دانشکده علوم پایه، دانشگاه فردوسی، مشهد

<sup>۲</sup> گروه فیزیک، مؤسسه آموزش عالی خیام، مشهد

<sup>۳</sup> گروه فیزیک، دانشگاه علوم پایه دامغان

<sup>۴</sup> پژوهشکده نجوم، مرکز تحقیقات دانشگاه بنیادی - تهران

چکیده

در این مقاله، اثر میدان مغناطیسی چنبره ای در اطراف قرصهای نازک خودگرانشی و شکسان مطالعه می شود. سعی کرده ایم با اعمال میدان مغناطیسی چنبره ای بر کمیتهای فیزیکی در یک قرص نازک خودگرانشی فیزیک مساله را بهبود ببخشیم. برای انجام این کار از روش‌های خودمنشابی که توسط مینیشیگ و همکارانش معرفی شد استفاده کرده ایم. معادلات حاکم بر سیستم به روش عددی حل شده است. نتایج ما اینطور نشان می دهد که با افزایش اثر میدان مغناطیسی مؤلفه شعاعی سرعت حداقل در نواحی داخلی قرص کاهش پیدا می کند و در ضمن مؤلفه سمتی سرعت افزایش پیدا می کند. از طرفی چگالی سطحی با افزایش اثر میدان مغناطیسی، افزایش پیدا می کند و آهنگ برافزایش جرم، کاهش پیدا می کند. در این کار، از دو الگوی و شکسانی  $\alpha$  و  $\beta$  استفاده کرده ایم و اثر میدان مغناطیسی را بر کمیتهای فیزیکی در هر دو الگو مقایسه کرده ایم

The Effect Of Toroidal Magnetic Field on Self-Gravitating Viscous Accretion Disks Around The Protostars

Ghanbari jamshid<sup>۱,۲</sup>; Abbassi shahram<sup>۴و۳</sup>; Jami al ahmadi nargess<sup>۲</sup>

<sup>۱</sup> Department of Physics, Ferdowsi University, Mashhad

<sup>۲</sup> Department of Physical Khayyam Institute of Higher Education, Mashhad

<sup>۳</sup> Department of Physics Damghan University

<sup>۴</sup> School of Astronomy, IPM, Tehran

## Abstract

In this paper, the effect of toroidal magnetic field is studied in standard self-gravitating viscous thin disks. By applying the magnetic field, we expect to see different behaviors compared to a non-magnetic field case. We found self-similar solutions for radial infall velocity, rotation velocity, surface density and mass accretion rate. Our results show, by increasing the magnetic field, the radial velocity and mass accretion rate, at least in the inner regions of the disk, become slow and low respectively and in the outer regions, the azimuthal velocity and surface density become fast and high respectively. We use  $\alpha, \beta$  viscouse models and compare them each other.

Key words.accretion ,accretion disk,MHD

مقدمه

قرصهای برافزایشی سیستمهای شناخته شده ای هستند که در اطراف بسیاری از اجرام اخترفیزیکی مانند هسته های فعال کهکشانی، ستارگان دوتایی، و اجرام ستاره ای جوان مشاهده می شوند. بیش از نیمی از ستارگان رشته اصلی توسط قرصهای گازی و گرد و غباری احاطه شده اند. یکی از عوامل اصلی در توصیف نظری قرصهای برافزایشی و شکسانی در قرصهای است. به دلیل ساختار تحولی قرصهای برافزایشی انتخاب بهترین الگو و شکسانی بسیار اهمیت دارد. الگوی  $\alpha$  اولین بار توسط Shakura,Sanyev(1973) معرفی شد. تحول زمانی قرصهای برافزایشی خودگرانشی با الگوی  $\alpha$

مطالعه شده است (Mineshige et al 1997). اخیرا Strittmater, Duschl, Biermann (2000) الگوی  $\beta$  رابه عنوان و شکسانی قرصها معرفی کردند که این الگو برای قرصهای خودگرانشی و غیر خودگرانشی رفتار متفاوتی نشان می دهد، در حالیکه در حد غیر خودگرانشی با الگوی آلفا هم ارز خواهد بود . حلها خود مشابه کاربرد زیادی در معادلات حاکم بر سیستمهای اختوفیزیکی دارند. حلها خود مشابه در قرصهای برافزايشی اعمال شده است (Ghanbari & Abbassi & Ghasemnezhad 2009). مانیز در این مقاله از روش خود مشابه برای قرصهای برافزايشی استفاده کرده ایم. بیشتر شبیه سازیها در قرصهای برافزايشی نشان می دهد که مؤلفه چنبره ای برای میدان مغناطیسی قرصها در نظر گرفته می شود از آنجا که معمول است به دلیل چرخش قرص و برای سادگی از این مؤلفه میدان مغناطیسی استفاده شود .

معادلات بنیادی

به جهت مطالعه فرایندهای برافزايشی قرص را تقارن محور فرض می کنیم و از مختصات استوانه ای استفاده می کنیم. معادلات حاکم بر سیستم بصورت زیر خواهد بود:

$$\frac{\partial \sigma}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \sigma v_r) = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial r} - \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{v_\phi^2}{r} - \frac{B_\phi}{4\pi\rho} \frac{\partial}{\partial r} (r B_\phi) \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} (r v_\phi) + v_r \frac{\partial}{\partial r} (r v_\phi) = \frac{1}{r \sigma} \frac{\partial}{\partial r} (\sigma r^3 \frac{\partial \Omega}{\partial r}) \quad (3)$$

که  $v_r, v_\phi, p, \rho$  به ترتیب چگالی، فشار، سرعت شعاعی و سرعت سمتی قرص گازی هستند و  $\phi$  پتانسیل گرانشی قرص گازی در داخل شعاع  $r$  است. فرض می کنیم رابطه بین فشار و چگالی گاز بصورت زیر باشد

$$p = K \rho^\gamma \quad (4)$$

که  $K$  ثابت هستند. ضریب پلی تروب  $\gamma$  رابطه بی دررو فشار-چگالی را توصیف می کند. حد عمودی قرص در هر شعاعی با  $h$  داده شده است

$$h = \frac{c_s}{(4\pi G \rho)^{\frac{1}{2}}} = \frac{c_s^2}{2\pi G \sigma} \quad (5)$$

که نیم پهنه ای قرص خواهد بود

و در نهایت از آنجا که میدان مغناطیسی را چنبره ای در نظر گرفتیم؛ با استفاده از معادلات MHD معادله القا بصورت زیر خواهد بود :

$$\frac{\partial B_\phi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r} (v_r B_\phi) = 0 \quad (6)$$

برای حل معادلات (1-3,6) به کمک الگوی خود مشابهی، آنها را بدون بعد می کنیم. در این روش از کمیت بدون بعد  $\zeta$  شامل شعاع  $t$  زمان استفاده

$$K^{\frac{-1}{2}} G^{\frac{\gamma-1}{2}} r t^{\gamma-2} \quad (7)$$

می شود که در این ترکیب  $G, K$  (ثابت گرانشی)، ثابت هستند:

در این کار  $t=0$  و مبدأ زمان را مطابق با تشکیل هسته در نظر گرفته می شود. بنابراین داریم:

$$\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t'} + (\gamma-2) \frac{\zeta}{t} \frac{\partial}{\partial \zeta} \quad (8)$$

$$\frac{\partial}{\partial r} = K^{\frac{-1}{2}} G^{\frac{\gamma-1}{2}} t^{\gamma-2} \frac{\partial}{\partial \zeta} \quad (9)$$

برای تغییر متغیرها به شکل بدون بعد از  $K$  و  $G$  استفاده می کنیم که دلیل که ما به کلیه بخشها وابسته به زمان در شکل معادلات خود مشابهی نیاز داریم. دیگر کمیتهای فیزیکی (تابع وابسته به  $r, t$ ) به کمیتهای خود مشابهی بصورت زیر تبدیل می شوند:

$$v_r(t, r) = K^{\frac{1}{2}} G^{\frac{1-\gamma}{2}} t^{1-\gamma} V_r(\zeta) \quad (10)$$

$$v_\phi(t, r) = K^{\frac{1}{2}} G^{\frac{1-\gamma}{2}} t^{1-\gamma} V_\phi(\zeta) \quad (11)$$

$$j(t, r) = K G^{1-\gamma} t^{3-2\gamma} J(\zeta) \quad (12)$$

$$\sigma(t, r) = (2\pi)^{-1} K^{\frac{1}{2}} G^{\frac{-(1+\gamma)}{2}} t^{-\gamma} \Sigma(\zeta) \quad (13)$$

$$\rho(t, r) = (4\pi\gamma)^{\frac{-1}{\gamma}} G^{-1} t^{-2} \Sigma^{\frac{2}{\gamma}}(\zeta) \quad (14)$$

$$P(t, r) = (4\pi\gamma)^{-1} K G^{-\gamma} t^{-2\gamma} \Sigma^2(\zeta) \quad (15)$$

$$B_\phi(t, r) = K^{\frac{1}{2}} G^{\frac{-\gamma}{2}} (4\pi)^{\frac{\gamma-1}{2\gamma}} \gamma^{\frac{-1}{2\gamma}} t^{-\gamma} B(\zeta) \quad (16)$$

$$v(t, r) = K G^{1-\gamma} t^{3-2\gamma} v'(\zeta) \quad (17) \qquad v' = \beta \zeta V_\phi \quad (18)$$

معادلات اساسی بدون بعد

از آنجا که معادلات بنیادی حاکم بر سیستم شامل بخش‌های وابسته به زمان و مکان است، می‌توانیم با بکارگیری حل‌های خودمشابهی بعد زمان را در این معادلات خارج کرده و بعد مکان را بر حسب متغیر خودمشابهی بازنویسی کنیم. با استفاده از معادلات (۷) و (۸) معادلات بنیادی (۱) و (۲) بصورت

$$\frac{1}{\zeta} \frac{d}{d\zeta} (\zeta \sum u) = (3\gamma - 4) \sum \quad (19)$$

زیر در می‌آیند

$$u \frac{dJ}{d\zeta} = \frac{1}{\sum \zeta} \frac{d}{d\zeta} (\beta \zeta^3 \sum J \frac{d}{d\zeta} (\frac{J}{\zeta^2})) + (2\gamma - 3)J \quad (21)$$

$$u \frac{du}{d\zeta} = \frac{\zeta^2}{\sum d\zeta} \frac{d\sum}{d\zeta} - \frac{M}{\zeta^2} + \frac{J}{\zeta^3} + (2\gamma - 3)u + (2 - \gamma)(\gamma - 1)\zeta - \frac{B(\zeta)}{\sum \zeta^2} \frac{\partial}{\partial \zeta} (B(\zeta)) \quad (20)$$

$$u = V_r - (2 - \gamma)\zeta \quad (23)$$

$$B \left( \frac{\partial u}{\partial \zeta} + (2 - 2\gamma) \right) = - \frac{\partial B}{\partial \zeta} u \quad (22)$$

تقریب برافراش آهسته

از آنجا که حل این دسته از معادلات بدون در نظر گرفتن هیچ تقریبی مشکل و پیچیده خواهد بود، مرسوم است در قرصهای برافراشی از تقریبی به نام حد برافراش آهسته استفاده شود. در این حد در معادله (۲۰) جمله گرانش و نیروی خروج از مرکز و بخشی از جمله مربوط به میدان مغناطیسی دارای اهمیت هستند و از جمله شبیه فشار گاز و فشار مغناطیسی صرف نظر می‌کنیم. در این حد معادله (۲۰) برای  $\zeta = 1$  بصورت زیر ساده می‌شود:

$$\frac{J^2}{\zeta^3} - \frac{M}{\zeta^2} - \frac{B^2}{\zeta^2} = 0 \quad (24)$$

در این حالت بدون بکارگیری معادله القا به حل این دسته از معادلات می‌پردازیم. به عبارتی از رابطه بین میدان مغناطیسی و سرعت شعاعی صرف نظر

$$b = \frac{B^2}{2 \sum^2} \quad \text{می‌کنیم. در این صورت میدان مغناطیس ثابت فرض می‌شود.}$$

$$J = \zeta (2b - \sum u)^{\frac{1}{2}} \quad (25) \quad \text{اگر } b \text{ نسبت فشار مغناطیسی به فشار گاز باشد، با استفاده از معادلات (۱۵) و (۱۶) داریم:}$$

$$\frac{d \ln \sum}{d \ln \zeta} = -1 - \frac{d \ln u}{d \ln \zeta} - \frac{\sum}{u} \quad (26) \quad \text{با اختیار } b \text{ برای نشان دادن تاثیر میدان، به روابط مقابل خواهیم رسید}$$

همچنین  $J$  را می‌توان بر حسب جرم محصور شده در قرص به صورت زیر نوشت:

که  $q$  یک ثابت بدون بعد است و معادله (۲۷) رابطه بین  $J$  با جرم محصور در قرص را می‌دهد (Mestel 1963, Tsuribe 1999, Toomre 1983)

$$\sum = \frac{-1}{2q^2 u} (1 + (1 + 8bq^2)^{\frac{1}{2}}) \quad (28) \quad \text{با استفاده از معادلات (۲۵) و (۲۷) داریم:}$$

که اگر  $b=0$  قرار دهیم به معادلات بدون حضور میدان مغناطیسی می‌رسیم. با استفاده از معادلات (۲۸) و (۲۷) و (۲۶) در نهایت یک معادله

$$\frac{dV_r}{d\zeta} = \frac{e}{\beta\zeta} \frac{(1+f)(V_r - \zeta)^2 V_r}{((3+f)V_r - (1+f)\zeta)} - \frac{2(V_r - \zeta)}{((3+f)V_r - (1+f)\zeta)} + \frac{f(V_r - \zeta)^2}{\zeta((3+f)V_r - (1+f)\zeta)} \quad (29) \quad \text{دیفرانسیل معمولی برای } V_r \text{ بدست می‌آوریم:}$$

$$e = (2b + \frac{s}{2q^2})^{\frac{-1}{2}}, s = (1 + (1 + 8bq^2)^{\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}}, f = \frac{8b}{s} q^2$$

با حل این معادله درجه یک به روش رانگ-کوتای مرتبه ۴ می‌توانیم

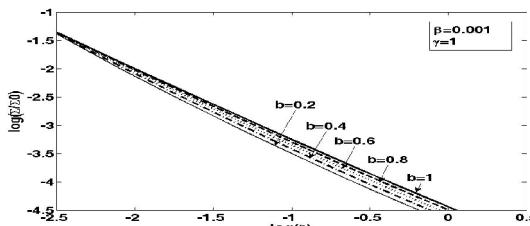
توزیع سرعت شعاعی خود مشابهی،  $V_r$  را بر حسب متغیر خودمشابهی ،

بدست آوریم. با محاسبه  $V_r$  می‌توانیم وسایر کمیتها را هم بسادگی بدست آوریم. قبل از اینکه به حل عددی این معادله پردازیم می‌توانیم حد

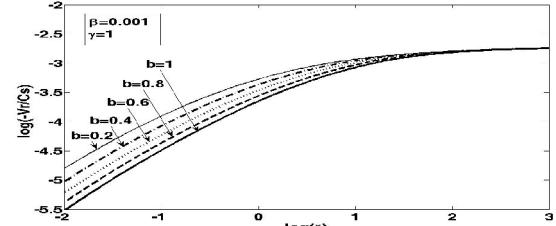
معادله (۳۳) را برابر  $0 \rightarrow \infty \rightarrow 0$  بددست آوریم. در حد  $0 \rightarrow \infty \rightarrow 0$  داریم:

$$V_r = - \left( \frac{f\beta}{\epsilon(1+\xi)} + \frac{2}{(\beta+2f)} \right) \quad \xi \rightarrow 0 \quad V_r = - \frac{\beta(3+2f)}{g(1+f)} \quad \xi \rightarrow \infty$$

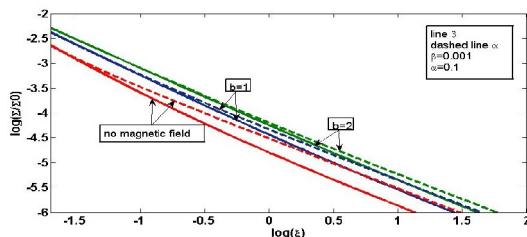
با استفاده از این حدود می توان به حل عددی معادلات پرداخت . در ضمن در این کار، ما معادلات مربوط به الگوی  $\alpha$  را نیز حل کرده ایم و در غالب نمودار با الگوی  $\beta$  مقایسه کرده ایم.



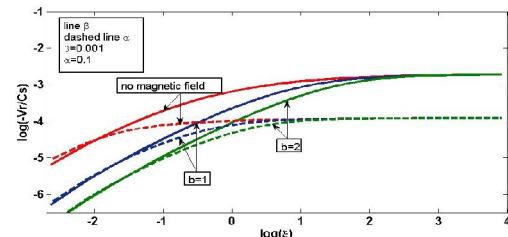
شکل 2: نمودار چگالی سطحی را نشان می دهد که تابعی از



شکل 1: مولفه شعاعی سرعت را نشان می دهد که تابعی از فاصله است.



شکل 4: نمودار چگالی سطحی را نشان می دهد که تابعی از



شکل 3: نمودار سرعت شعاعی را نشان می دهد که تابعی از فاصله است.

[1]Abbassi S., Ghanbari J. and Salehi F .2006, A&A ,460, 357

[2] Balbus, S., Hawley, J., 1991, APJ, 376, 214

[3]Galli , D .. & Shu , F . H .1993 , APJ , 417 ,220

[4] Galli , D .. & Shu , F . H .1993 , APJ , 417 ,243

[5]Hersant, F. , & Dubrulle, B. and Huré , J.-M . 2005 A&A ...429..531H

[6]Lou Y .-Q ., Wang W .-G : Astrophys .Space Sci .311 : 363 – 400 , 2007

[7]Lynden-Bell, D., & Pringle, J. E. 1974, MNRAS, 168, 603

[8]Mineshige, S., Nakayama, K., & Umemura M. 1997,

[9]Mineshige, S., & Umemura, M. 1997, ApJ, 480, 167

## نتیجه گیری

نمودار سرعت شعاعی نشان می دهد که با افزایش اثر میدان مغناطیسی سرعت شعاعی در فواصل نزدیکتر به ستاره مرکزی کاهش پیدا می کند که حاکی از این است که در صورت حضور میدان مغناطیسی فشار مغناطیسی خواهیم داشت که همراه با فشار گاز مواد را به بیرون هدایت می کند و فروریزش مواد به سمت داخل قرص را کم می کند. از طرفی چون با افزایش میدان مغناطیسی ، سرعت شعاعی کم می شود انتظار داریم چگالی سطحی افزایش پیدا کند .. همچنین با مقایسه دو الگوی  $\alpha$  و  $\beta$  در نمودارهای رسم شده ، رفتار یکسانی را برای این دو الگو با افزایش میدان مغناطیسی ، بدست می آوریم.

## مراجع

## Strong gravitational field in $R + \mu^4/R$ gravity

A. Vajdi, Kh. Saaidi,\* S. W. Rabiei,<sup>†</sup> and Z. Rajabi  
*Physics Department, University of Kurdistan  
Sanandaj, Iran*

We introduce a new approach for investigating the weak field limit of vacuum field equations in  $f(R)$  gravity and we find the weak field limit of  $f(R) = R + \mu^4/R$  gravity. Furthermore, we study the strong gravity regime in  $R + \mu^4/R$  model of  $f(R)$  gravity. We show the existence of strong gravitational field in vacuum for such model. We find out in the limit  $\mu \rightarrow 0$ , the weak field limit and the strong gravitational field can be regarded as a perturbed Schwarzschild metric.

PACS numbers: 05.10.-a ,05.10.Gg, 98.70.Vc

### I. INTRODUCTIONS

Observations on supernova type Ia [1], cosmic microwave background [2] and large scale structure [3], all indicate that the expansion of the universe is not proceeding as predicted by general relativity, if the universe is homogeneous, spatially flat, and filled with relativistic matter. An interesting approach to explain the positive acceleration of the universe is  $f(R)$  theories of gravity which generalize the geometrical part of Hilbert-Einstein lagrangian [4–11]. One of the initiative  $f(R)$  models supposed to explain the positive acceleration of expanding universe has  $f(R)$  action as  $f(R) = R - \mu^4/R$  [5]. After proposing the  $f(R) = R - \mu^4/R$  model, it was appeared this model suffer several problems. In the metric formalism, initially Dolgov an Kawasaki discovered the violent instability in the matter sector [12]. The analysis of this instability generalized to arbitrary  $f(R)$  models [13, 14] and it was shown than an  $f(R)$  model is stable if  $d^2f/dR^2 > 0$  and unstable if  $d^2f/dR^2 < 0$ . Thus we can deduce  $R - \mu^4/R$  suffer the Dolgov-Kawasaki instability but this instability removes in the  $R + \mu^4/R$  model, where  $\mu^4 > 0$ . Furthermore, one can see in the  $R - \mu^4/R$  model the cosmology is inconsistent with observation when non-relativistic matter is present. In fact there is no matter dominant era [10, 15]. However, the recent study shows the standard epoch of matter domination can be obtained in the  $R + \mu^4/R$  model [10].

It is obvious that a viable theory of gravity must have the correct newtonian limit. Indeed a viable theory of  $f(R)$  gravity must pass solar system tests. After the  $R - \mu^4/R$  was suggested as the solution of cosmic acceleration puzzle, it has been argued that this theory is inconsistent with solar system tests [16]. This claim was based on the fact that metric  $f(R)$  gravity is equivalent to  $\omega = 0$  Brans-Dicke theory, while the observational constraint is  $\omega > 40000$ . But this is not quite the case and it is possible to investigate the spherical symmetric solutions of  $f(R)$  gravity without invoking the equiva-

lence of  $f(R)$  gravity and scalar tensor theory [7, 9, 17–21]. It has been shown that some  $f(R)$  models accept the Schwarzschild-de Sitter spacetime as a spherical symmetric solutions of field equation[17]. Hence  $R - \mu^4/R$  model has a Schwarzschild-de Sitter solution with constant curvature as  $R = \sqrt{3\mu^4}$  where this is not the case in  $R + \mu^4/R$  model.

In this paper we study the  $R + \mu^4/R$  model of  $f(R)$  gravity. We find the static spherically symmetric solution of vacuum field equation in both weak field limit and strong gravity regime, moreover, the weak field analysis can be expanded on  $f(R)$  models of the form  $f(R) = R + \epsilon g(R)$ .

### II. WEAK FIELD LIMIT

In this section we investigate the weak field solution of vacuum field equation in  $f(R)$  theories of gravity. We are interested in model of the form  $f(R) = R + \epsilon g(R)$ , with  $\epsilon$  an adjustable small parameter. The motivation for discussing these models is that the nonlinear curvature terms that grow at low curvature can lead to the late time positive acceleration, but during the standard matter dominated epoch, where the curvature is assumed to be relatively high, could have a negligible effect.

The field equations for these models are

$$G_{\mu\nu} = -\epsilon \left[ G_{\mu\nu} + g_{\mu\nu} \square - \nabla_\mu \nabla_\nu + \frac{g_{\mu\nu}}{2} \times \left( R - \frac{g(R)}{\varphi(R)} \right) \right] \varphi(R) + kT_{\mu\nu}, \quad (1)$$

where  $\varphi(R) = dg(R)/dR$ . Contracting the field equation we obtain

$$R = \epsilon \left[ R - \frac{2g(R)}{\varphi(R)} + 3\square \right] \varphi(R) - kT. \quad (2)$$

Where for the vacuum  $T_{\mu\nu}, T = 0$ . If  $\epsilon = 0$  the above equations reduce to Einstein equation. Hence we suppose  $G_{\mu\nu}$  and  $R$  in the r.h.s of Eqs.(1,2) can be neglected for small values of  $\epsilon$ . Furthermore if the condition  $\lim_{R \rightarrow 0} [g(R)/\varphi(R)] = 0$  is satisfied we can neglect this term

\*Electronic address: [ksaaidi@uok.ac.ir](mailto:ksaaidi@uok.ac.ir)  
†Electronic address: [w.rabiei@uok.ac.ir](mailto:w.rabiei@uok.ac.ir)

too. neglecting these terms leads to the following equations

$$G_{\mu\nu} = -\epsilon [g_{\mu\nu}\square - \nabla_\mu \nabla_\nu] \varphi(R), \quad (3)$$

and

$$R = \epsilon 3\square \varphi(R). \quad (4)$$

The analysis of spherically symmetric solution can be carried out using schwarzchild coordinate

$$ds^2 = -A(r)dt^2 + B(r)^{-1}dr^2 + r^2d\Omega^2. \quad (5)$$

In the weak field limit approximation the metric deviates slightly from the Minkowski metric, so we can write

$$\begin{aligned} A(r) &= 1 + a(r), \\ B(r) &= 1 + b(r), \\ |a|, |b| &\ll 1. \end{aligned} \quad (6)$$

When solving the field equations(3,4) we will keep only terms linear in the perturbations  $a(r)$ ,  $b(r)$ . Hence equations (3,4) leads to

$$\begin{aligned} \frac{a'}{r} + \frac{b}{r^2} &= -\epsilon \frac{2}{r} \frac{d\varphi(R)}{dr} \\ \frac{b'}{r} + \frac{b}{r^2} &= -\epsilon \nabla^2 \varphi(R), \end{aligned} \quad (7)$$

and

$$R = 3\epsilon \nabla^2 \varphi(R). \quad (8)$$

where  $(\prime)$  indicates a derivation with respect to  $r$ .

### A. $f(R) = R^{1+\epsilon}$

This model is considered in [7]. It is shown that this model has an exact spherically symmetric vacuum solution and regarding the general line-element in Eq.(5), it may be written as

$$\begin{aligned} A(r) &= r^{2\epsilon(1+2\epsilon)/(1-\epsilon)} + c r^{-(1-4\epsilon)/(1-\epsilon)}, \\ B(r) &= \frac{(1-\epsilon)^2}{(1-2\epsilon+4\epsilon^2)(1-2\epsilon-2\epsilon^2)} \\ &\times \left(1 + c r^{-(1-2\epsilon+4\epsilon^2)/(1-\epsilon)}\right), \end{aligned}$$

where  $c$  is a constant. In the limit  $\epsilon \rightarrow 0$ , these solutions become

$$\begin{aligned} ds^2 &= -\left(1 + 2\epsilon \ln r + \frac{c}{r}\right) dt^2 + \left(1 + 2\epsilon + \frac{c}{r}\right)^{-1} dr^2 \\ &+ r^2 d\Omega^2. \end{aligned} \quad (9)$$

because we seek the weak field limit, in above equation we assume  $c/r \ll 1$ .

Since we are interested in the limit  $\epsilon \rightarrow 0$ , we may expand  $f(R) = R^{1+\epsilon}$  around  $\epsilon = 0$ . Then we have

$$\begin{aligned} f(R) &= R + \epsilon R \ln R, \\ h(R) &= R \ln R, \\ \varphi(R) &= 1 + \ln R. \end{aligned}$$

It is clear that  $g(R)$  satisfies the condition  $\lim_{R \rightarrow 0} [g(R)/\varphi(R)] = 0$ . Inserting  $\varphi(R)$  in the trace equation (8), the Ricci scalar is obtained as

$$R = -\frac{6\epsilon}{r^2}. \quad (10)$$

Then we arrive at the solutions of Eqs.(7)

$$a = \frac{c}{r} + 2\epsilon \ln r, \quad b = \frac{c}{r} + 2\epsilon, \quad (11)$$

where  $c$  is a constant. We can see our solutions are in agreement with the exact solutions (9). Also one can check neglecting  $R$ ,  $G_{\mu\nu}$  and  $g(R)/\varphi(R)$  in Eqs.(1, 2) is reasonable.

### B. $f(R) = R + \epsilon \ln R$

For this model  $\varphi(R) = 1/R$ . Solving trace equation (8) and field equations (7) we obtain

$$R = \frac{\sqrt{6\epsilon}}{r}, \quad (12)$$

and

$$a = b = -\frac{2M}{r} - \sqrt{\frac{\epsilon}{6}} r. \quad (13)$$

where  $M$  is a constant. Therefore the space time metric for empty space in this model is

$$\begin{aligned} ds^2 &= -\left(1 - \frac{2M}{r} - \sqrt{\frac{\epsilon}{6}} r\right) dt^2 \\ &+ \left(1 - \frac{2M}{r} - \sqrt{\frac{\epsilon}{6}} r\right)^{-1} dr^2 + r^2 d\Omega^2. \end{aligned} \quad (14)$$

We can see, the generalized Newtonian potential is

$$\Phi_G = -\frac{M}{r} - \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon}{6}} r. \quad (15)$$

This generalized gravitational potential has two terms. The first term is the standard Newtonian potential and the second term make a constant acceleration,  $+\sqrt{\epsilon}/24$ , which is independent of the mass of star. In [28] this metric is used to address the Pioneer's anomalous.

$$C. \quad f(R) = R \pm \mu^4/R$$

Based on equivalence between  $f(R)$  gravity and Brans-Dicke theory with  $\omega = 0$ , it was argued that this theory is inconsistent with solar system tests [16]. Indeed by this approach the Post-Newtonian parameter is found as  $\gamma_{PPN} = 1/2$  while the measurements indicate  $\gamma_{PPN} = 1 + (2.1 \pm 2.3) \times 10^{-5}$  [22]. Also we must note that using equivalence between  $f(R)$  gravity and scalar tensor gravity one can find models which are consistent with the solar system tests. This consistency can be made by giving the scalar a high mass or exploiting the so-called chameleon effect[23–25]. However, when one is using equivalence between  $f(R)$  gravity and scalar tensor gravity, the continuity of scalar field or its equivalent, the Ricci scalar, at the matter boundary is crucial condition which is not the case in Einstein gravity. But in this work we don't adopt the continuity of Ricci scalar for solving the field equations. Instead, we suppose that when  $\mu$  tends to zero we arrive at the Einstein gravity. Thus we find a solution for  $1/R$  model which is radically different from other solutions in [26, 27].

For this model we have

$$\begin{aligned} g(R) &= \pm 1/R, \\ \varphi(R) &= \mp 1/R^2, \end{aligned} \quad (16)$$

where  $g(R)$  fulfills the condition  $\lim_{R \rightarrow 0} [g(R)/\varphi(R)] = 0$ . Solving Eqs.(7,8) we obtain

$$\begin{aligned} R &= \mp 7\alpha\mu^{\frac{4}{3}}r^{-\frac{2}{3}}, \\ \frac{\mu^4}{R^2} &= \frac{1}{49\alpha^2}\mu^{\frac{4}{3}}r^{\frac{4}{3}}, \\ a &= -\frac{2M}{r} \pm \frac{3}{4}\alpha\mu^{\frac{4}{3}}r^{\frac{4}{3}}, \\ b &= -\frac{2M}{r} \pm \alpha\mu^{\frac{4}{3}}r^{\frac{4}{3}}. \end{aligned} \quad (17)$$

where  $\alpha^3 = 4/147$  and  $M$  is a constant. Therefore the metric for space time is

$$\begin{aligned} ds^2 &= -\left(1 - \frac{2M}{r} \pm \frac{3}{4}\alpha\mu^{\frac{4}{3}}r^{\frac{4}{3}}\right)dt^2 \\ &\quad + \left(1 - \frac{2M}{r} \pm \alpha\mu^{\frac{4}{3}}r^{\frac{4}{3}}\right)^{-1}dr^2 + r^2d\Omega^2. \end{aligned} \quad (18)$$

From Eq.(17) it is obvious that in the limit  $\mu \rightarrow 0$ ,  $\mu^4/R^2$  tends to zero, so there is not singularity in the field equations. Also one can check neglecting  $R$ ,  $G_{\mu\nu}$ , and  $g(R)/\varphi(R)$  in Eqs.(1, 2) is reasonable.

#### D. Interior solution in the $f(R) = R + \mu^4/R$ model

In this section we discuss the interior gravitational field in the spherically symmetric case of static mass distribution in the  $f(R) = R + \mu^4/R$  model where  $\mu \rightarrow 0$ . So

we seek a spherically symmetric, static solution and we adopt the metric(5). In this model we may rewrite field equation (1) and trace equation (2) as

$$G_\mu^\nu = (\delta_\mu^\nu R + G_\mu^\nu + \delta_\mu^\nu \square - \nabla_\mu \nabla^\nu) \frac{\mu^4}{R^2} + kT_\mu^\nu, \quad (19)$$

$$R = 3(R - \square) \frac{\mu^4}{R^2} - kT. \quad (20)$$

From Eq.(2) it is obvious that as  $\mu \rightarrow 0$ ,  $R \rightarrow -kT$ , so assuming  $\mu^4 \ll -kT$ , in the r.h.s of Eq.(19) we may neglect those terms that contain  $\mu^4/R^2$ . Thus field equations (19) reduce to Einstein equations hence we may write

$$G_\mu^\nu \simeq kT_\mu^\nu. \quad (21)$$

furthermore the conservation equation,  $T^{\mu\nu}_{;\nu} = 0$ , leads to

$$p' = -\frac{A'}{2A}(p + \rho), \quad (22)$$

where  $p, \rho$  are pressure and density of matter. To obtain metric components  $(A, B)$ , we use Eq.(22) and  $rr$  and  $tt$  components of Eq.(21)

$$G_r^r = \frac{A'}{A} \frac{B}{r} + \frac{B - 1}{r^2} \simeq kp, \quad (23)$$

$$G_r^r = \frac{B'}{r} + \frac{B - 1}{r^2} \simeq -k\rho c^2. \quad (24)$$

Solving Eq.(23) we may write

$$B = 1 - \frac{1}{r}kc^2 \int_0^r \rho(x)x^2 dx + \mathcal{O}\left(\frac{\mu^4}{k^2 T^2}\right). \quad (25)$$

From continuity of the metric component  $B(r)$ , on the boundary surface  $r = r_0$  we find

$$\frac{kc^2}{r_0} \int_0^{r_0} \rho(x)x^2 dx + \alpha\mu^{\frac{4}{3}}r_0^{\frac{4}{3}} + \mathcal{O}\left(\frac{\mu^4}{k^2 T^2}\right) = \frac{2M}{r_0}, \quad (26)$$

where in the above equation we used the empty space solution Eq.(18). From the above equation we may determine the parameter  $M$ . It is seen that in the  $\mu \rightarrow 0$  limit this constant reduces to the Schwarzschild radius. Furthermore, according to cosmological studies  $\mu^2 = 10^{-52}m^{-2}$  [5] so ,regarding a typical solar system, in Eq.(26) we may neglect terms at order  $\mathcal{O}\left(\frac{\mu^4}{k^2 T^2}\right)$ .

From equation (26) it is obvious that the physical interpretation of the parameter  $M$  differ from that of general relativity. Also from the above equation it is clear that in the  $1/R$  gravity the external solution depends on the shape of matter distribution.

#### III. STRONG GRAVITY REGIME IN $R + \mu^4/R$ MODEL

In this section we investigate the existence of strong gravitational field for  $f(R) = R + \mu^4/R$  model of  $f(R)$

gravity. We can rewrite the field equation (1) as

$$G_{\mu}^{\nu} \left( 1 - \frac{\mu^4}{R^2} \right) = -\frac{1}{3} \delta_{\mu}^{\nu} R - \nabla_{\mu} \nabla^{\nu} \left( \frac{\mu^4}{R^2} \right), \quad (27)$$

where we have used the trace equation

$$R = -3[R + \square] (\mu^4/R^2). \quad (28)$$

In the above equation we have neglected the energy-momentum tensor of matter because we investigate the strong gravitational field around a spherically symmetric distribution of matter. Adopting the general spherically symmetric metric (5), we can rewrite the trace equation (28) and  $(rr), (tt)$  components of field equation (27) as

$$\begin{aligned} & - \left[ B \left( \frac{d^2}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{d}{dr} \right) + \frac{1}{2} \left( B' + \frac{BA'}{A} \right) \frac{d}{dr} + R \right] \\ & \times \left( \mu^4/R^2 \right) = \frac{R}{3}, \end{aligned} \quad (29a)$$

$$\begin{aligned} & \left( \frac{BA'}{rA} + \frac{B-1}{r^2} \right) \left( 1 - \mu^4/R^2 \right) \\ & + \left( B \frac{d^2}{dr^2} + \frac{B'}{2} \frac{d}{dr} \right) \left( \mu^4/R^2 \right) = -\frac{R}{3}, \end{aligned} \quad (29b)$$

$$\begin{aligned} & \left( \frac{B'}{r} + \frac{B-1}{r^2} \right) \left( 1 - \mu^4/R^2 \right) \\ & + \frac{BA'}{2A} \frac{d}{dr} \left( \mu^4/R^2 \right) = -\frac{R}{3}, \end{aligned} \quad (29c)$$

where  $(\prime)$  denotes derivation with respect to the  $(r)$ . In the previous section we showed,  $(R + \mu^4/R)$  model has the week field solution as

$$\begin{aligned} ds^2 = & - \left[ 1 - \frac{2M}{r} + \frac{3}{4} \alpha(\mu r)^{\frac{4}{3}} \right] dt^2 \\ & + \left[ 1 - \frac{2M}{r} + \alpha(\mu r)^{\frac{4}{3}} \right]^{-1} dr^2 + r^2 d\Omega^2, \end{aligned} \quad (30)$$

where  $\alpha = (4/147)^{1/3}$ . It is obvious this metric reduces to Schwarzschild metric in the limit  $\mu \rightarrow 0$ . Now we seek the solution of field equation in the limit  $(r \rightarrow 2M)$ . Without loss of generality we can assume  $2M = 1$ . In order to solve equations (29) we use some definitions as

$$\begin{aligned} \phi &= \gamma/R, \\ \gamma &= -\mu^{4/3}, \\ A &= 1 - \frac{1}{r} + \gamma a(r), \\ B &= 1 - \frac{1}{r} + \gamma b(r). \end{aligned} \quad (31)$$

Because we seek the solution in the limit  $r \rightarrow 1$ , we may define a new variable as  $x = r - 1$ . Using these definitions

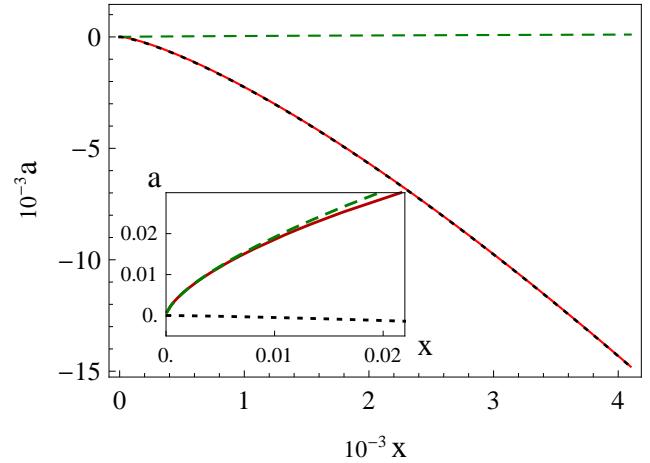


FIG. 1:  $a$  against  $x$ . The red-dashed line shows numerical results of Eqs.(25). The green-dashed line represents approximate solution for  $x \ll 1$  (Eq.(26a)) and the black-dotted line is the approximate solution for  $x \gg 1$  (Eq.(28a)). A close up on the origin of main figure is presented .

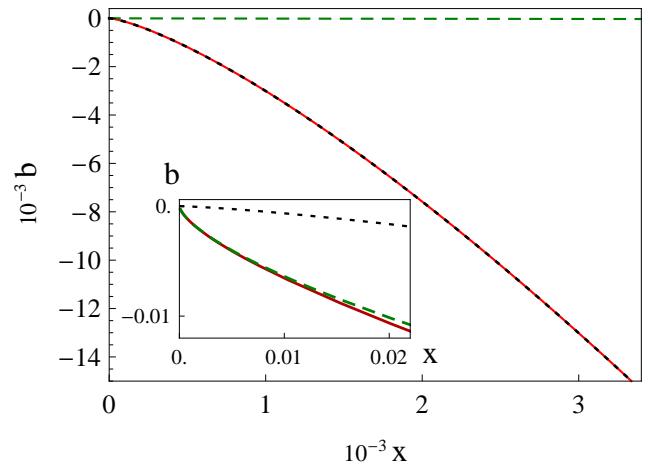


FIG. 2:  $b$  against  $x$ . The red-dashed line shows numerical results of Eqs.(25). The green-dashed line represents approximate solution for  $x \ll 1$  (Eq.(26b)) and the black-dotted line is the approximate solution for  $x \gg 1$  (Eq.(28b)). A close up on the origin of main figure is presented .

we can rewrite Eqs.(29) as

$$\begin{aligned} & \gamma \left( b \frac{d}{dx} + \frac{2b}{x+1} + \frac{b'+a'}{2} + \frac{(x+1)(b-a)}{2(x+\gamma a(x+1))} \right. \\ & \left. \left( \frac{1}{(x+1)^2} + \gamma a' \right) \right) \frac{d\phi^2}{dx} = \left( \frac{1}{3} - \gamma \phi^2 \right) \frac{1}{\phi} \\ & - \left( \frac{x}{x+1} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{2x+1}{(x+1)^2} \frac{d}{dx} \right) \phi^2 \end{aligned} \quad (32a)$$

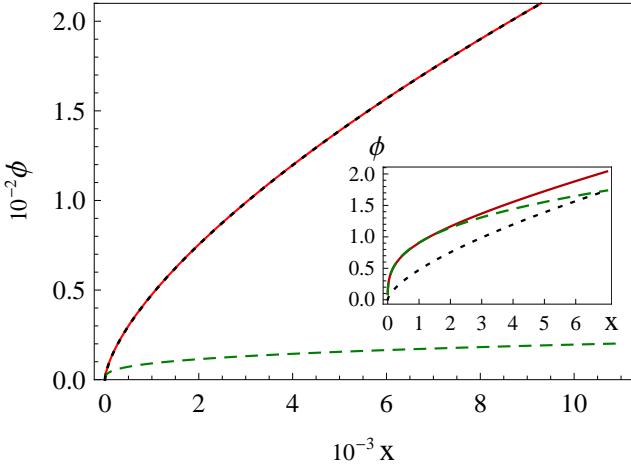


FIG. 3:  $\phi$  against  $x$ . The red-dashed line shows numerical results of Eq.(25a). The green-dashed line represents approximate solution for  $x \ll 1$  (Eq.(26c)) and the black-dotted line is the approximate solution for  $x \gg 1$  (Eq.(28c)). A close up on the origin of main figure is presented .

$$\begin{aligned} & \left( \frac{x}{x+1} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{2(x+1)^2} \frac{d}{dx} + \gamma \left( b \frac{d^2}{dx^2} + \frac{b'}{2} \frac{d}{dx} \right) \right) \phi^2 \\ &= \frac{1}{3\phi} + \left( \frac{b}{(x+1)^2} + \frac{a'}{x+1} + \frac{b-a}{x+\gamma a(x+1)} \right. \\ &\quad \times \left. \left( \frac{1}{(x+1)^2} + \gamma a' \right) \right) (1 + \gamma \phi^2) \end{aligned} \quad (32b)$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \left( 1 + \gamma \frac{(x+1)(b-a)}{x+\gamma a(x+1)} \right) \left( \frac{1}{(x+1)^2} + \gamma a' \right) \frac{d\phi^2}{dx} \\ &= \frac{1}{3\phi} + \left( \frac{b}{(x+1)^2} + \frac{b'}{x+1} \right) (1 + \gamma \phi^2), \end{aligned} \quad (32c)$$

where (i) denotes derivation with respect to the ( $x$ ). For the limit  $\mu \rightarrow 0$ , in the above equations we suppose that we can neglect terms containing  $\gamma$ . After solving equations we check this assumption. By neglecting these terms, equations 32 can be rewritten as

$$\frac{1}{3\phi} = \left( \frac{x}{x+1} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{2x+1}{(x+1)^2} \frac{d}{dx} \right) \phi^2 \quad (33a)$$

$$\begin{aligned} & \frac{b}{(x+1)^2} + \frac{a'}{x+1} + \frac{b-a}{x(x+1)^2} = -\frac{1}{3\phi} \\ &+ \left( \frac{x}{x+1} \frac{d^2}{dx^2} + \frac{1}{2(x+1)^2} \frac{d}{dx} \right) \phi^2 \end{aligned} \quad (33b)$$

$$\frac{1}{2} \frac{1}{(x+1)^2} \frac{d\phi^2}{dx} = \frac{1}{3\phi} + \frac{b}{(x+1)^2} + \frac{b'}{x+1}. \quad (33c)$$

In the limit  $x \ll 1$ , solutions of Eqs. (33) are

$$a_0 = \frac{3}{8} \left( \frac{4}{3} \right)^{1/3} x^{2/3}, \quad (34a)$$

$$b_0 = -\frac{1}{8} \left( \frac{4}{3} \right)^{1/3} x^{2/3}, \quad (34b)$$

$$\phi_0 = \left( \frac{3}{4} \right)^{1/3} x^{1/3}. \quad (34c)$$

Thus we obtain the metric for  $x \ll 1$  as

$$\begin{aligned} ds^2 = & - \left( 1 - \frac{1}{r} - \frac{3}{8} \left( \frac{4}{3} \right)^{1/3} \mu^{4/3} (r-1)^{2/3} \right) dt^2 \\ &+ \left( 1 - \frac{1}{r} + \frac{1}{8} \left( \frac{4}{3} \right)^{1/3} \mu^{4/3} (r-1)^{2/3} \right) dr^2 \\ &+ r^2 d\Omega^2. \end{aligned} \quad (35)$$

Furthermore, for  $x \gg 1$ , we can obtain the solutions of equations (33) as

$$a_\infty = -\frac{3}{4} \alpha x^{4/3}, \quad (36a)$$

$$b_\infty = -\alpha x^{4/3}, \quad (36b)$$

$$\phi_\infty = \frac{1}{7\alpha} x^{2/3}, \quad (36c)$$

which are in agreement with weak field limit (30). Now we can check the validity of our assumption. Considering the solutions (36), shows that neglecting terms containing  $\gamma$  in Eqs. (32) is valid only for  $x \gg |\gamma^3|$  or  $x \gg \mu^4$ . Hence the metric (34) is solution of field equations in the range of  $\mu^4 \ll x \ll 1$ . By performing a conformal transformation and changing coordinate we can see the strong field solution (35) is

$$\begin{aligned} ds^2 = & - \left( 1 - \frac{2M}{r} - \frac{3}{8} \left( \frac{4}{3} \right)^{1/3} (2M\mu)^{4/3} \left( \frac{r}{2M} - 1 \right)^{2/3} \right) dt^2 \\ &+ \left( 1 - \frac{2M}{r} + \frac{1}{8} \left( \frac{4}{3} \right)^{1/3} (2M\mu)^{4/3} \left( \frac{r}{2M} - 1 \right)^{2/3} \right) dr^2 \\ &+ r^2 d\Omega^2, \end{aligned}$$

which is valid in the range of  $(2M\mu)^4 \ll r/2M - 1 \ll 1$  and farther where  $r \gg 2M$ , the metric of space time can be approximated by the metric (30). Furthermore, we have solved field equations (33)numerically. figure shows that the numerical solutions are in agreement with the approximate solutions (34,36).

#### IV. DISCUSSION

We have studied spherically symmetric solution of  $f(R)$  gravity. At first we have introduced a new approach for investigating the weak field limit of vacuum

field equations in  $f(R)$  gravity and we find the weak field limit of  $f(R) = R + \mu^4/R$  gravity, which differs slightly from the Schwarzschild metric. Moreover we have investigated the strong field regime for this model. We have shown that if  $(r - 2M)/(2M)^5 \gg \mu^4$ ,

where  $2M$  and  $r$  are Schwarzschild radius and radius in the Schwarzschild coordinate, the gravitational field is a perturbed Schwarzschild metric even in strong gravity regime.

- [1] A. G. Riess *et al.*, Astron. J. **116**, 1009 (1998); S. Perlmutter *et al.*, Astrophys. J. **517**, 565 (1999).
- [2] D. N. Spergel *et al.*, Astrophys. J. suppl. **148**, 175 (2003).
- [3] M. Tegmark *et al.*, Phys. Rev. **D 69**, 103501 (2004).
- [4] S. Capozziello, Int. J. Mod. Phys. **D 11**, 483 (2002).
- [5] S. M. Carroll, V. Duvvuri, M. Trodden, M. S. Turner, Phys. Rev. **D 70**, 043528 (2004).
- [6] S. M. Carroll *et al.*, Phys. Rev. **D 71**, 063513 (2005).
- [7] T. Clifton, J. D. Barrow, Phys. Rev. **D 72**, 103005 (2005).
- [8] S. Nojiri, S.D.Odintsov, Phys. Rev. **D 68**, 123512 (2003).
- [9] I. Sawicki, W. Hu, Phys. Rev. **D 76**, 064004 (2007).
- [10] J. D. Evans, Lisa. M. H. Hall, P. Caillol , Phys. Rev. **D 77**, 083514 (2008).
- [11] A. Aghmohammadi, Kh. Saaidi, M. R. Abolhassani, A. Vajdi, Phys. Scr. **80**, 065008 (2009).
- [12] A. D. Dolgov, M. Kawasaki, Phys. lett. B **573**, 1 (2003).
- [13] V. Faraoni, Phys. Rev. **D 74**, 104017 (2006).
- [14] I. Sawicki, W. Hu, Phys. Rev. **D 75**, 127502 (2007).
- [15] L. Amendola, R. Gannouji, D. Polarski, S. Tsujikawa, Phys. Rev. **D 75**, 083504 (2007); L. Amendola, D. Polarski, S. Tsujikawa, Phys. Rev. Lett **98**, 131302 (2007).
- [16] T. Chiba, Phys. lett. **B 575**, 1 (2003).
- [17] T. Multamaki, I. Vilja, Phys. Rev. **D 74**, 064022 (2006).
- [18] S. Capozziello, A. Stabile, A. Troisi, Class. Quant. Grav. **25**, 085004 (2008).
- [19] S. Capozziello, A. Stabile, Class. Quant. Grav. **26**, 085019 (2009).
- [20] Kh. Saaidi, A. Vajdi, A. Aghmohammadi, [arXiv:gr-qc/1001.4149].
- [21] A. Aghmohammadi, Kh. Saaidi, M. R. Abolhassani, A. Vajdi, Int. J. Theor. Phys., (DOI 10.1007/s10773-010-0250-4)
- [22] B. Bertotti, L. Iess, and P. Tortora, Nature **425**, 374 (2003).
- [23] J. Khoury, A. Weltman, Phys. Rev. **D 69**, 044026 (2004)
- [24] S. Capozziello, S. Tsujikawa, Phys. Rev. **D 77**, 107501 (2008)
- [25] T. Faulkner *et al.* Phys. Rev. **D 76**, 063505 (2007)
- [26] A. L. Erickcek, T. L. Smith, M. Kamionkowski, Phys. Rev. **D 74**, 121501 (2006).
- [27] T. Chiba, T. L. Smith, A. L. Erickcek, Phys. Rev. **D 75**, 124014 (2007).
- [28] R. Saffari, S. Rahvar, Phys. Rev. **D 77**, 104028 (2008).

نور سنجی ستارگان با دوربین های دیجیتال

پخشی، هادی و صفری، حسین

دانشگاه زنجان

چکیده

زمان زیادی از اختصار **CCD** نگاشته بود که حساسه **CMOS** وارد بازار و به طبع به کارهای علمی راه یافت. مدت کوتاهی است که مشخص شده که می توان از دوربین های تک لنز بازتابی دیجیتال (**DSLR**) در مطالعه‌ی تغییرات نور ستارگان استفاده کرد. روشی بسیار ساده تر و ارزان تر از روش های معمول که می تواند زمینه‌ی حضور منجمان آماتور را در کارهای علمی فراهم کند. در این مقاله مدت زمان تغییرات نور ستاره‌ی **Lam Tau** مطالعه شده است که در مقایسه با مقدار اندازه گیری شده آن با استفاده از **CCD** هم خوانی خوبی دارد. می توان این روش را برای مطالعه‌ی ستارگان دوستی، کشف سارک‌ها و جناله‌دارها و حتی شالد در مطالعه‌ی سیارات فاصله‌رشابی، نکار سنت.

مقامه

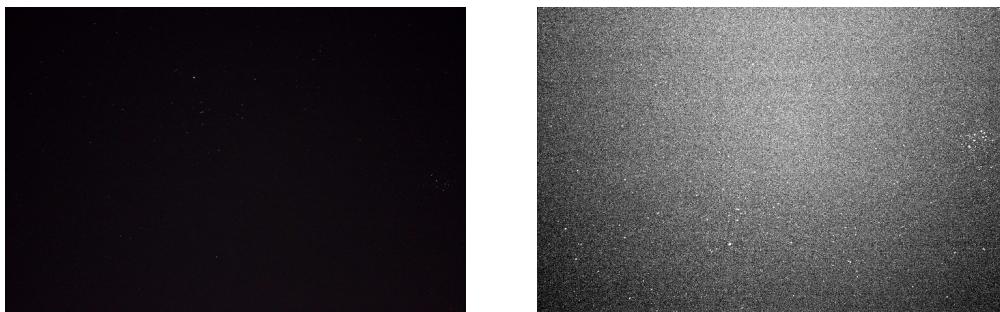
به تازگی مشخص شده است که می‌توان با عکس برداری با استفاده از دوربین‌های DSLR در فرمت RAW و با انجام تغییراتی به همان اطلاعاتی که CCD‌ها در زمان نورستجی از ستارگان در اختیار ما قرار می‌دهد، دست یافته.<sup>۱</sup> به نحوی که به کمک یک دوربین دیجیتال، یک لنز نسبتاً مناسب و یک پایه‌ی عکاسی معمولی نور سنجی را تا حدود قدر ۱۰ و به کمک پایه‌ی متحرک استوایی یک لنز تله تا قدر ۱۲ انجام داد. این در حالی است که انجام همین نور سنجی تا قدر ۱۰ نیازمند CCD نسبتاً ایده‌آل، پایه‌ی متحرک استوایی با دقیقی بالا، سیستم هدایت کننده‌ی پایه (Guide System) و در نهایت تلسکوپی بسیار با کیفیت (بدون ابیراهی و خطای رنگی) است که تمامی این ها مستلزم هزینه‌ی بالا و البته دقت فراوان است. نور سنجی به روش حاضر شیوه‌ای جدید است که به تازگی مطرح شده و همچنان در حال پیشرفت و توسعه می‌باشد.

## روش اجرا و پردازش داده ها

در این روش برخلاف روش های معمول نور سنجی، نیازی به CCD و تلسکوپ با پایه‌ی قطبی به همراه ملزومات نیاز نبوده و می‌توان به کمک یک دوربین DSLR به همراه لنز نسبتاً مناسب و یک پایه عکاسی معمولی، نور سنجی را انجام داد. لنزها با توجه به حد قدر ستاره متغیر انتخاب می‌شوند. عکس‌ها متناسب با دوره‌ی زمانی ستاره متغیر گرفته می‌شوند. از Dark Frame هنگام پردازش تصویر استفاده می‌شود.<sup>۲</sup> هنگام استفاده از لنزهای ۵۵ میلیمتر به دلیل اینکه دوربین تصویری با میدان دید نسبتاً بازی ضبط می‌کند می‌توان تا حدودی از خطاهایی که از قرارگرفتن گردوغبار بر روی سطح حساسه هنگام عکس برداری ایجاد می‌شود چشم پوشی کرد ولی در پروژه های دقیق، تر استفاده از Flat Frame استفاده می‌شود.<sup>۳</sup>

بسته های نرم افزاری زیادی برای پردازش این نوع تصاویر معرفی شده اند: Aip4win, Maxlm Dl, Iris Matlab موفقترین این بسته ها هستند. در زمان جمع آوری داده به دلیل بروز برخی اشکالها از دو بسته نرم افزاری Iris و Aip4win استفاده شده است. فرآیند پردازش شامل مراحل زیر است:

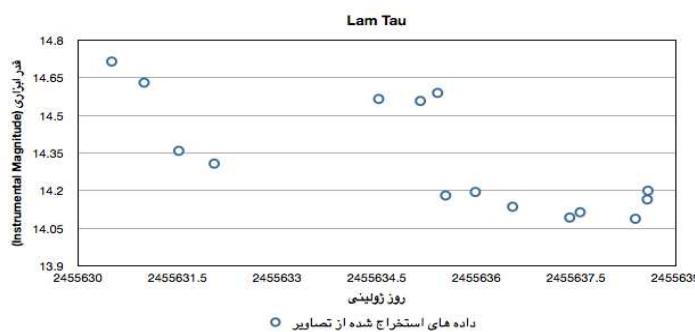
- ۱- تصاویر گرفته شده، به کمک بسته نرم افزاری Decode Bias frame ، Flat frame , Dark frame تصاویر گرفته شده بصورت gray scale در فرمت Fits ذخیره می شوند.
- ۲- برای افزایش کیفیت دادهنهایی، از تصاویر گرفته شده از ستاره متوجه گیری می شود.
- ۳- برای کالیبراسیون تصاویر، Bias frame ، Flat frame , Dark frame از تصاویر متوجه گیری شده حذف می شوند.(شکل ۱)
- ۴- پس از کالیبراسیون تصویر به کمک ابزار نورسنجی قدر ابزاری ستاره اندازه گیری می شود.



شکل ۱: فرآیند پردازش تصاویر. سمت چپ تصویر خام، سمت راست تصویر پردازش شده، عکس ها: صورت فلکی Taurus

## نتایج و خلاصه

در این مطالعه به مدت چهارشب و در آسمان زنجان از ستاره  $\tau$  Lam Tau به تعداد ۴۵ عکس با زمان نوردهی ده ثانیه با دوربین Canon 500D و با لنز نرمال عکس برداری شد. داده های این تصاویر در نمودار زیر دیده می شود. محور افقی بر حسب روز ژولینی و محور عمودی قدر ابزاری اندازه گیری شده ای ستاره است. دیده می شود که نور ستاره در طی زمان تغییر نموده و دچار افت و افزایش شده است. مدت زمان این تغییرات از روی نمودار تقریباً ۴ روز است که در مقایسه با مقدار اندازه گیری شده ای آن،  $3/95295$  روز در تطابق خوبی است. البته قابل ذکر است که این روش محاسبه ای قدر ستاره Instrumental Magnitude (در کanal نور سبز انجام شده است. فیلترهای سبز استفاده شده در دوربین های DSLR تقریباً با فیلتر جانسون وی برابرند. برای برقراری این تساوی و تبدیل این مقدار به جانسون وی از ضربیت تبدیل استفاده می شود.



شکل ۱: نمودار تغییرات قدر ابزاری ستاره  $\tau$  Lam Tau

اهمیت این روش علاوه بر صرف هزینه ای بسیار پایین و فرآیند نسبتا ساده این امکان را فراهم می آورد تا شرایط برای حضور منجمان آماتور در کارهای علمی ایجاد شود. علاوه بر نور سنجی ستارگان متغیر، می توان به کمک این

روش به بررسی سیارات فراخورشیدی که مبحثی تازه و نسبتا پر هزینه است، پرداخت و یا با انجام برخی تغییرات در این روش فعالیت های ۱۱ ساله خورشیدی، کاری که نیازمند رصدخانه های مدرن خورشیدی است، زیر نظر گرفت.

#### منابع

- 1- J. E. Hoot, *Photometry With DSLR Cameras - Proceedings of the 26th Annual Conference of the Society for Astronomical Sciences, held May 22-24, 2007 at Big Bear, California, USA*, pp 267-27
- 2-Hainaut, Oliver R. (December 2006). "Basic CCD image processing". Retrieved October 7, 2009.
- 3-Hainaut, Oliver R. (May 20, 2009). "Retouching of astronomical data for the production of outreach images". Retrieved October 7, 2009.
- 4-Karkoschka, Erick. *Atlas fur Himmelsbeobachter the observer's sky atlas: with 50 stars charts covering the entire sky* 2<sup>nd</sup> ed. 1999

## Investigating Mass Concentration using Weak Gravitational Lensing Analysis

Abedi H.<sup>1,2</sup>, Jassur D.M.Z.<sup>1</sup>, Ghassemi S.<sup>2</sup>, Mansouri R.<sup>2,3</sup>

<sup>1</sup>Dept. of theoretical physics and astrophysics, Faculty of physics University of Tabriz, Iran

<sup>2</sup>IPM (Institute for Research in Fundamental Sciences), Theran, Iran

<sup>3</sup>Sharif University of Technology, Tehran, Iran

The aim of this work is to find and construct mass-selected galaxy cluster based on weak gravitational lensing methods. We perform this analysis on data from ESO (GaBoDS- Deep2c2 field) obtained with the WFI@MPG/ESO 2.2 m telescope. We decided to use KSB approach, to measure the shape of background galaxies and to derive the shear signal produced by the cluster and from this, we reconstruct the surface mass density. Then we apply mass aperture statistics (S-statistics) to our data to provide an estimate of signal to noise to show the reliability of particular cluster detection.

### I. INTRODUCTION

The weak distortions produced by gravitational lensing in the images of background galaxies provide a unique method to measure directly the distribution of mass in the universe. However, because the induced distortions are only of a few percent, this technique requires high precision measurements of the lensing shear and cautious corrections for systematic effects. A statistical approach is therefore required, where the distortion can be measured for a large number of sources in order to bring down that noise. Kaiser, Squires and Broadhurst (1995) proposed a method (KSB) to calibrate the ellipticity-shear relation in the presence of Point Spread Function (PSF) anisotropies and camera distortions. In this work we describe a weak lensing analysis of images from ESO, in order to find the mass peaks of galaxy cluster in this field.

### II. DATA

The ESO Deep-Public-Survey (DPS) is a multi-colour imaging survey carried out by the ESO Imaging Survey (EIS) team. It consists of optical data in the UBVRI-bands observed with the Wide Field Imager (WFI) at the 2.2m telescope at La Silla. These images were reduced and calibrated with THELI reduction pipeline (Erben et al. 2005). We obtain these data by Abouzar Najafi from Bonn University.

### III. PHOTOMETRIC REDSHIFT ESTIMATION

Photometric redshifts are determined with the Bayesian approach of Benitez (2000)(BPZ) which is based on a SED template and prior information of the distribution of galaxy types in redshift space. BPZ determines the probability that a galaxy of a certain spectral type with the magnitudes measured in different pass-

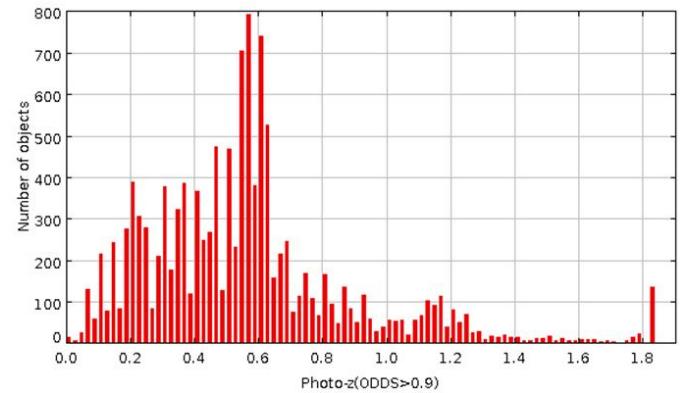


FIG. 1. Histogram of photometric redshifts

bands is located at a certain redshift. Figure 1 shows the histogram of estimated redshifts.

### IV. SIMULATION

The reliability of the photometric redshifts estimated with BPZ under the conditions given by the properties of the photometric data, is first estimated in simulations. For this issue, the programs STUFF and SKYMAKER developed by E. Bertin are employed. STUFF generates galaxy catalogues with a realistic galaxy population in redshift, but without errors in magnitude or redshift, while SKYMAKER produces the corresponding Fits images. The magnitudes generated by STUFF are fed in BPZ in order to estimate the corresponding photometric redshifts  $z_{photo}$ . The spectroscopic redshifts  $z_{spec}$  from STUFF then are plotted against their photometric counterparts for the BPZ quality parameter  $ODDS > 0.9$  in Figure 2. Considering these plots shows, that photomet-

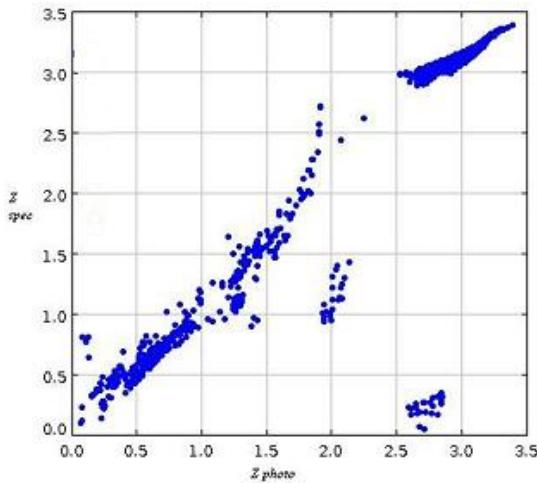


FIG. 2. Quality of the estimated photometric redshift  $z_{photo}$  plotted against the true redshift  $z_{spec}$

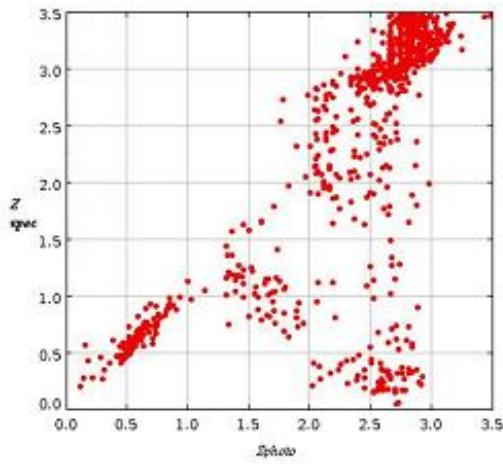


FIG. 3. Photometric redshifts  $z_{photo}$  from BPZ (after simulating with skymaker) plotted versus their input redshift

ric redshifts are reliable up to  $z \sim 1.8$ . Catalogues in the UBVRI-bands which were generated with STUFF, were processed with SKYMAKER in order to produce five corresponding fits images. After extracting the isophotal magnitudes of these simulated galaxies and feeding them to BPZ, the redshifts are estimated. The  $z_{photo}$ 's and the positions of the objects are merged with the STUFF catalogue in the LDAC pipeline. The results are shown in Figure 3.

## V. KSB METHOD

The KSB method (Kaiser et al. 1995) assumes that the PSF can be written as a convolution of a very compact anisotropic kernel with a more extended, circular

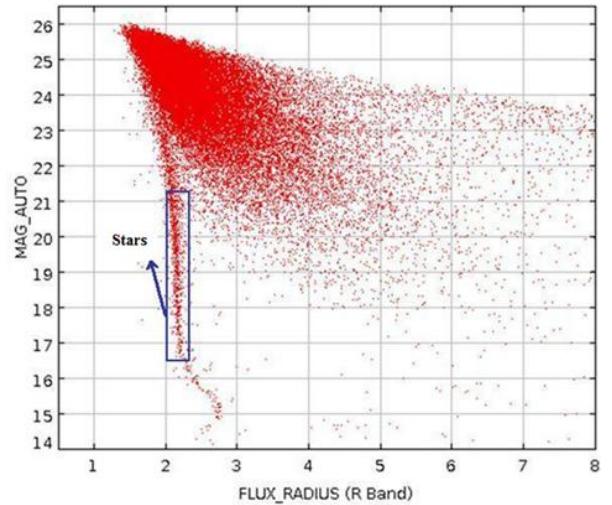


FIG. 4. Magnitude vs. half light radius plot for R band

function. These two terms are expressed in terms of the quadrupole moments of the surface brightness. The isotropic component is subtracted from the measured ellipticity and the anisotropic component is subtracted from a responsively term. We used The KSB code written by Catherine Heymans and Ludovic van Waerbeke. Before feeding the R-band catalogue to the KSB code, we filter the catalogue refer to Schirmer et al. 2007. We excluded galaxies with the half-light radius smaller than 0.2 pixels than the left ridge of stellar branch in magnitude vs. the half-light radius diagram (Fig. 4) and also  $r_h > 7$ , exclude objects brighter than  $R = 18$  despite the objects in stellar branch and remove the saturated part of stellar branch (brighter than  $R = 16.5$ ). We need to identify stars and separated them from galaxies in order to determine the PSF model. The separation between stars and galaxies was performed in the mag- $r_h$  plane together with the mag-FWHM plane, where magnitudes (mag) and half-light radii ( $r_h$ ) were obtained from the MAG AUTO and FLUX RADIUS parameters computed by SExtractor. Unsaturated stars were selected on the vertical branch in the range  $16.6 < R < 21.2$  mag and  $2 < r_h < 2.3$  pixels and  $3 < FWHM < 3.7$ . In this way we obtained 755 stars for the PSF correction. KSB parameterizes galaxies and stars according to the weighted quadrupole moments of the intensity distribution using a Gaussian weight function .The main assumption of this approach is that the PSF can be described as the convolution of a large isotropic component (seeing) and small anisotropic part. In this way the observed ellipticity  $e^{obs}$  can be related to the intrinsic source ellipticity  $e^s$  and shear by the relation:

$$e^{obs} = e^s + P^{sm}p + P^g g \quad (1)$$

where  $P^{sm}$  is the smear polarizability tensor and  $P^g$  is the preseeing polarizability tensor, which is related to the

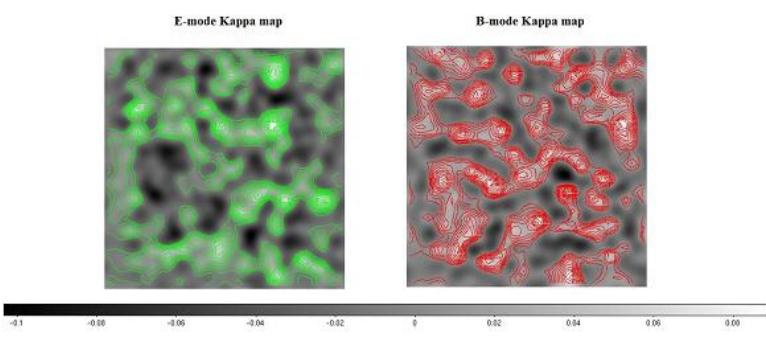


FIG. 5. The mass map(left) and The noise map (right)

shear polarizability tensor  $P^{sh}$  and  $P^{sm}$  by this Equation:

$$P^g = P^{sh} - P^{sm} \frac{P^{sh*}}{P^{sm*}} \quad (2)$$

The quantity  $p$  characterizes the anisotropy of the PSF and is estimated from stars, which have zero intrinsic ellipticity:

$$p^* = (P^{sm*})^{-1} e^{obs*} \quad (3)$$

Since the PSF in the coadded WFI@2.2 images varies smoothly over the field of view and over the chip boundaries, so we needed to fit it on each CCD in order to extrapolate its value at the position of the galaxy we want to correct. In our case we performed this fitting on each CCD and a second-order polynomial fit was sufficient. At next step, Since the PSF degrades somewhat at the borders of the image, we remove image borders, also we have to remove all galaxies which have a size close to the PSF size so we remove all galaxies with filter scale  $< 1.2$  pixels, Also remove faint galaxies ( $R > 24$ ) and low signal-to-noise ones ( $S/N < 10$ ). After performing these cuts, the remaining average number density of galaxies is about  $11\text{arcmin}^{-2}$ . Now we have a good shear catalog and we use Imcat software to make the mass map in E and B modes (see Fig. 6).

## VI. S-MAP

We wanted to have an estimate signal to noise ratio, so we used S-statistics (Schirmer et al. 2007). S-maps are computed from this equation:

$$S = \frac{\sqrt{2} \sum_{i=1}^N \varepsilon_{ti} \omega_i Q(|\theta_i - \theta_0|)}{\sqrt{\sum_{i=1}^N |\varepsilon_{ti}|^2 \omega_i^2 Q^2(|\theta_i - \theta_0|)}} \quad (4)$$

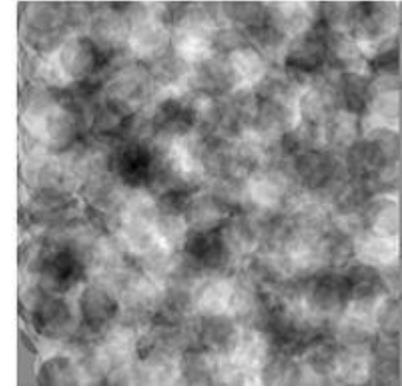


FIG. 6. S-map

$\alpha$	$\gamma$	Kappa value	$\frac{S}{N}$
03 : 32 : 45.3	-27 : 47 : 44.10	0.065	3.9

TABLE I.

For this calculation the image is considered as a grid of points,  $e_{ti}$  are the tangential components of the ellipticities of the lensed galaxies, which are computed by considering the center of each point of the grid,  $w_i$  is the weight as (Erben et al. 2001):

$$\omega = \frac{1}{\sigma_g^2} \quad (5)$$

For each galaxy we consider its  $N$  nearest neighbors in our parameter space (typically  $N = 20$ ) and assign  $\sigma_g^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N |g_i|^2$ , the inverse of from these neighbors as weight to that galaxy. In this analysis, the filter of Schirmer et al. (2007) was employed, which is defined as:

$$Q_{TANH}(x) = \frac{1}{(1 + e^{6-150x} + e^{-47+50x})} \frac{\tanh(x/x_c)}{x/x_c} \quad (6)$$

The quantity  $x$  is the distance to the aperture centre in units of the aperture radius  $\vartheta_{out}$ ,  $x = \frac{\vartheta}{\vartheta_{out}}$ , while  $x_c$  is a dimensionless parameter changing the sharpness of the filter. In Figure 7 we plot the S-map. We found the mass peak in the peak region of both mass map and S-map but far from the peak region in noise map (Figure 8). At the following table we summarized the properties of the peak that we found in our image.

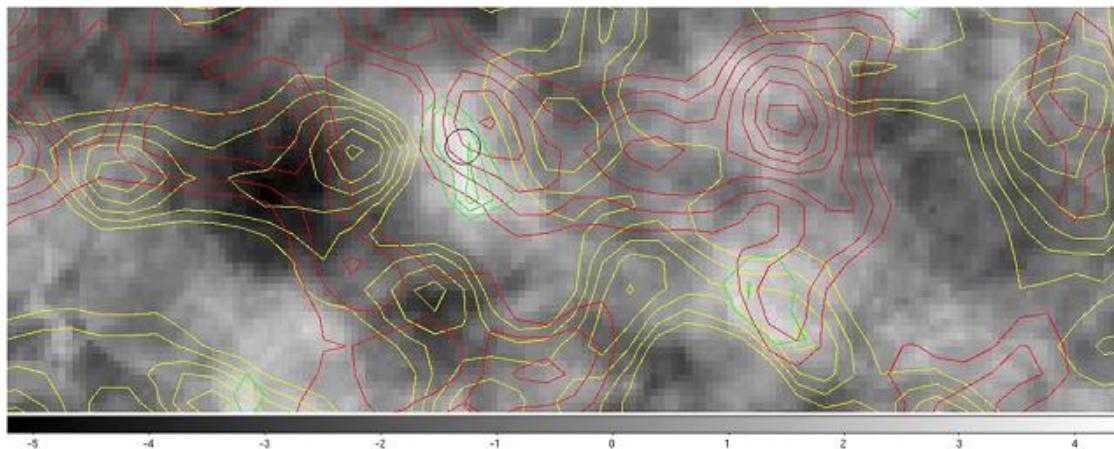


FIG. 7. S-map with green contours . Red contours presents the E-mode contours and the yellow contours are for B-mode. The detected mass peak is shown in black circle

- [1] Bartelmann M. and Schneider P., 2001, Phys. Rep., 340, 219.
- [2] Erben, T., van Waerbeke, L., Bertin, E., Mellier, Y., Schneider, P. 2001, AA,366, 717.
- [3] Hildebrandt, H., Erben, T., Dietrich, J. P., et al. 2006, AA, 452, 1121.
- [4] Kaiser, N., Squires, G., Broadhurst, T. 1995, ApJ, 449, 460.
- [5] Schirmer M., Erben T., Schneider P., Wolf C., Meisenheimer K., 2004, AA,420, 75.
- [6] Schirmer, M., Erben, T., Hetterscheidt, M. Schneider, P. 2007, AA, 462, 875-887.

## Period Analysis of Eclipsing Binary U Peg

F. Akbarian, A. Abedi, M. Farahinejad, B. Zarei, S. Abbasi, f. zeraatgari, M. Mostafaei, H. Gholamhosseinpur  
*Department of Physics, Faculty of sciences, P.O.Box 97175/615, Birjand, Iran*

The orbital periods of U Peg are studied based on all available times of minima. It is found that the O-C variations of systems can be represented by a parabolic and a periodic term. Our study reveals evidence of mass transfer and third component star in the system. The parabolic terms in the O-C variations are due to mass transfer between two components and the periodic terms are explained with the additional third star in the system then period, eccentricity, mass and semi-major axis of third body have been calculated.

PACS numbers: 97.00, 95.75.-z

### I. INTRODUCTION

The variability of U Peg (*BD + 15\_4915*) was discovered by Chandler (1895) and the system belongs to the W subclass of the W UMa-type eclipsing binaries [1]. The first orbital elements were derived by Shapley (1915) [2]. From photoelectric observations it was found that its light curves are variable. Regarding the spectral type of U Peg, Adams et al. (1924) classified it as F3, but later this was revised to G3 (Adams et al. 1935). Struve et al. (1950) estimated the radial velocities of the two components from 4 spectra of the system, but the most recent and most accurate radial velocity observations were made by Lu (1985) [3]. The orbital period of the system (0.3747771 day) decreased over the whole time interval of the observations (1894-2001). This period decrease can be explained by the mass transfer from the more to the less massive component [4]. In the last period review conducted on this system [5], the period of 18 and 85 years of o-c diagram has been resulted.

### II. OBSERVATIONS

The photometric observations of eclipsing binary star U Peg were carried out during three nights in August 2010 at Mojtabaei Observatory of University of Birjand by using a 14 inch Cassegrain telescope equipped with a SSP5A photometer. The photometric results are depicted in Fig.1. The primary and secondary minima obtained from of U Peg System are given in Table 1.

Filter	Primary minimum	Secondary minimum
<i>B</i>	2455423.37832 $\pm$ 0.0001807	2455421.31861 $\pm$ 0.0003410
<i>V</i>	2455423.37802 $\pm$ 0.0001785	2455421.31832 $\pm$ 0.0003014
<i>R</i>	2455423.37764 $\pm$ 0.0002496	2455421.31725 $\pm$ 0.0002671

TABLE I. Times of the primary and secondary minima of U Peg

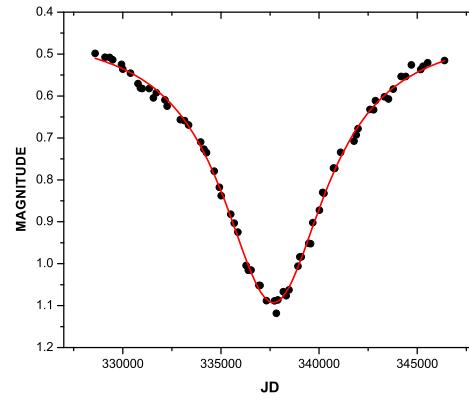


FIG. 1. Minimum points by fitting the Lorentz function on the V filter

### III. PERIOD CHANGES

Since this system is an over contact system and the presence of third body is probable, the two factors, the variation of period due to the mass transfer between two components and the light-time effect by moving binary systems around the center of mass in triple system, have been considered to calculate the minimum time period of light. These factors of both are considered and minimized at the minimum time of eclipse in equation 1.

$$\begin{aligned} \text{Min } I = & HJD_0 + C_1 E + C_2 E^2 \\ & + \frac{a_{12} \sin i}{C} \left[ \frac{(1 - e^2)}{(1 - e \cos \nu)} \sin(\nu + \mu) + e \sin \omega \right] \quad (1) \end{aligned}$$

Where  $a_{12} \sin i$  is the projected semi-major axis,  $e$  is the eccentricity and  $w$  is the longitude of the periastron of the binary orbit around the center of mass of the triple system.  $HJD_0 + C_1 E + C_2 E^2$  is the quadratic ephemeris of the minima of the eclipsing pair.

In order to investigation of periodic changes of the system, by using the ephemeris of notified by Gordon 1987

(equation 2) the O-C diagram is plotted in Fig. 2 during the time interval between 1984 and 2010. It should be noted that times of eclipsing minimum observed by photometry and the data at the database (available at <http://astro.sci.muni.cz/variables/ocgate>) have been collected.

$$HJD(\text{Min}I) = 2438691.7693 + 0.37478133 \times E \quad (2)$$

By considering the parabolic form of this curve, the coefficient of the quadratic term indicates a period increase with a rate of

$$\dot{P} = -2.203721 \times 10^{-7} \pm 3.11 \times 10^{-9} \quad (\text{s yr}^{-1})$$

It may be due to mass transfer from the less massive to the more massive component. A conservational mass transfer rate was estimated from the quadratic term as

$$\dot{m} = 4.1576 \times 10^{-8} \pm 5.88 \times 10^{-9} \quad (M_{\odot} \text{ yr}^{-1})$$

By times of eclipsing minimum observed by photometry and the value of P, a new Ephemeris of system offered the following:

$$HJD(\text{Min}I) = 2455423/37802 + 0/37477814 \times E$$

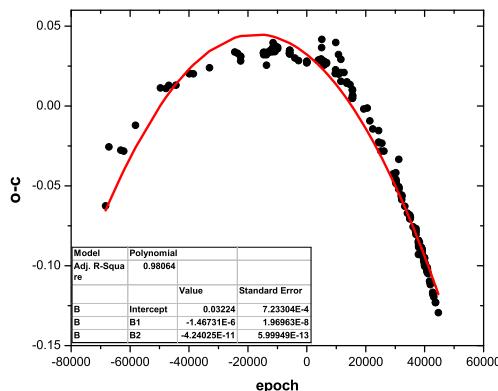


FIG. 2. O-C diagram for u peg and its representation by a best fit parabolic

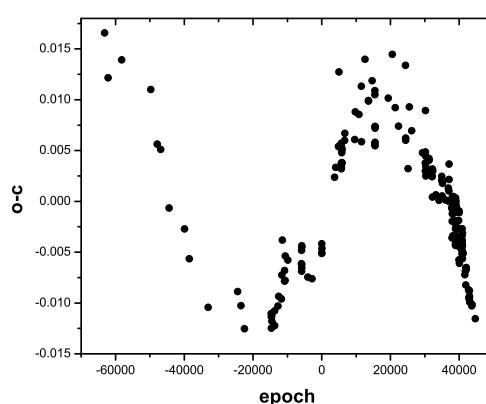


FIG. 3. The residuals, O-C (II), from the parabolic best fit and its representation of a third-body orbit.

#### IV. ORBITAL PARAMETERS OF THE TRIPLE SYSTEM

Considering the frequency observed in The residuals, O-C (II), from the parabolic best fit (Fig. 3), its could be attributed to the third body. by Using the period04 software, period changes the same period is triple system, was determined. To obtain the geometric parameters of triple system, the remaining curves, which are based on epoch, by using  $e$ ,  $\omega$  and presented relations by Irwin [7] and Hilditch [6], the remaining curves was plotted Based on the true anomaly  $\nu$ , then the value of  $e$  and  $\omega$  left free to adapt it to a curve (according to Fig. 4), When the obtained values from origin software was be same to the hypothetical values, these values of as eccentricity and longitude of the periastron of the binary orbit around the center of mass of the triple system was considered. Also by using below equations(3,4) Semi-major axis of binary system around the center of triple system and mass of the third body is computed, the calculated geometric parameters of the triple system are shown in Table 2.

$$k = \frac{1}{2}(\tau_{max} - \tau_{min}) = \frac{a_{12} \sin i \sqrt{1 - e^2(\cos \omega)^2}}{2.590 \times 10^{10}} \quad (3)$$

$$\frac{4\pi^2(a_{12} \sin i)^3}{GP^2} = \frac{(m_3 \sin i)^3}{m_1 + m_2 + m_3} \quad (4)$$

p	(year)	79.68	i (°)	$m_3(M_{\odot})$	$a_3(AU)$
e		0.13	90	0.143	19.95
$\omega$	(°)	9.48	70	0.153	17.55
$a_{12} \sin i$	(AU)	1.87	50	0.190	11.51
$T_0$	(HJD)	30332.1	30	0.304	4.69
K	(Day)	0.010785	10	1.118	1.63

TABLE II. Orbital Parameters of the Third-Body Orbit

In addition to the observed rotation in residual curve due to the presence of the third body, one alternation with a short period of 19 years was also observed in the data (according to Fig. 5). that it can be attributed to the active spots of binary system.

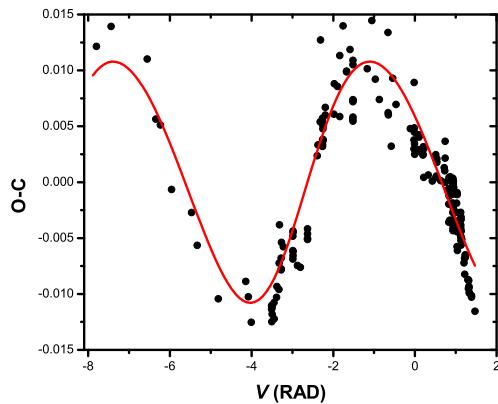


FIG. 4. The matching function of light changes due to the third object.

obtained from the Fourier analysis of the data can be attributed to the activity of these spots.

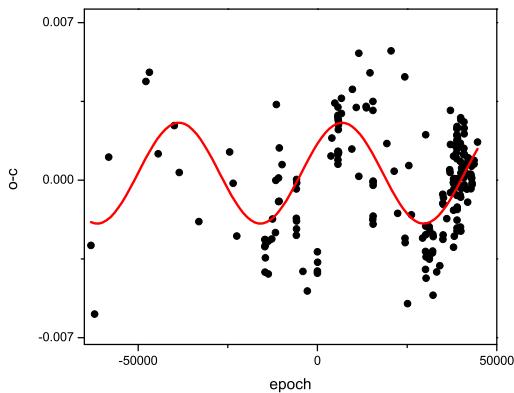


FIG. 5. Short period of 19 years observed in the data.

## V. CONCLUSION

According to the values obtained for the period changes, conservative mass transfer and mass of the components, the mass transfer is considered to from the secondary to the primary stars. Also the geometrical parameters of the triple system and the mass of the third body versus  $M_{\odot}$  show that these resulting values are in agreement with calculated values of Fourier analysis by Borkovits.

Because asymmetric light curves, the secondary star has two cool spots. Based on light curves obtained from photometry of this system in 2010 and reported between 1950 and 1989[1], the asymmetry of two phases 0.25 and 0.75 has a period. Hence, it can be resulted the spots are moving on the surface of secondary star. Because these spots are in the near of the equator of star, the movement of the spots on the surface can make a perturbation at the minimum time of light. Thus short period of 19-year

- [1] Djura sevi G. *et al.*, 2001, Astronomy Astrophysics, 367, 840.
- [2] Lfta S. J. *et al.*, 1986, Astronomy Astrophysics, 121, 61.
- [3] Lu W., 1985, Publications of The Astronomical Society of The Pacific, 97, 1086.
- [4] Pribulla T. *et al.*, 2002, Contrib. Astron. Obs. Skalnate Pleso, 32, 79.
- [5] Borkovits T. *et al.*, 2005, Astronomy Astrophysics, 441, 1087.
- [6] Hildith R. W., 2001, Cambridge University Press, 28.
- [7] Irwin J. B., 1959, The Astronomical Journal, 64, 149.

## Discovery of a third body around EP Andromedae system

Davood Manzoori<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Department of Physics, University of Mohaghegh Ardabili, P. O.Box. 179, Ardabil, Iran

Times of minima data ("O-C curve") for contact binary EP And were analyzed. It was found that a third body with period of 41.2 yr, is orbiting around the system. Also a modulating period of 11.72 yr cycle along with a relative period increase of  $\frac{\Delta P}{P} = 1.79 \times 10^{-7}$  were obtained, which were attributed to the magnetic activity cycle and the mass transfer with rate  $\frac{\Delta m}{m} = 9.98 \times 10^{-8} \text{ yr}^{-1}$  between the components, respectively.

### I. INTRODUCTION

EP And (Period= 0.404 d, Vmax=11.45mag. Primary's spectral type F8 V, spectral type of secondary is not known), was discovered by Strohmeier et al. (1955), Eclipsing nature of the system was first found by Filatov (1960). this system was classified as contact binary star by Gettel et al. (2006). Qian and Yuan (2001) studied the period of the system and reported a period increase with the rate  $dP/dt= 1.16 \times 10^{-7} \text{ d/yr}$ , without pointing out about the factors affecting the period change.

### II. O-C CURVE ANALYSIS

The O-C data points were collected from different sources,\* mainly from (the updated) website of Czech Astronomical Society, O-C webpage, to which five times of minima from the Manzoori (2011) were also added. Then using the following ephemeris

$$T_{minI} = 2452137.525 + 0.40411E \quad (1)$$

these data were converted to a common epoch, then all the O-C values (including  $(O - C)_1$  and  $(O - C)_2$  the primary and secondary residuals, respectively) were plotted against E (Epoch cycles) in Fig. 1. For the calculations of  $(O - C)_2$  residuals a term  $(\frac{E}{2}(0.40411))$  was added to the above equation 1.

The general trend of O-C values displayed in Fig. 1 may be roughly fitted by an upward curved semi parabola. The coefficients of which along with correlation coefficients and statistical errors are given just above the Fig. 1. Also the residuals between the fitted parabola and O-C normal points are displayed in the upper portion of the Fig. 1. Since the general trend of residues indicate a wave like character, to carry on further analysis, we plot them separately in Fig. 2, and best fitted by a Fourier series polynomial, the coefficients of which are given just above the Figure and the residuals are displayed at the

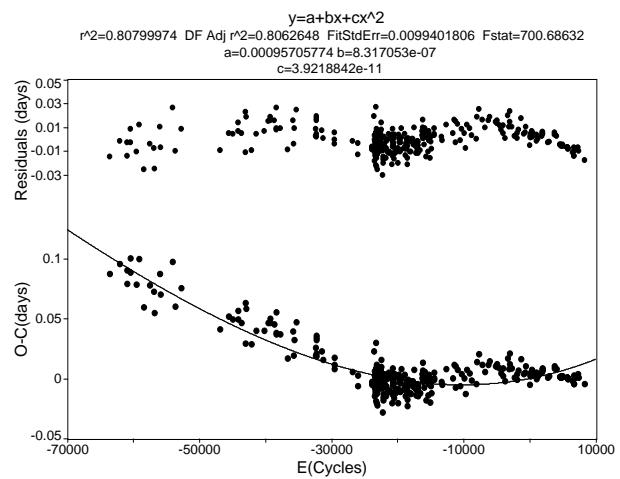


FIG. 1. The lower plot indicates (O-C) residual values (filled circles) and its description by an upward curved semi parabola (continuous curve). And the upper plot represents the residuals between the fitted parabola and observed O-C points, for EP And.

upper portion of the same Figure. The wavy character of the Fig. 2 indicates some alternating phenomena modulating the orbit period (see Manzoori 2007) of the EP And system. The analysis of this curve gave a period of 41.2 yr, which may be attributed to presence of a third body orbiting the system. To reveal any further cyclic behavior, the Fourier polynomial is subjected to Fourier decomposition. The frequency spectrum of which is displayed in Fig. 3. As evident from the Fig. 3 there is a distinct peak well above the noise level in Fourier spectrum at frequency of  $9.43 \times 10^{-5} \text{ d}^{-1}$  corresponding to period 11.72 yr. This may be attributed to a magnetic activity cycle effect operating in the system. For further interpretation and discussion see sec IV.C. Except the period 11.72 yr, there is another notable peak at frequency  $0.00162 \text{ d}^{-1}$  corresponding to period 0.64 yr, this period seems to be due to windows in (unevenly sampled) data and therefore has no physical significance.

\*i.e., Web sites of AAVSO; Cracow Eclipsing Binaries Minima Database. <http://www.as.up.Krakow.pl/o-c/>

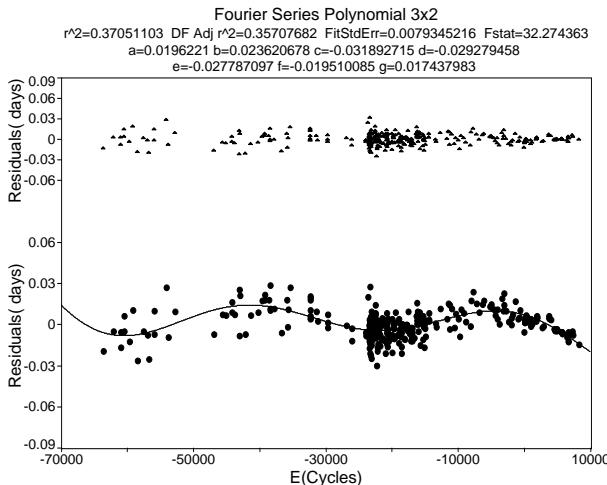


FIG. 2. The lower plot indicates the fitted polynomial (continuous curve), to the residuals between the observed (O-C) differences and the fitted parabola. And the upper plot represents the differences between the fitted polynomial and the residual points for EP And.

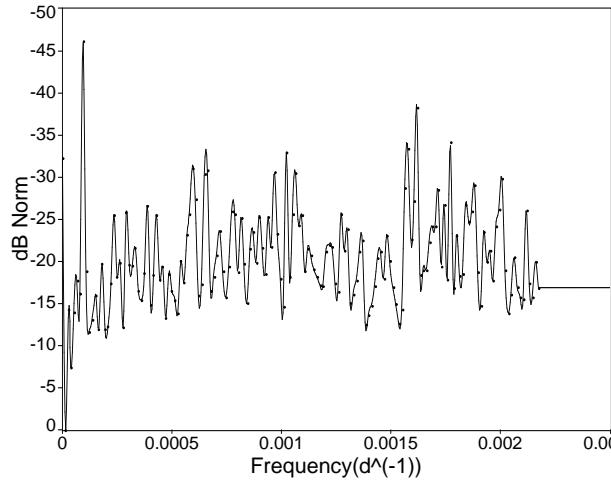


FIG. 3. The Fourier (frequency) spectrum of the Fourier polynomial fitted to O-C residuals values of EP And.

### III. MASS TRANSFER

As stated in section II, the overall trend of the O-C data points, plotted in Fig. 1, can be approximated by a rough upward curved parabola (the continuous curve) which indicates a secular increase in the period with the rate  $dP/dE = 7.98 \times 10^{-11} d/Cycle$  ( $Or, dP/dt = 6.23 \times 10^{-3} Sec/yr$ ) estimated in this work. This overall secular variation may be attributed to mass ejection in this system.

Now it is a well-known fact that normally in contact binaries both components have filled their Roche lobes and have a common envelope, moreover due to their low separation distance a strong mutual gravitational force exists between them so that can accrete matter from the surface of the other component star and exchange of mass would take place between the components. In addition, some

loss of mass and angular momentum may occur from outer Lagrangian point which may affect the orbital period significantly. Assumption of conservative mass flow is the most likely process of mass transfer in this system due to a rather low distance between the two components. Hence assuming a conservative case (i.e., when no matter leaves the system) and using relative period rate of change  $\Delta P/P = 1.79 \times 10^{-7}$  obtained in this work and the equation:

$$\Delta m_2/m_2 = -\left(\frac{m_1}{3(m_1 - m_2)} \frac{\Delta P}{P}\right) \quad (2)$$

from Huang's (1963) paper, a relative mass transfer of  $\Delta m_2/m_2 = 9.98 \times 10^{-8} yr^{-1}$  and hence the corresponding mass and angular momentum lost by secondary were obtained as  $\Delta m_2 = -3.69 \times 10^{-8} m \odot yr^{-1}$  and  $\Delta J = -2.54 \times 10^{46} g.cm^2 s^{-1}$ , respectively; where the masses of the components  $m_1$  &  $m_2$  have been used from the Table 3 and equation 9 below from Applegate (1992). Transfer of mass and **cyclic magnetic activity** (see sec. IV.C) in the binary stars consisting of at least one late type star would cause the orbital parameters like  $J$  (orbital angular momentum),  $a$  (orbital radius) and  $\omega$  (angular speed) to change accordingly. Here we follow Applegate (1992), Kalimeris et al. (1994) and Lanza et al. (1998) to estimate some of these quantities for a conservative case as below:

$$\Delta J = -\left(\frac{Gm_2^2}{R}\right)\left(\frac{a}{R}\right)^2 \frac{\Delta P}{6\pi} \quad (3)$$

$$\Delta E' = \omega_{dr}\Delta J + \frac{(\Delta J)^2}{2I_{eff}} \quad (4)$$

$$\Delta L_{rms} = \pi \frac{\Delta E}{P_{mod}} \quad (5)$$

$$\frac{\Delta \omega}{\omega} = \frac{GM^2}{3R^3 M_s} \left(\frac{a}{R}\right)^2 \left(\frac{P}{2\pi}\right)^2 \frac{\Delta P}{P} \quad (6)$$

$$\Delta Q = -\left(\frac{MR^2}{9}\right)\left(\frac{a}{R}\right)^2 \frac{\Delta P}{P} \quad (7)$$

$$N \sim \frac{B^2}{4\pi} (4\pi R^2) \Delta R \sim 0.1 B^2 R^3 \quad (8)$$

$$B^2 \approx 10 \frac{GM^2}{R^4} \left(\frac{a}{R}\right)^2 \left(\frac{\Delta P}{P_{mod}}\right) \quad (9)$$

$$\frac{da}{dE} = \left[\frac{2G(m_1 + m_2)}{27\pi^2} \left(\frac{1}{P}\right)\right]^{\frac{1}{3}} \frac{dP}{dE} \quad (10)$$

TABLE I. The estimated parameters corresponding to modulation period 11.72 yr

Parameter	Secondary	Primary
$\frac{dP}{dt}$ (sec/year)	$6.23 \times 10^{-3}$	$6.23 \times 10^{-3}$
$\Delta J(g.cm^2/s)$	$-2.54 \times 10^{46}$	$-4.72 \times 10^{46}$
$\Delta E(ergs)$	$4.49 \times 10^{39}$	$8.10 \times 10^{39}$
$\Delta L_{rms}(ergs/sec)$	$-3.81 \times 10^{31}$	$-6.88 \times 10^{31}$
$\frac{\Delta\omega}{\omega}$	0.001	0.0006
$\Delta Q(Kg.m^2)$	$4.01 \times 10^{40}$	$1.01 \times 10^{41}$
$B$ (kG)	92.1	67.80
$\frac{da}{dE}$ (cm/cycle)	7.98 $10^{-11}[2.46]$ $10^{18}]^1/3$	$\times$ $\times$ $10^{18}]^1/3$
$\omega$ (rad/sec)	$5.62 \times 10^{-4}$	$5.72 \times 10^{-4}$
$\frac{d\omega}{dE}$ (rad/cycle)	$3.10 \times 10^{-9}$	$3.11 \times 10^{-9}$

$$\frac{d\omega}{dE} = \left(\frac{2\pi}{P^2}\right) \frac{dP}{dE} \quad (11)$$

where

$a/R = 3.19$ , in which  $R$  is the radius of the primary or secondary component,  $\Delta P = 0.073$  s, the orbital period change during 11.72 yr cycle,  $\Delta E'$  is the energy required to transfer angular momentum  $\Delta J$ .  $M$  and  $M_s$  are masses of the component stars and surrounding shell,  $I_s$  and  $I_*$  are moments of inertia of the surrounding shell and star, respectively, so that  $I_s \approx I_* \approx 2I_{eff}$ , and  $I_{eff} = I_s I_*/(I_s + I_*)$ ,  $\Delta Q$  is the gravitational quadrupole moment of the active star,  $\mathbf{B}$  is the subsurface magnetic induction field,  $da/dE$  and  $d\omega/dE$  are the rates of change of orbital radius and orbital speed, respectively. Using the above equations, 3 to 11, and modulating period  $P_{mod} = 11.72$  yr, we obtained the quantities listed in Table 1. Apart from the  $\mathbf{B}$ , the magnetic induction field, which shows comparatively high values (see the section IV.C for interpretation), the values estimated (in Table 1) are fairly in agreement with the corresponding values estimated by Applegate (1992) for the other systems.

To compare the results of Applegate and Lanza, we used the equations 18 and 19 below borrowed from Lanza (1998):

$$\Delta Q = \left(\frac{-Ma^2}{9}\right) \frac{\Delta P}{P} \quad (12)$$

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} = \left(\frac{9}{8K_2} \frac{G}{R^5 \Omega^2}\right) \Delta Q \quad (13)$$

to estimate the values of  $\Delta Q = 3.95 \times 10^{39}$  kg.m<sup>2</sup> and  $\Delta\omega/\omega = 1.55 \times 10^{-3}$ , where  $K_2$  is apsidal motion constant; these values were found to be in rough agreement with the corresponding values calculated from equations 12 and 13 above. Also by comparison of  $\Delta Q$  with the values given by Lanza (2005), Table 1 and Lanza (2006) Table 2 one finds fair agreement amongst these values.

## IV. RESULTS AND DISCUSSION

### A. Orbital period variations

Orbital period study in this type of systems is very useful to understand their structure and evolution. It can provide estimates of mass and AML which are predicted by some theoretical works (see Table 1 for the corresponding estimated values of EP And). The O-C diagrams formed by the minimal times of eclipses provide the basis for studying time dependent period variations of eclipsing binaries.

As stated earlier in section III, one of the main characteristics of contact(W UMa type) binaries is mass transfer due to Roche lobe filling of the components such mass exchange will spin up the mass accreting star (most of whose mass is transferred material by the end of rapid phase of mass transfer). Visual inspections of the O-C data points plotted in Fig. 1, reveal that the general trend of plotted points in the Fig. 1 can be approximated by a rough upward semi parabola (i.e., the continuous curve), which indicates a secular increase in the period with the rate ( $dP/dt = 6.23 \times 10^{-3}$  sec/yr), estimated in this work. This secular period increase can be explained in terms of mass transfer from the less massive to the more massive hotter star with the rate of  $-3.69 \times 10^{-8} m_\odot/yr$ . According to Biermann & Hall (1973), the dynamical instabilities initiate a sudden transfer of mass from cooler star and decrease the period, as angular momentum is temporarily stored as faster than synchronous rotation in or around the hotter star. Then the angular momentum is returned to the orbit on a friction time scale and the period increases.

### B. The Third Body

Many authors (e.g., D'Angelo et al. (2006); Pribulla and Rucinski (2006); Rucinski et al. (2007)) have pointed that most of the contact binaries particularly those having orbital period  $< 3d$  are found in multiple systems. Moreover the wavy character of the residuals between the observed O-C data and fitted parabola, (as mentioned in section II), might be attributed to the presence of a third body circling the system with a period of 41.2 yr. It shuould be reminded that this system has not been observed spectroscopically, due to faintness.

### C. Magnetic Cycle Effect

Referring to section II and Fig. 3, the Fourier analysis of the polynomial fitted to the residual values between O-C data and parabolic fit gave a period of 11.72 yr cycle modulating the orbital period. This may be attributed

to magnetic activity cycle operating in this system. A result which is well agreed with Galownia (2002) results of O-C analysis for a large sample of W UMa-type stars that "every system changes period, the mean interval of period stability is about 11 yr and most promising explanation of these changes seems to be magnetic activity for all W UMa systems". Furthermore clear cyclic changes superimposed on the overall O-C diagram (particularly between -49000 to -32000 and also -15000 to 0 cycles) are observed. The further calculations of parameters listed in Table 1, all favors the presence of magnetic cycle operating in this system.

Most of the published papers (if not all) on contact binary systems, in recent years have discussed the operation of magnetic activity cycle in these systems (e.g. Mancero & Van't Veer 1996; Quian et al. 2006, 2008; Bradstreet and Guinan 1994). As stated in the preceded subsection both of the components in EP And system can be magnetically active. Furthermore a large spotted area is reported by Manzoori (2011).

Now it is a well-known fact that close binary systems with a cool F-K type star display enhanced magnetic activities. Short period close binaries (e.g., EP And) i.e., those having an orbital period  $P < 5 - 6$  days, possess the above mentioned characteristics, due to rapid rotation (Richard & Albright 1993). Many authors (see e.g., Richards 1993, 1992; Hall 1989 & Olson 1981) have discussed that the secondary and/or primary in the close binaries having a late type component show a variety of time dependent magnetic properties, which may cause, brightness variations in the LC (particularly at mid primary eclipse), radiations of X-ray, Ultraviolet, infrared, and **cyclic variations in the orbital period of the binary** (through a mechanism purposed by Applegate 1992 and modified by Lanza et al. 1998 & Lanza 2005, 2006).

This mechanism is based on the variation of the active star shape through a change in the Gravitational Quadrupole Moment (GQM) of the star. This change in GQM is coupled to orbit, producing orbital period changes, which are briefly explained below: The GQM is the most sensitive to the rotation rate of the outer parts of the star. As the star goes through activity cycles, a magnetic torque is exerted on the outer parts of the star, the distribution of angular momentum changes resulting in a change in the oblateness of the star. These changes (of rotation rate and oblateness) will be communicated to the orbit by gravity, leading to orbital period variations. Lanza (2005; 2006) argued against this mechanism. Calculating the required power dissipated in one cycle theoretically, suggested an alternate modified model, emphasizing on the effects of intense magnetic fields, a fact which is possibly consistent with the rather high values of magnetic fields reported in the Table 1 of this work. Lanza found that surface angular velocity variation of secondary component required by Applegate's hypothesis

is between 4-12 percent, i.e., too large to be compatible with observations and that kinetic energy dissipated in its convection zone ranges from 4-43 times that supplied by stellar luminosity along one cycle of the orbital period modulation. The estimated values of  $\frac{\Delta\omega_1}{\omega_1} \simeq 0.0006$ ,  $\frac{\Delta\omega_2}{\omega_2} \simeq 0.001$  in this work (Table 1) do support the results obtained by Lanza.

, Finally, as stated earlier (in section III) the estimations of related stellar parameters (particularly  $\Delta Q$ , the GQM) for EP And (Table 1) are in agreement with those estimated by Applegate (1992) and Lanza & Rodono (1999) for other similar systems, e.g., V 471 Tauri except **B** the magnetic field, which shows comparatively high values. These high values of **B**(while in rough agreement with Lanza's 2005 predictions), may also be attributed to the enhancement of fields, due to a rather low distance ( $2.49R_\odot$ ) between the two components and interactions of the individual star B fields together, and also with the plasma ejected by the component stars. Though due to observed data deficiency all of the Applegate predictions (see Manzoori, 2009) can not be verified in this system, but according to the calculations performed in section III (Table 1), the amplitude of angular velocity variations  $\frac{\Delta\Omega}{\Omega} \sim 0.001$  is well-agreed with recent non-linear dynamo models (Covas, Moss & Tavakol 2005) for stars with deep convective envelope. Thus in the opinion of the author the 11.72 yr cycle obtained through Fourier analysis of Fourier polynomial function ( see section II) is most likely due to magnetic cycle effect in this system.

## V. CONCLUSION

In conclusion we may say that, apart from the mass transfer and light time effect, the most probable cause of period changes in this system is the magnetic activity cycle.

- 
- [1] Applegate, J. H., 1992, ApJ, 385, 621. 621 (1992)
  - [2] Biermann, P., & Hall, D. S., 1973, Astr. Astrophys., 27, 249
  - [3] Bradstreet, D. H., & Guinan, E.F., 1994, ASPC, 56, 228.
  - [4] Geske, M. T., and McKay, T. A., 2006, AJ, 131, 621.
  - [5] Filatov, G. S., ATsir, 215, 20 K.
  - [6] Covas, E., Moss, D., Tavakol R., 2005, A & A, 429, 657.
  - [7] D'Angelo, C., van Kerkwijk, M. H., Rucinski, S., AJ, 132, 650.
  - [8] Glownia, Z., 2002, Adv. in Space Research, 6, 211.
  - [9] Hall, D. S., 1989, SSRV, 50, 219.
  - [10] Huang, Su. shu., 1963, ApJ, 138, 417.
  - [11] Kalimeris, A., Livaniou, H.R., & Rovithis, P., 1994, A & A, 282, 775.
  - [12] Lanza, A.F., Rodono, M.,& Ronse, R.: MNRAS, 296, 893, 1998.
  - [13] Lanza, A.F., 2005, MNRAS, 364, 238.
  - [14] Lanza, A.F., 2006, MNRAS, 369, 1773.
  - [15] Mancero, C& Van't, Veer., 1996, A & A, 311, 523.
  - [16] Manzoori, D., 2007, PASA, 24, 1.
  - [17] Manzoori, D., 2009, AJ, 138, 1917.
  - [18] Olson, E.C., 1981, ApJ, 250, 704.
  - [19] Pribulla, T., Vanko, M., and Parimucha, S., 2001, IBVS, 5184.
  - [20] Pribulla, T., Rucinski, S.M., 2006, AJ, 131, 2986.
  - [21] Qian, S., and Ma, Y., 2001, PASP, 113, 754.
  - [22] Qian, S., Yang, Y., Zhu, L., He, J., Yuang, J., 2006, ApSS, 304, 25.
  - [23] Richards, M. T., 1992, ApJ, 387, 329.
  - [24] Richards, M. T., 1993, ApJS, 86, 255.
  - [25] Richards, M. T. & Albright, G.E., 1993, ApJS, 88, 199.
  - [26] Rucinski, S. V., Pribulla, T., van Kerkwijk, M. H., 2007, AJ, 134, 2353.

## Photospheric Stratification of a Sunspot Umbral Dot from Inversion of Stokes Profiles Recorded by HINODE

H. Hamedivafa

Department of Physics, Faculty of Science, Imam Khomeini International University,  
Qazvin, Islamic Rep. of Iran, Postal Code: 34149-16818  
*vafa@ikiu.ac.ir*

This work aims to study the physical nature of umbral dots (UDs) using high-resolution spectropolarimetry. Full Stokes spectra of one central UD in a sunspot close to the disk center recorded by the spectropolarimeter on Hinode are analyzed. The height dependence of the temperature, magnetic field vector, and line-of-sight velocity across the UD is obtained from an inversion of the Stokes vectors of the two Fe I lines at 630 nm using SIR code. No difference is found at higher layers ( $\log \tau < -2$ ) between the UD and the diffuse umbral background (DB) except for in the map of magnetic field strength showing a reduced magnetic strength. Below that level, UD can be recognized in the maps of temperature and magnetic field strength with a higher temperature and a less field strength with respect to its DB. Our results confirm the existence of a considerable upflow (in low photosphere) within the UD or the presence of weaker fields (in middle and high photosphere), except these two phenomena are not coincide. This exception is contradicted to the results of MHD simulation of Schüssler and Vögler, [11].

### I. INTRODUCTION

The umbra of a sunspot appears dark, because convective flows are suppressed by its strong magnetic field. The subarcsecond bright features in the umbra of a sunspot called umbral dots (UDs) have been proposed as a manifestation of a necessary convective (along with radiative) energy transport to explain the low brightness of a sunspot umbra. However, UDs are differently interpreted in the "monolithic" versus "cluster" model of sunspots.

In the monolithic flux tube model, /citewei04, UDs are interpreted as the top of convective cells penetrating through a homogenous vertical magnetic field. This picture should result in a velocity pattern in and around an UD that mimics overturning convection or over stable oscillatory convection, [15,11].

According to the cluster model, [8], UDs are interpreted as intrusion of hot field-free gas that separates the individual flux tubes constructing the underlying magnetic structure of a sunspot umbra. The hot and upward moving plasma bursts through a "magnetic valve", [3], in photospheric height at which pressure suddenly becomes negligible and produces a gap between the magnetic flux tubes at the top of the column of the field-free region. Intrusion of field-free plasma through a cluster of magnetic flux tubes should essentially have only upflows associated with the UDs.

Both mechanisms proposed for formation of UDs predict smaller field strengths within UDs and a cusp-like magnetic structure, [9,12]. The essential difference between these two mechanisms is the downflow at the boundary of an UD predicted in monolithic flux tube model.

Hamedivafa, [4], analytically studied magnetic profile (considering reduction of field strength) of UDs and showed that Joule heating - along with other mentioned mechanisms - can increase the brightness of UDs and prolong the survival of UDs as bright structures on the surface of an umbra, [5].

Schüssler and Vögler, [11], have shown that the energy transport in the vertical magnetic field of the umbra is dominated by nonstationary narrow plumes of rising hot plasma with adjacent downflows. The magnetic field is strongly reduced in the upper layers of the plumes resembling UDs. Most of the simulated UDs have an elongated shape with a central dark lane; some larger UDs show a threefold dark lane.

Detailed studies of the physical characteristics of UDs such as temperature stratification, magnetic field vector, and line-of-sight (LOS) velocity are necessary to understand the nature of UDs and the underlying MHD physics. Socas-Navarro *et al.*, [13], found upflows of  $200 \text{ m s}^{-1}$  in UDs together with a weaker and more inclined magnetic field compared to the surrounding umbra. Bharti *et al.*, [1], found an upward velocity on the order of  $400 \text{ m s}^{-1}$  surrounded by narrow downflow regions with  $300 \text{ m s}^{-1}$  in the Fe I 5576 Å line. Sobotka and Jurčák, [12], analyzed a time series of full-Stokes spectropolarimetric observations. They found that central UDs do not show any excess of line-of-sight velocity and magnetic field inclination with respect to the surrounding umbra, while upflows of  $400 \text{ m s}^{-1}$  and a more horizontal magnetic field were detected in the low photospheric layers of peripheral UDs.

In the following sections, we describe the details of the selected data set in section II, and the inversion method

based on the SIR code and its outputs in section III. Section IV is devoted to the analysis of the synthesized atmospheric model of an UD and findings. Finally, section V gives short discussion and conclusion.

## II. OBSERVATION AND DATA SET

The data analyzed here were obtained using the spectropolarimeter of the Solar Optical Telescope, [14], onboard the Hinode satellite. The instrument observes two iron lines Fe I 630.15 nm ( $g=1.67$ ) and Fe I 630.25 nm ( $g=2.5$ ), whose line formation region is between  $\log \tau \approx 0$  and -2.5, [2], where  $\tau$  is the optical depth at 5000 Å.

The diffraction limit of SOT is 0.32 arcsec at 630 nm. The width of the spectrograph slit is equivalent to 0.16 arcsec matching the pixel size of the CCD camera. The scanning steps of the spectrograph slit are equivalent to 0.148 arcsec. The wavelength sampling of 2.14 pm, [6], is finer than the spectral resolution of 2.5 pm. The exposure time for one slit position is 4.8 s, during which all Stokes profiles are acquired with a noise level of  $10^{-3}I_c$ , where  $I_c$  is the continuum intensity.

448 normal SP scans of AR 10930 were taken on December 11, 2006, when the spot was located at the heliocentric angle of 8° (during the period 13 : 10 – 16 : 05 UT), very close to the center of solar disc. The dark current, the flat field corrections, and the polarimetric calibration were performed using “sp-prep” software.

Figure 1 shows the largest umbra (and penumbra) of the sunspot with negative magnetic polarity as reconstructed from the continuum intensities at the redward of the 630.25 nm line. The area under analysis containing a central UD is highlighted. This specific UD have a size of approximately 600 km (diameter of 5 pixels) without any dark lane.

To prepare the data for the inversion process, a calibration of wavelengths and a normalization of the Stokes profiles to the continuum intensity of the quiet Sun must be done. For this purpose, calibration of the wavelength positions of the two Fe I lines in the SP data is done using the averaged position of the minima of the Fe I 630.15 nm Stokes I profiles over a wide area near disk centre outside of the sunspot. Also, the correction for the convective blueshift of the 630.15 nm line ( $210 \text{ m s}^{-1}$ ; see a discussion given by Ishikawa *et al.*, [6]) is applied. The averaged continuum intensity of these profiles is used to normalization of the profiles.

## III. INVERSION METHOD AND ITS RESULTS

We applied the inversion code SIR (Stokes Inversion based on Response functions, [10]) to the observed spectra. This code works under the assumption of local thermodynamical equilibrium and hydrostatic equilibrium.

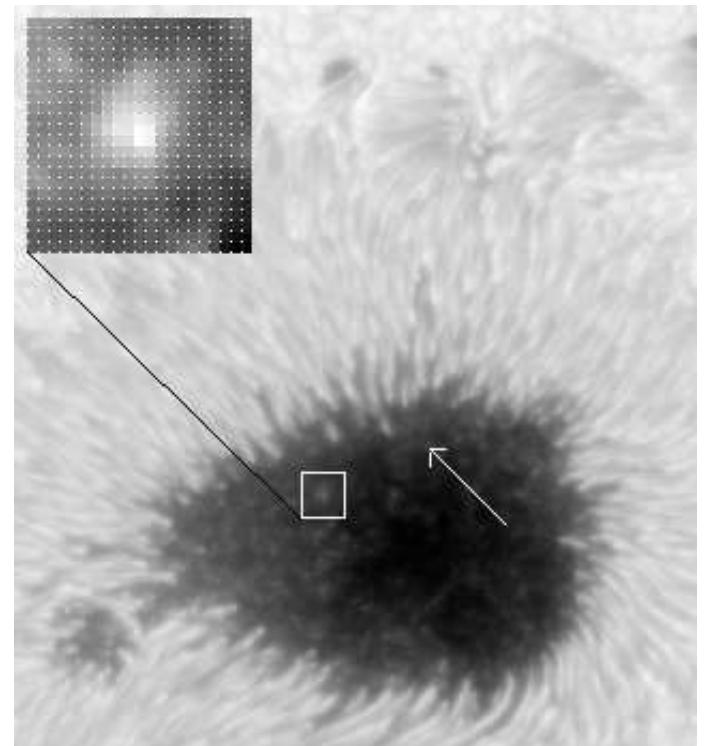


FIG. 1. The map of continuum intensity reconstructed from the far red wing of the Fe I 630.25 nm line. The arrow points to disc centre. White square corresponds to the studied field of view of the spectropolarimeter. The area (UD) under analysis is highlighted at the upper-left corner.

The inversion code synthesizes the Stokes profiles coming from an initial model atmosphere and compares them to the observed ones. Using a least square Marquardt’s algorithm, the atmospheric model is modified until the difference between the observed and synthetic Stokes profiles (merit function,  $\chi^2$ ) are minimized.

Inversions were made for a single-component magnetic model atmosphere in order to reduce the number of free parameters. The instrumental scattered light is negligible. Thus, only the results obtained without the effects of stray light contamination - like those due to diffraction, [7], or scattered light - are discussed in this paper.

To detect the changes of plasma parameters with height, we enabled four nodes for temperature, T, and two nodes (linear variations with depth) for LOS velocity,  $V_{\text{LOS}}$ , magnetic field strength, B, and its inclination,  $\gamma$ , in the final step of the inversion process to find out which parameter, at least, decreases or increases with height. Additionally, we used one node (height-independent) for magnetic field azimuth and microturbulent velocity - altogether, 12 free parameters. Stokes I and V were assigned triple and fivefold, respectively, the weights of Stokes Q and U in the inversion.

As a result, we obtained 3 two-dimensional maps of

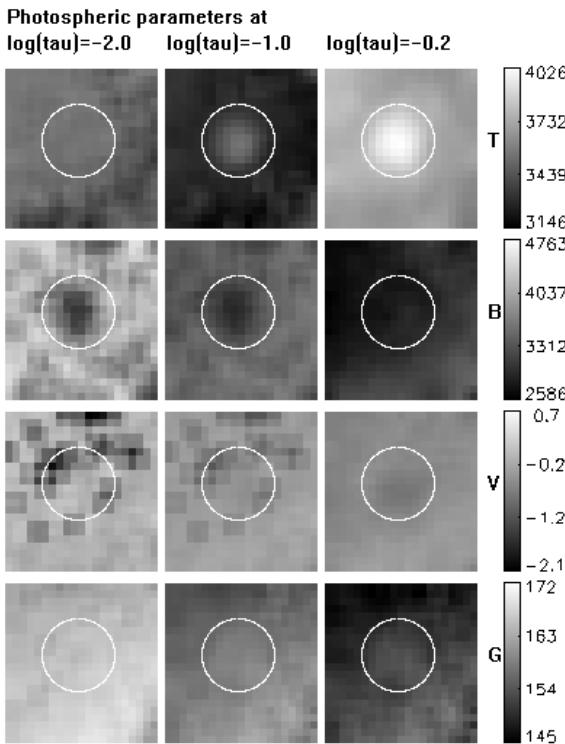


FIG. 2. Stratifications of temperature, T (K), magnetic field strength, B (Gauss), LOS velocity, V ( $\text{km s}^{-1}$ ), and inclination, G (degree), in the low photosphere ( $\log\tau=-0.2$ ; right column), middle photosphere ( $\log\tau=-1.0$ ; middle column), and high photosphere ( $\log\tau=-2.0$ ; left column). White circle corresponds to the same area/position of the studied UD in all maps.

T,  $V_{\text{LOS}}$ , B, and  $\gamma$  calculated at  $\log\tau=-0.2$  (low photosphere),  $\log\tau=-1.0$  (middle photosphere) and  $\log\tau=-2.0$  (high photosphere) covering the formation layer of the two lines. An example of the maps (stratifications) of different parameters in photosphere is shown in Figure 2. We follow the astronomical convention for the demonstration of velocity field that redshifts are positive (bright in corresponding figures) and blueshifts are negative.

Figure 3 displays an example of the observed profiles (dotted lines) of Stokes I and V of the brightest pixel of the UD together with the corresponding synthesized profiles (dashed lines) by SIR code.

Due to the low signal in the dark diffused background (DB) the measured profiles in the DB around the UD are much noisier than the profile of the center of the UD. But, in general, the Stokes spectra can be fitted remarkably well.

The stratifications of the photospheric parameters T, B,  $V_{\text{LOS}}$ , and  $\gamma$  obtained from the Stokes profiles (Figure 3) of the center of the UD are displayed in Figure 4.

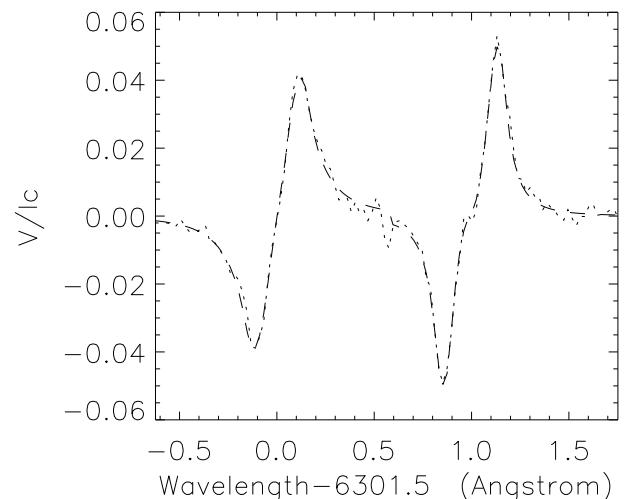
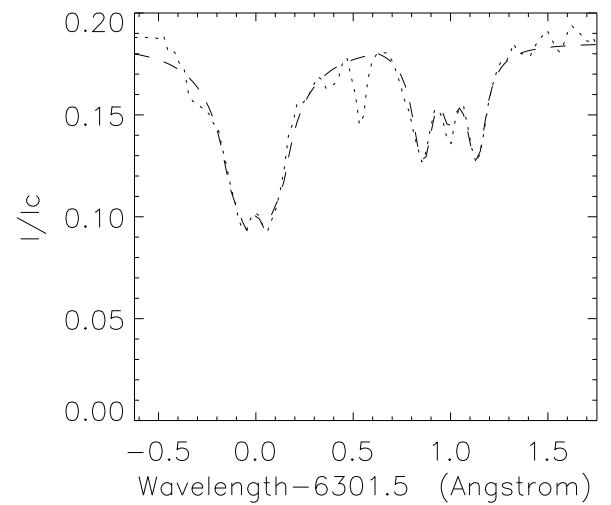


FIG. 3. The observed Stokes I and V profiles (dotted lines) for the brightest pixel of the selected UD plotted together with the corresponding synthesized profiles (dashed lines) by SIR.

#### IV. FINDINGS

Figure 2 helps us to compare the stratifications of the retrieved atmospheric parameters T, B,  $V_{\text{LOS}}$  and  $\gamma$  in the center of the UD and in its DB. In the upper photosphere UD disappears and there is no significant difference between UD and its DB except for magnetic field strength which is smaller (almost 30%) in the UD. In the middle photosphere the UD can be recognized on the maps of temperature and magnetic field strength. In the low photosphere the UD is clearly seen on the map of temperature, but the UD does not show any reduction in magnetic field strength with respect to its DB. In the centre of the UD, the field is almost constant and even increases with height (Figure 4), albeit only slightly. In-

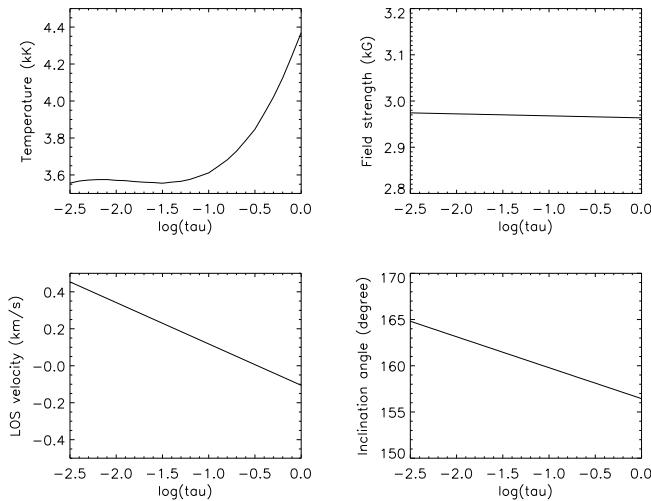


FIG. 4. Photospheric stratification obtained from the Stokes profiles at the location of the UD centre (the brightest pixel). Negative LOS velocity values indicate upflows.

terestingly, the gradient of magnetic field strength with height is small (in absolute value), compared to that in the DB, and has the same sign in this region (this can be deduced from Figure 2).

The map of the field inclination in low photosphere shows that the magnetic vector is a little ( $5^\circ$ ) more vertical (larger value of  $\gamma$ ) in the UD centre. The inclination is increasing with height all over the studied region (especially at the centre of the UD; see Figure 4), but in upper photosphere we cannot see any differences in this parameter between the UD and its DB.. This result may be understood if we think of UDs as the tip of a field-free hot plume underneath the umbra. It might also be explained by photospheric magnetoconvection, in which the hot plasma diverges at the top of the convective cells and weakens the field in UD.

Generally, the inclination and the magnetic field strength are increasing from the upper-left corner of the studied region to the lower-right corner in all three optical depths which are expected when we move from outer to inner in the umbra. Also, there is a similar expectation (increasing) for temperature when we move from inner to outer in the umbra which is obvious in the corresponding maps.

It seems that in the velocity maps of middle and upper photosphere the UD and its DB cannot be recognized. All over the region in the high photosphere is at rest (velocities less than  $200 \text{ m s}^{-1}$ ) except for few single pixels out of the UD area. All over the region in the middle photosphere shows upflows with velocities around  $500 \text{ m s}^{-1}$ . Nevertheless, in the low photosphere the lower half of the UD shows a considerable upflow with a LOS velocity of about  $800 \text{ m s}^{-1}$  which is larger ( $300 \text{ m s}^{-1}$ ) than that in its DB.

## V. CONCLUSION AND DISCUSSION

We identified one central umbral dot in the Hinode spectropolarimetric data of a sunspot near disk centre. By running SIR code and with the help of the inversions of full Stokes profiles of the Fe I lines at 630 nm we determined the stratifications of temperature, magnetic field strength, LOS velocity, and magnetic inclination. The high spatial resolution of the Hinode SP data allows us to reconstruct both the horizontal and the vertical structure of UDs.

In the lower layers of the photosphere the UD temperature is higher than its near-DB temperature (upper row in Figure 2), consistent with the intensity enhancement of the UD in the continuum map (Figure 1).

Some of our results confirm those of previous works existing in the literature, such as the existence of a considerable upflow (in low photosphere) within the UD or the presence of weaker fields (in middle and high photosphere), except these two phenomena are not coincide.

This exception is contradicted to the results of MHD simulation of Schüssler and Vögler, [11]: Their simulation shows large velocities and small field strengths in the upflow plumes (resembling UDs) in low photosphere. However, the studied UD in middle photosphere show a similar structure with the simulated UDs: a reduced magnetic field (20%) and small upflow ( $\sim 500 \text{ m s}^{-1}$ ).

**Acknowledgements** Hinode is a Japanese mission developed and launched by ISAS/JAXA, with NAOJ as domestic partner and NASA and STFC (UK) as international partners. It is operated by these agencies in co-operation with ESA and NSC (Norway).

- 
- [1] Bharti L., *et al.*, 2007, ApJ, 665, L79.
  - [2] Cabrera Solana D., *et al.*, 2005, A&A, 439, 687.
  - [3] Choudhuri A. R., 1986, ApJ, 302, 809.
  - [4] Hamedivafa H., 2003, A&A, 407, 761.
  - [5] Hamedivafa H., Sobotka M., 2004, A&A, 428, 215.
  - [6] Ishikawa R., *et al.*, 2010, ApJ, 713, 1310.
  - [7] Orozco Suárez, D., *et al.* 2007, PASJ, 59, 837.
  - [8] Parker E. N., 1979, ApJ, 234, 333.
  - [9] Riethmüller, *et al.*, 2008, ApJ Lett., 678, 157.
  - [10] Ruiz Cobo B., and del Toro Iniesta J.C., 1992, ApJ, 398, 375.
  - [11] Schüssler M., Vögler A., 2006, ApJ, 641, L73.
  - [12] Sobotka M., Jurčák J., 2009, ApJ, 694, 1080.
  - [13] Socas-Navarro H., *et al.*, 2004, ApJ, 614, 448.
  - [14] Tsuneta S., *et al.*, 2008, Sol. Phys., 249, 167.
  - [15] Weiss N. O., *et al.*, 2002, MNRAS, 337, 293.
  - [16] Weiss N. O., *et al.*, 2004, A&A, 422, L63

## پیدا کردنتابع توزیع کهکشان‌ها با استفاده از روش تکرار لوسی -

ریچاردسون برپایه مدل‌های کینگ در دو بعد

میرتباری<sup>۱</sup>، محمدتقی<sup>۱</sup> نیلپروshan، محمد<sup>۲</sup> عابدینی، یوسفعلی<sup>۲</sup>

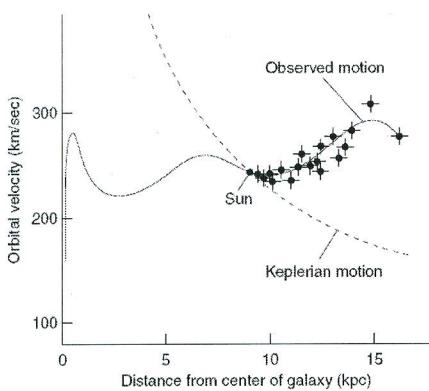
<sup>۱</sup> گروه فیزیک دانشگاه الزهراء تهران، ده ونک، تهران

<sup>۲</sup> گروه فیزیک دانشگاه زنجان، کیلومتر ۶ جاده زنجان - تبریز، زنجان

### چکیده

کهکشان‌ها با گذشت زمان رفتاری مانند مجموعه‌های بدون برخورد از خود نشان می‌دهند. بدین علت می‌توان با استفاده از معادله بدون برخورد بولتزمان و تئوری‌های جیمز حاکم بر این معادله، و همچنین با دانستن اینکه در مدارهای ستاره‌ای یک کهکشان می‌توان مقادیر انرژی و اندازه حرکت زاویه‌ای را به عنوان ثابت‌های حرکت اختیار نمود، تابع توزیع مناسب برای بررسی رفتارهای بلند مدت آنها را بدست آورد. بعد از بدون بعد سازی رابطه‌ها، معادله‌های نهایی که بصورت جفت شده هستند بدست می‌آیند که با کد برنامه‌های نوشته شده به زبان برنامه نویسی C++ برای روش تکرار عددی پیشنهاد شده توسط لوسی - ریچاردسون، می‌توان به پیشنهاد ابتدایی برای یک تابع توزیع نمونه بهبود بخشید و نتایج را با داده‌های رصدی مقایسه نمود. برای اینکار از تابع توزیع میچی و از مدل توزیع چگالی همسانگرد همدماهی تکین به عنوان حدس‌های ابتدایی مسئله استفاده شده است.

نمکره از ماده تاریک وجود داشته باشد. نمودار (۲) عدم انطباق برای سرعت‌های ستاره‌ای در فاصله‌های بیشتر از مرکز را نشان می‌دهد.



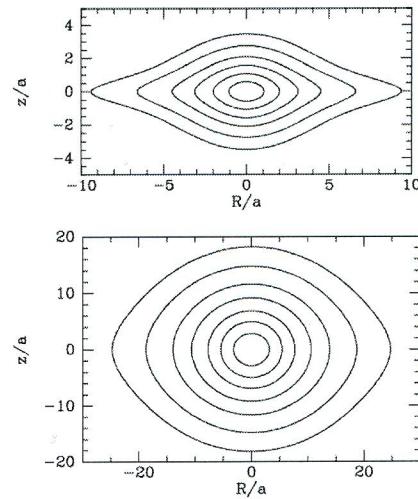
نمودار ۲: نمودار سرعت گردش ستارگان در کهکشان راه شیری.

عدم انطباق سرعت‌های رصد شده با سرعت‌های حرکت کپلری.

در کهکشان‌ها ستارگان را می‌توان با دقت بالایی بدون برخورد دانست چراکه فاصله‌های ستاره‌ای حتی در این مجموعه‌های مقید نیز زیادتر از آن چیزی است که ستارگان تأثیرات گرانشی شدیدی بر روی یکدیگر داشته باشند و تقریب میدان‌های متوسط این نکته را نشان می‌دهد (۱). بهترین پیشنهاد برای زمان استراحت یک ذره در میان برخوردها - که در اینجا ستارگان یا کهکشان‌ها در مجموعه‌های بزرگ میکشند - برای یک مجموعه بسیار کم خودگراندene بصورت رابطه زیر است:

$$\tau_{relax} \simeq \frac{0.1N}{\ln N} \tau_{cr} \simeq \frac{0.1N}{\ln N} (G\rho)^{-\frac{1}{2}}$$

**مقدمه**  
کهکشان‌ها دارای دسته بندی‌های مختلف و متنوعی هستند که ساختار درست آنها با استفاده از نمودارهای کانتورهای نوری، توسط نرم افزارهای ویژه‌ای مورد تحقیق قرار می‌گیرد. نمودار (۱) نشان دهنده خطوط هم شدت برای دو نمونه کهکشان پیشوی مختلف است که کشیدگی‌های جداگانه‌ای دارند.



نمودار ۱: تصویر خطوط هم شدت برای دو نمونه کهکشان پیشوی نمونه.

با اینحال گفته می‌شود که این تمام ماده موجود در کهکشان‌ها نیست زیرا در مشاهدات گرانشی و پدیده‌های همگرایی گرانشی انجام گرفته توسط این کهکشان‌ها، معلوم شده است که در اطراف این صفحات و در راستاهای عمود بر آنها، در بسیاری از موارد باید دو

بردار شش بعدی  $[w_x, w_y, w_z]$  نشان داده شود، از آنجا که تابع توزیع ستاره ها در این مجموعه ها که با  $F$  نشان می دهیم بصورت مستقیم و صریح تابعی از زمان نیست می توان معادله را اینگونه نوشت:

$$\begin{aligned} \frac{dF}{dt} &= \frac{\partial F}{\partial t} + \sum_{\alpha=1}^6 \frac{\partial(F\dot{w}_\alpha)}{\partial w_\alpha} \\ &= \frac{\partial F}{\partial t} + \sum_{\alpha=1}^6 (\dot{w}_\alpha \frac{\partial F}{\partial w_\alpha} + F \frac{\partial \dot{w}_\alpha}{\partial w_\alpha}) = 0 \end{aligned}$$

در اینجا  $w_i$  در حقیقت نشان دهنده  $\dot{w}_i$  بعد است که با افزایش اندیس آن، به ترتیب به ابعاد  $x$  و  $y$  و  $z$  برای مکان و سپس  $v_x$  و  $v_y$  و  $v_z$  برای سرعت ها رفته ایم. همچنین رابطه پایانی را می توان بصورت برداری نوشت و خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} \partial F / \partial t + \mathbf{v} \cdot \nabla F - \nabla \Phi \cdot \partial F / \partial \mathbf{v} &= 0 \\ \rightarrow \partial F / \partial t + \mathbf{v} \cdot \vec{\nabla}_x F - \nabla \Phi \cdot \vec{\nabla}_v F &= 0 \end{aligned}$$

همچنین بر طبق تئوری جیزت تابع توزیع برای مجموعه های کروی خودگرانشی تابعی از انگرال های حرکت انرژی  $E$  و اندازه حرکت زاویه ای  $J$  در مجموعه است (۳۴). در نتیجه معادله پواسون را می توان مانند معادله بیان نمود که از جواب های آن برای جایگذاری حدود انگرال های انتهایی مسئله با فرض مدل پوسته ای نیوتون برای گرانش، بصورت روابط زیر استفاده می شود (۷).

$$\begin{aligned} \nabla^2 \Phi &= 4\pi G\rho = 4\pi G \int F d^3v \\ \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr}(r^2 \frac{d\Phi}{dr}) &= 4\pi G \int F [\frac{1}{2}v^2 + \Phi, |\mathbf{r} \times \mathbf{v}|] d^3v \\ \Psi &= -\Phi + \Phi_0 \text{ and } \epsilon = -E + \Phi_0 = \Psi - \frac{1}{2}v^2 \end{aligned}$$

این معادله بنیاد حاکم بر مجموعه های ستاره ای در حالت تعادل و دارای تقارن کروی است. مدل چگالی مورد استفاده بصورت زیر نیز بصورت یک حدس ابتدایی مناسب، مدل کره همدما تکین است. برای بدون بعد سازی، متغیرهای جدید را بر حسب مقدار چگالی مرکزی و شاعع کینگ تعریف کرده ایم که با عبارت  $\epsilon$  مانند زیر نشان داده می شود:

$$\begin{aligned} \rho(r) &= \frac{\sigma^2}{2\pi G r^2} \\ \rho' &\equiv \frac{\rho}{\rho_0} \text{ and } r' \equiv \frac{r}{r_0} \text{ where } r_0 \equiv \sqrt{\frac{9\sigma^2}{4\pi G\rho_0}} \end{aligned}$$

یک روش پیشنهادی برای جواب گرفتن از اینگونه مسئله های انگرالی، توسط ال. لویی در سال ۱۹۷۴ میلادی و بعدها نیز توسط ریچاردسون ارائه شده است. در ادامه این روش تکرار عددی که پیشنهادی مناسب برای یافتن جواب های مسئله خواهد بود آورده می شود (۵). برای اینکار از تابع توزیع کینگ در رابطه زیر به عنوان یک حدس ابتدایی روی انرژی استفاده شده است (۶) و بهبود آن در روش مذکور به سمت مشاهدات رصدی مشاهده می شود.

$$F_K(\epsilon) = \begin{cases} \rho_1(2\pi\sigma^2)^{-\frac{3}{2}}(\exp(\frac{\epsilon}{\sigma^2}) - 1) & \epsilon > 0 \\ 0 & \epsilon \leq 0 \end{cases}$$

با استفاده از این رابطه برای سه نمونه از مجموعه های بزرگ مقیاس در کیهان امروزی ما جدول (۱) را ترتیب داده ایم.

جدول ۱: زمان استراحت برای مجموعه های مختلف.

گونه اجرام	تعداد اجزاء	زمان استراحت	زمان عبور (سال)
خشش ستاره ای	$10^9$	$2 \times 10^8$	$10^5$
کهکشان منفرد	$10^{11}$	$10^7$	$10^9$
خشش کهکشان	$10^3$	$3 \times 10^{10}$	$10^9$

در کهکشان ها مدارهای ستاره ای خود سازنده تصویرهای

بیضوی یا مارپیچی مشاهده شده در نمودارهای (۳) هستند:

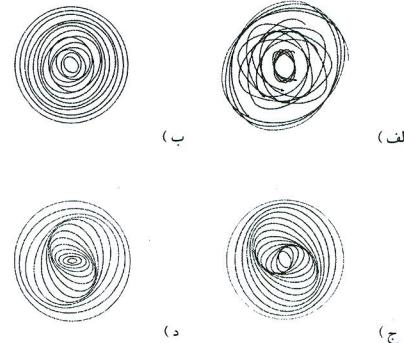
- حرکت های موجی زمانی که جهت گیری مدارها تصادفی باشد مشاهده نمی شود. برای ساده سازی، این تصویر تنها نشان دهنده مدارهایی است که بصورت حلقه های بسته ای از دید یک دستگاه

مرجع چرخان مشاهده می شوند.

- موج های سازنده میله ها زمانی بوجود می آیند که ستارگان در راستای اوج مدارهای خود هم خط می شوند. جبهه موج چگالی در این موارد دارای تراکم بیشتری بوده و در جهات بیشترین فاصله از مرکز در مدارها اتفاق می افتد.

- موج های مارپیچی نیز زمانی بوجود می آیند که اوج مداری ستارگان درست هم خط نشده باشند. هر مدار ستاره ای نسبت به مدارهای همسایه خود مقداری چرخش پیدا کرده است و تراکم ستارگان در بخشها کندتر مدارها بیشتر مشاهده می شود.

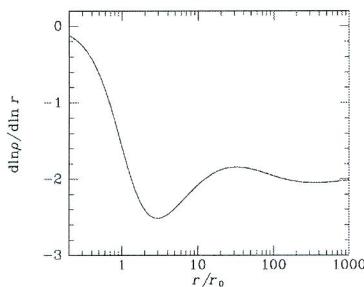
- تصویرهای مارپیچی میله ای در کهکشان های از این دست، هر دو شرایط فوق را داراست. در آن ها در بخش های مرکزی تر مدارها هم خط هستند، اما در فاصله های بیشتر نسبت به یکدیگر چرخش دارند.



نمودار ۳: مدارهای ستاره ای در کهکشان های مارپیچی مختلف ساده و میله دار.  
الف. مدارهای غیر بسته و روزت شکل ستارگان همراه با حرکات تقدیمی در  
بیضوی، ب. مدارهای نامنظم و کاتوره ای ستارگان در کهکشان های بیضوی، ج.  
مدارهای ستاره ای با گردش مستمر نقطه حضیض در کهکشان های مارپیچی ساده.  
د. مدارهای ستاره ای با نقطه حضیض هم جهت در میله ها در کهکشان های  
مارپیچی میله ای.

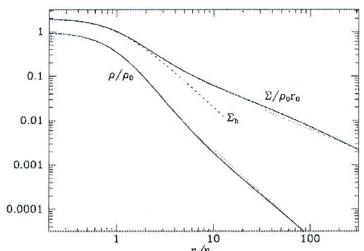
دسته معادله های بیان کننده خواص چنین مجموعه هایی مانند  
دینامیک شاره ها بیان می شوند. معادله ابتدایی مورد استفاده معادله  
بدون برخورد بولتزمان یا معادله لاسو است. با استفاده از معادله  
پیوستگی برای دینامیک شاره ها اگر هر نقطه در فضای فاز با استفاده از

بررسی های انجام گرفته بصورت تئوری برپایه مقدمات اشاره شده، تأکون تغییرات چگالی بر حسب شعاع بدون بعد کینگ را بصورت نمودار (۴) نشان می دهد.



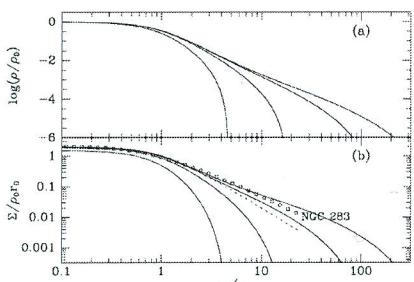
نمودار ۴: نمودار گرادیان لگاریتم چگالی نسبت به فاصله در مدل کرده همدمای برای حدس ابتدایی کینگ و بهبود آن با استفاده از روش لوسي-ریچاردسون.

با توجه به نمودار (۵) مشاهده می شود که از حدود فاصله بدون بعد شده ۱۰ رفاقت تمام لگاریتمیک چگالی بدون بعد شده بصورت خطی افت خواهد کرد و در حقیقت جواب ما در مناطق بیرونی با معکوس مجذور فاصله متناسب است.



نمودار ۴: نمودار چگالی های سطحی مختلف در مدل کرده همدمای.

در ادامه نمودار (۶) نیز نشان دهنده تغییرات تابع چگالی در مدل کینگ با پارامتر آزاد سیگمای مختلف است که با استفاده از انتگرال گیری معادله پواسون برای روابط اشاره شده در روش تکرار لوسي - ریچاردسون بدست آمده است (۱).



نمودار ۵: الف. تغییرات نسبت چگالی در مدل کینگ برای نسبت پتانسیل مرکزی بر مجدور پراکندگی های به ترتیب ۱۲-۹-۶ و ۳ (از بالا به پایین) بدست آمده است. ب. چگالی های جرمی برای این مدل ها رسم شده است.

این نمودارها برای مواردی از کهکشان های بررسی شده در سال های گذشته مورد تأیید قرار گرفته اند و از آنها استفاده شده است.

### روش محاسباتی لوسي - ریچاردسون

در این روش ابتدا یک توزیع احتمال بصورت  $B(y)$  در فضای رصدی  $y$ -ها فرض می شود که می توان آن را از طریق یک انتگرال خطی به یک توزیع احتمال گونه دیگر به فرم  $A(x)$  که بصورت رصدی در فضای  $x$ -ها غیر قابل دسترس است مرتبط ساخت. توزیع  $(x)$  در اینجا در حقیقت همانتابع توزیع مسئله ما است.

$$B(y) = \int A(x)P(y|x)dx$$

$$A(x) = \int B(y)Q(x|y)dy$$

که در آن  $P(y|x)$  چگالی احتمال است و  $Q(x|y)$  احتمال ارتباط دهنده ویژه ای است که بصورت رابطه زیر تعریف می شود:

$$Q(x|y) = \frac{A(x)P(y|x)}{\int A(x')P(y|x')dx'}$$

در ادامه امیدواریم یک تخمین رصدی مناسب بصورت  $(y)$  در این روش تکرار، بصورت عددی تخمین درستی از توزیع حقیقی  $(x)$  بدهد که با مشاهدات سازگار باشد. بنابراین این روش پیشنهاد می کند که از روابط فوق با دانستن  $P(y|x)$  و حدس اولیه ای مانند  $A_n(x)$  می توان به تخمین های بهبود یافته بعدی بصورت  $(x)$  دست یافت (۳و۵).

$$B_n(y) = \int A_n(x)P(y|x)dx$$

$$A_{n+1}(x) = A_n(x) \int \frac{\tilde{B}(y)}{B_n(y)} P(y|x)dy$$

### نتیجه گیری

از مقادیر بدست آمده برای حدود انتگرال و استفاده از روش تکرار لوسي - ریچاردسون، پس از تمامی بدون بعد سازی های مورد نیاز برای انتگرال گیری های عددی دوگانه به روش سیمپسون مرکب (۲)، همچنین تغییر متغیرهای انتگرال گیری از فضای سرعت ها به فضای انرژی و اندازه حرکت زاویه ای؛ به دسته روابط و عبارات اشاره شده در روش تکرار فوق برای مدل ابتدایی کینگ می ریسم.

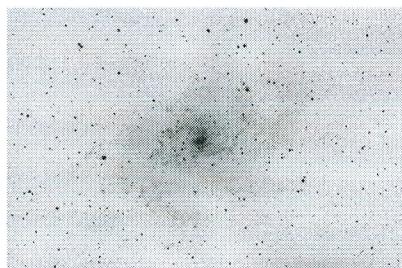
$$\eta(x) = \frac{2\pi}{x} \int_0^{\phi(x)} d\epsilon \int_0^x \sqrt{\phi(x)-\epsilon} \frac{f(\epsilon, j)jdj}{\sqrt{x^2(\phi(x)-\epsilon)-j^2}}$$

$$\phi(x) = \frac{\int_0^x \eta(z)z^2(\frac{1}{z}-1)dz + \int_x^1 \eta(z)z(1-z)dz}{\int_0^1 \eta(z)z(1-z)dz}$$

در نتیجه می توانیم انتگرال های دوگانه خود را بصورت مرتب شده زیر بنویسیم که از این پس باید به جستجوی جواب های آنها پردازیم ...

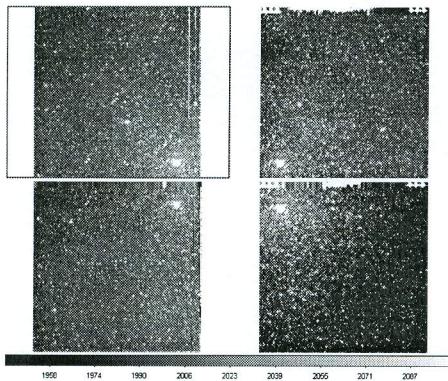
$$r^2 \rho(r) = 2\pi \int_0^{\psi(r)} d\epsilon \int_0^{r(2(\psi-\epsilon))^{1/2}} JdJ [2(\psi(r)-\epsilon) - \frac{J^2}{r^2}]^{-1/2} f(\epsilon, J)$$

$$r^2 \rho \sigma_r^2(r) = 2\pi \int_0^{\psi(r)} d\epsilon \int_0^{r(2(\psi-\epsilon))^{1/2}} JdJ [2(\psi(r)-\epsilon) - \frac{J^2}{r^2}]^{+1/2} f(\epsilon, J)$$



تصویر ۲: کهکشان مثلث در فاصله حدود ۲۶۱ میلیون سال نوری

همچنین در تصویر (۳) ساختار موزاییک گونه ای از این کهکشان، تصاویر گرفته شده با تلسکوپ اشاره شده مشاهده می شود که در بررسی های آینده می تواند مورد تحقیق بخش های رصدی، برای مقایسه با تئوری موجود قرار گیرد.



تصویر ۳: موزاییک گرفته شده از کهکشان مثلث در فیلتر های H - J - K

### سپاسگزاری

از راهنمایی ها و زحمات استادان ارجمند آقایان دکتر محمدتقی میرزاپی و دکتر یوسفعلی عابدینی تشکر کرده و از پیگیری های ایشان برای ارائه بهتر اینکار سپاسگزارم.

### مراجع

۱. Binney, J. J., and Tremaine S., ۲۰۰۸, *Galactic Dynamics*, Princeton University Press. NJ. ۲<sup>nd</sup> ed., pp ۳-۲۸۲.
۲. Karris, S. T., ۲۰۰۷, *Numerical Analysis using Matlab and Excel*, Orchard Publication. ۳<sup>rd</sup> ed., pp ۳۶۵-۴۱۱.
۳. Newton, A. J., and Binney, J., ۱۹۸۴, *MNRAS*, ۲۱۰, ۷۱۱.
۴. Binney, J., and Dehnen, W., ۱۹۹۷, *arXiv:Astro-ph/9612060v1*.
۵. Lucy, L. B., ۱۹۷۴, *Astr.J.*, ۷۹, ۷۴۰.
۶. King, I. R., ۱۹۶۶, *Astr.J.*, 71, ۶۴.
۷. Hernquist, L., ۱۹۹۰, *Astr.J.*, ۹۰, ۳۵۹.

### مدل کره همدماهی مرکز تکین

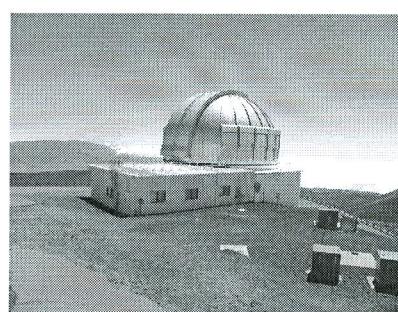
اگر در مدل کره های همدماهی تکین، بخواهیم پتانسیل را از روی مدل چگالی در این شرایط بدست آوریم باید از معادله پواسون استفاده کنیم که در این حالت برای استفاده بهتر از شرایط مسئله، این معادله را در دستگاه کروی می نویسیم:

$$\begin{aligned} \nabla^2 \phi(r) &= \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \frac{\partial \phi(r)}{\partial r}) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \frac{\partial \phi(r)}{\partial \theta}) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 \phi(r)}{\partial \phi^2} \\ &\equiv \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \frac{\partial \phi(r)}{\partial r}) = 4\pi G\rho(r) \end{aligned}$$

و در ادامه از مقادیر بدست آمده در گذشته برای حدود انگرال و استفاده از روش تکرار لوسی - ریجادرسون، به دسته روابط و عبارات زیر برای این مدل الیه در یک بعد می رسمیم:

$$\begin{aligned} \rho(x) &= 4\pi \int_0^{\phi(x)} \sqrt{2(\phi(x) - \epsilon)} f(\epsilon) d\epsilon \\ \phi(x) &= \frac{\int_0^x \rho(z) z^2 (\frac{1}{x} - 1) dz + \int_x^1 \rho(z) z(1-z) dz}{\int_0^1 \rho(z) z(1-z) dz} \\ f(\epsilon) &\equiv A \exp\left(-\frac{\epsilon}{\sigma^2}\right) - 1 = A_1 (\exp(\alpha\epsilon) - 1) = \exp \epsilon - 1 \end{aligned}$$

مشاهده شده است که در روش تکرار اشاره شده، با تعریف یک اختلاف ثابت به عنوان انحراف مقادیر تابع توزیع بهبود یافته از مقدار بدست آمده از رصدها، پس از چندین تکرار در اکثر موارد مقادیر عددی بهبود پیدا کرده، به روند همگرا شدن به سمت مقادیر رصدی تا حصول بهترین نتایج تئوری ادامه می دهد. در آینده اینکار و در بهترین مورد برای تأیید کارآیی این روش، تصاویر کهکشان نزدیک مثلث (M33/NGC098) - سومین عضو بزرگ خوشه کهکشان های محلی - که توسط تلسکوپ زمینی ۳۵ متری مادون قرمز UKIRT واقع در کشور هاوایی گرفته شده اند، با استفاده از نرم افزارهای پردازش تصاویر خام مورد داده کاهی قرار خواهد گرفت. در تصویر (۱) نمای این تلسکوپ در ارتفاع حدود ۴ هزار متری از آب های آزاد جهان مشاهده می شود.



تصویر ۱: تلسکوپ فروسرخ UKIRT در قله موناکیای هاوایی

در تصویر (۲) نیز نمونه گرفته شده ای از کهکشان مثلث دیده می شود که ساختار بازوها و انحراف زاویه ای آن را نشان می دهد.

